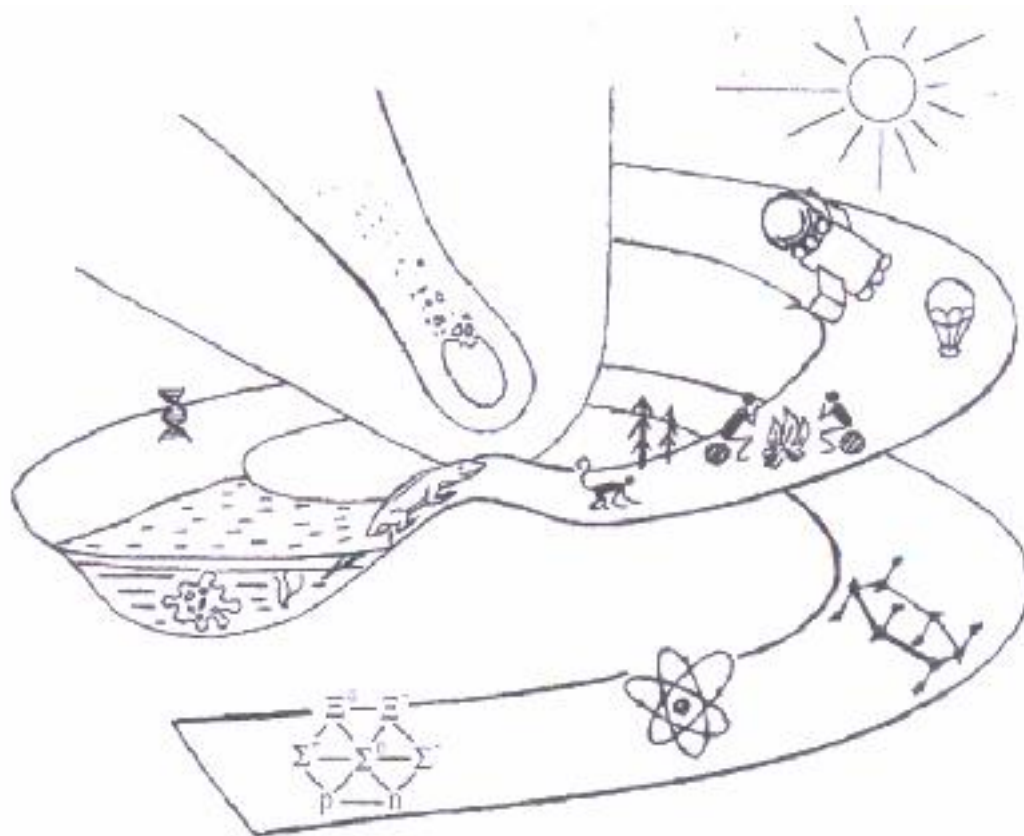


А.В. ОСТРИК
В.М. ОСТРИК
А.Д. ДОНСКОЙ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЗИКИ



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СЕРВИСА
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КОРОЛЕВСКИЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ ЭКОНОМИКИ И СОЦИОГИИ**

А.В. ОСТРИК, В.М. ОСТРИК, А.Д. ДОНСКОЙ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЗИКИ

МОСКВА – 1997–2007

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
I. Введение	7
1.1. Предмет физики и её методы исследования.....	7
1.2. Развитие физической теории. Основные принципы и модели.....	9
1.3. Взаимосвязь физики с другими науками.....	12
II. Классическая механика	17
2.1. Кинематика материальной точки.....	17
2.2. Динамика материальной точки.....	24
2.3. Законы сохранения в механике.....	29
2.4. Механика сплошных сред и используемые в ней физические модели.....	35
III. Теория относительности	40
3.1. Принципы относительности Галилея и Эйнштейна. Опыт Майкельсона-Морли.....	40
3.2. Преобразования Лоренца.....	41
3.3. Уравнения релятивистской динамики.....	44
3.4. Элементы общей теории относительности.....	45
IV. Молекулярная физика	51
4.1. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа.....	52
4.2. Классическая статистика.....	54
4.3. Первое начало термодинамики.....	57
4.4. Второе начало термодинамики.....	61
4.5. Статистическая формулировка второго начала термодинамики.....	64
V. Законы электромагнетизма	66
5.1. Статическое электрическое поле в вакууме.....	66
5.2. Электрическое поле в проводнике и диэлектрике.....	72
5.3. Магнитостатика.....	77
5.4. Закон Фарадея и ток смещения Максвелла.....	81
5.5. Уравнения Максвелла.....	84
VI. Волновая и квантовая оптика	87
6.1. Интерференция и дифракция света.....	87
6.2. Разрешающая способность оптических приборов.....	94
6.3. Законы теплового излучения.....	95
6.4. Применение законов теплового излучения.....	97
6.5. Внешний и внутренний фотоэффекты и их применение.....	99
6.6. Эффект Комптона.....	101

VII. Квантовая механика	102
7.1. Волновые свойства частиц. Гипотеза де Бройля.....	102
7.2. Волновая функция. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.....	104
7.3. Уравнение Шредингера.....	106
7.4. Квантование момента импульса и магнитного момента систем микрочастиц.....	112
VIII. Атомная и ядерная физика	116
8.1. Атомы и их электронная структура.....	116
8.2. Состав и характеристики атомного ядра.....	122
8.3. Ядерные реакции деления.....	125
8.4. Цепная ядерная реакция и её осуществление.....	128
8.5. Реакция синтеза.....	129
IX. Физика элементарных частиц	131
9.1. Общие свойства элементарных частиц.....	132
9.2. Лептоны.....	134
9.3. Адроны.....	135
9.4. Частицы — переносчики взаимодействия.....	138
9.5. Законы сохранения в физике элементарных частиц.....	140
X. Список тем курсовых работ	142

ПРЕДИСЛОВИЕ

Более трёхсот лет развития выдающимися умами человечества самой мощной области естествознания - физики привели к созданию стройной системы знаний, на основе которых конкретные задачи практики решаются путём сложных математических операций (и не менее сложных для восприятия физических законов), доступных весьма ограниченному кругу специалистов. В то же время, основные факты, идеи и обобщения новой физики (физики XX века), имеют самое существенное значение для формирования миропонимания и культуры современного человека, а следовательно, должны быть доступны гораздо более широким слоям общества, чем группе физиков-профессионалов. Выполнение этого условия необходимо не только для плодотворного использования достижений физики в других областях знаний, но и для развития самой физики, невозможного без понимания ее проблем и экономической поддержки всем обществом.

Однако в настоящее время план подготовки специалистов высших учебных заведений по гуманитарным и социально - экономическим направлениям вообще не предполагает изучения физики, заменяя её односеместровым курсом концепций современного естествознания. В связи с этим, возникает необходимость изложения таких концепций, с точки зрения физика, что и является основной целью предлагаемого пособия.

Задача изучения основ физики за один семестр представляется невыполнимой и, по-видимому, можно в лучшем случае надеяться лишь на формирование у студента общефизического подхода, очень нужного ему в дальнейшем при решении конкретных вопросов практики. К счастью, наиболее существенное в физике можно разъяснить, не прибегая к требующему достаточно больших временных затрат математическому формализму. При этом, по понятным причинам, приходится, как правило, не выводить основные соотношения теории, а приводить только конечные результаты и следствия из них.

Материал каждой главы соответствует одной лекции, но его объём несколько расширен по сравнению с тем, что удавалось рассказать за два академических часа. В частности, все приведенные по тексту примеры на самом деле рассматривались на практических занятиях.

Для развития у студентов умения творчески работать с научно-технической литературой кроме лекционных и практических занятий каждому из них предлагается в течение семестра написать курсовую работу или реферат на заданную тему. В пособии имеется примерный список тем таких работ.

Студентам, которым предлагаемый материал покажется недостаточным, мы советуем обратиться к следующей литературе.

ЛИТЕРАТУРА

История и философия естествознания

1. Ансельм А.И. очерки развития физической теорий в первой трети XX века. –М.: Наука, 1986.
2. Борн М. Физика в жизни моего поколения. –М.: Изд-во ин. Литературы, 1963.
3. Будрейко Н. Философия, физика, химия. –М.: Наука, 1964
4. Дорфман Я.Г. Всемирная история физики с начала XIX века до середины XX века. –М.: Наука, 1979.
5. Карнап Р. Философские основания физики. –М.: «Прогресс», 1971.
6. Лауэ М. фон. История физики. –М.: Наука, 1956
7. Льюис М. История физики. –М.: Мир, 1972
8. Спасский Б.И. Физика для философов –М.: Изд-во МГУ, 1989.
9. Степин В.С. Философская антропология и философия науки. –М.: «Высшая школа», 1992.
10. Фейнберг Е.Л. Две культуры. Интуиция и логика в искусстве и науке. –М.: Наука, 1992.

Естествознание

1. Горелов А.А. Концепции современного естествознания. —М.: Центр, 1991.
2. Калашников Н.П., Смондырев М.М. Основы современного естествознания. –М.: Изд-во МАСИ, 1995.
3. Карпенко С.Х., Концепции современного естествознания. –М.: «Культура и спорт», ЮНИТИ, 1997.
4. Кузнецов В.И., Идлис Г.М., Гутина В.Н. Естествознание. –М.: «Агар», 1996.
5. Острик А.В., Острик В.М., Соколов И.П. Физико-химические основы естествознания. –М.: ГАСБУ, 1998.
6. Самыгин С.И и др. Концепции современного естествознания. Ростов-на-Дону: «Феникс», 1997.

Физика

1. Блохинцев Д.И.. Основы квантовой механики. –М.: Наука, 1976.
2. Боулер М. Гравитация и относительность. –М.: Мир, 1979
3. Бреховских Л.М., Гончаров В.В., Введение в механику сплошных сред. –М.: Наука, 1982
4. Гольдин Л.Л., Новикова Г.И. Введение в атомную физику. –М.: Физматлит, 1969.
5. Готтфриц К., Вайскопф В. Концепции физики элементарных частиц. –М.: Мир, 1988.
6. Девис П. Суперсила. –М.: Мир, 1989.
7. Займан Дж. Принципы теория твердого тела. –М.: Мир, 1966.
8. Иванов Б.Н. Принципы современной физики –М.: Наука, 1973.
9. Иоффе А.Ф. Основные представления современной физики. –М.: ГИТЛ, 1949
10. Иродов И.Е. Основные законы механики –М.: «Высшая Школа», 1975.
11. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. –М.: «Высшая Школа», 1983
12. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика. –М.: Физматлит, 1963.
13. Китайгородский А.И Введение в физику. –М.: Наука, 1973.
14. Коганов М.И. Электроны, фотоны, магны. –И.: Наука, 1979
15. Компанец А.С. Симметрия в микро- и макромире. –М.: Наука, 1978.
16. Кристи Р., Питти А. Строение вещества: введение в современную физику. –М.: Физматлит, 1969.
17. Кузнецов Б.Г. Основы теории относительности и квантовой механики. –М.: Изд-во АН СССР, 1957.
18. Кузнецов Б.Г. Принципы классической физики. –М.: Изд-во АН СССР, 1957.
19. Леулвей. Фундаментальная структура материй. –М.: Мир, 1984
20. Мерион Дж. Б. Физика и физический мир. –М.: Мир, 1975.
21. Месси Г. Новая эра в физике. –М.: Госатомиздат, 1963.
22. Нерсесов Э.А. Основные законы атомной и ядерной физики. –М.: Высшая школа, 1988.

23. Острик А.В. Механика. –М.: ГАСБУ, 1996
24. Окунь Л.Б. Элементарное введение в физику элементарных частиц. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2006.
25. Пригожин И. От существующего к возникающему. Время и сложность в физических науках. –М.: Наука, 1985.
26. Пригожин И., Стенгерс И. Время, Хаос и Квант. –М.: «Прогресс», 1994
27. Савельев И.В.. Курс общей физики. тт. 1-3, -М.: Физматлит, 1962-1984
28. Сивухин Д.В. Общий курс физики. тт. 1-5, -М.: Наука, 19
29. Суханов А.Д. Фундаментальный курс физики. –М.: «Агар», 1996
30. Фейнберг Дж. Из чего сделан мир? –М.: Мир, 1981.
31. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 1-9. –М.: Мир, 1965-1967
32. Фейнман Р. Характер физических законов. –М.: Мир, 1968.
33. Шпольский Э.В.. Атомная физика. –М. –Л.: 1944.

Химия

1. Афанасьев В.А., Зайков Г.Е. В мире катализа. –М.: Наука, 1977.
2. Глинка Н.Л. Общая химия. –М.: Госхимиздат, 1949.
3. Дмитриев И.С. Симметрия в мире молекул. –Л.: Химия, 1976.
4. Зимон А.Д. Занимательная коллоидная химия. –М.: «Радэкон», 1997.
5. Кедров Б.М., Трифонов Д.К. Закон периодичности и химические элементы. Открытия и хронология. –М.: Наука, 1969.
6. Николаев Л.А. Неорганическая химия. –М.: «Просвещение», 1982.
7. Овчинников К.В., Семенов И.Н., Богданов Р.В, От атома к молекуле. –Л.: «Химия», 1973.
8. Трифонов Д.К. Структура и границы периодической системы. –М.: Атомиздат, 1969

Специальные вопросы физики и химии

1. Альтшулер Л.В. Применение ударных волн в физике высоких давлений // Успехи физических наук. 1965. т 85, №2.
2. Бушман А.В., Фортов В.Е. Модели уравнения состояния вещества // УФН. 1983. т. 140, №2.
3. Гинзбург В.Л. О физике и астрофизике. –М.: Наука, 1980.
4. Григорян С.С. О движении и разрушении метеоритов в атмосферах планет // Космические исследования. 1979. т. 0511, вып. 6.
5. Девис П. Случайная Вселенная. –М.: Мир, 1985.
6. Делоне Н.Б. Взаимодействие лазерного излучения с веществом. –М.: Наука, 1976.
7. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных явлений. –М.: Наука, 1966.
8. Зельдович Я.Б. и др. Физические основы строения и эволюции звезд. –М.: Изд-во МГУ, 1981.
9. Капра Ф. Дао физики. С. Петербург. «Орис», 1994.
10. Кесслер Ядерная энергетика. –М.: Наука. 1986.
11. Клумов Б.А., Кондауров В.И., Фортов В.Е. и др. Столкновение кометы Шумейкера–Леви 9 с Юпитером: что мы увидели? // Успехи физических наук. 1994. т. 164, №6.
12. Клумов Б.А., Ивлев А.В., Фортов В.Е. и др. Столкновение кометы Шумейкера–Леви 9 с Юпитером: что мы увидели? // Успехи физических наук. 1994. т. 166, №4.
13. Князев В.М., Курдюмов С.П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. –М.: Наука, 1994.
14. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. - М.: Наука, 1974

15. Немчинов И.В., Лосева Т.В., Шувалов В.В. Динамические процессы в атмосфере Земли при падении космических тел. В сб. научных трудов ИДГ РАН "Динамические процессы в геосферах". — М.:1994.
16. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. - М.: Мир, 1990.
17. Острик А.В. Термомеханическое действие рентгеновского излучения на многослойные гетерогенные преграды в воздухе.—М.: НТЦ «Информтехника», 2003.— 160с.
18. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М.: Мир, 1969.
19. Ребане К.К. Энергия, энтропия, среда обитания. - М.: Наука, 1985
20. Силк Дж. Большой взрыв. — М. : Мир. 1982.
21. Фаворский Н.О., Фишгойт В.В. Янтовский Е.М. Основы теории космических электрореактивных двигательных установок - М.: «Высшая школа», 1978.
22. Феодосьев В.И. Основы техники ракетного полета. — М.: Наука. 1976.
23. Ханен Г. Синергетика. - М.: Мир. 1980.
24. Шкловский И.С. Вселенная, жизнь, разум. - М.. Наука. 1980.
25. Квант. — М.: Научно-популярный физико-математический журнал.

Науки о природе Земли, жизни и человеке

1. Албертс Б., Брей Д., Льюис Дж. Рэфф М., Робертс К., Уотсон Дж. Молекулярная биология клетки тт. 1-3, — М.: Мир, 1994.
2. Афанасьев В.Г. Мир живого. - М.. "Полит. литература". 1986.
3. Брода Э. Эволюция биоэнергетических процессов. - М.: 1978
4. Вернадский В.И. Живое вещество. - М.: Наука. 1978.
5. Вернадский В.И. Начало и вечность жизни. - М.: «Советская Россия". 1989.
6. Вилли К. Биология. -М. Мир, 1968.
7. Волькенштейн М.В. Биофизика. - М.: Наука, 1988
8. Волькенштейн М.В. Перекрестки науки. - М.: Наука, 1972.
9. Гудожник Г.С., Елисеева В.С. Глобальные проблемы в истории человечества. -М.: "Знание". 1988.
10. Иванов С.М. Абсолютное зеркало. — М.. "Знание". 1986
11. Кемп П., Армс К. Введение в биологию. — М.: Мир, 1986.
12. Крушинский Л.В. Биологические основы рассудочной деятельности. -М.: Изд-во МГУ, 1977.
13. Лапин В.Л., Мартинсен А.Г., Попов В.М. Основы экологических знаний инженера. - М.: Экология, 1996.
14. Медников Б.М. Аксиомы биологии. — М.: Знание, 1986.
15. Медников Б.М. Дарвинизм в 20-ом веке. - М.: Знание, 1975.
16. Мечников И.И. Пессимизм и оптимизм. — М.: "Советская Россия", 1989.
17. Моисеев Н.Н. Воздействие гелио- и геофизических факторов на организм человека. —Л.: 1986
- 18.. Монин А.С. Шишкин Ю.А. Глобальные экологические проблемы. – М.: 1990.
19. Назаретян А.П. Интеллект во Вселенной. – М.: Недра, 1991.
20. Небел Б. Наука об окружающей среде. тт. 1-2, - М.: Мир. 1993.
21. Николаев Л.А. Основы физической химии биологических процессов. - М.: "Высшая школа". 1971.
22. Опарин А.В. Жизнь, её природа, происхождение и развитие. – М.: Изд-во АН СССР, 1960.
23. Тушинский А.В. Космос и ритм природы Земли. - М.: 1966.
- 24.. Чижевский А.Л. Космический пульс жизни. – М.: Мысль, 1995.
25. Шарден П.Т. Феномен человека. - М.: 1987.
26. Шредингер Э. Что такое жизнь с точки зрения физика. - М.: Наука, 1972.
27. Шноль Э.С. Физико-химические факторы биологической эволюции. - М.: Наука, 1979.
28. Шопвиль Ф., Энни А.Л. Биосинтез белка. - М.: Мир. 1977.

I. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Предмет физики и ее методы исследования

Физика – это наука о наиболее общих фундаментальных законах природы. Предметом изучения физики являются материальные структуры окружающего нас мира: элементарные частицы, атомы, молекулы, кристаллы и аморфные тела, силовые поля (электромагнитные, гравитационные, ядерные и т. д.), их строение, взаимодействие и движение.

Глубокое впечатление на физиков производят не только единство и упорядоченность природы, но и её неожиданная гармония и возможность описания путём построения логических абстракций (познаваемость на основе человеческой логики). Для удобства изучения физика традиционно делится на довольно самостоятельные разделы: механику, молекулярную физику, электромагнетизм, оптику, квантовую механику, атомную физику и т.д. Это деление на самом деле весьма условно, сложилось исторически в процессе развития физики как науки и скрывает ту удивительную чёткость, с которой эти разделы согласуются друг с другом.

Оказывается число основных законов, описывающих поведение материальных структур, весьма невелико. И это поразительно, как всё многообразие явлений природы может быть описано на языке небольшого числа математических соотношений, настолько универсальных и общих, что любое, на первый взгляд, самое незначительное их уточнение требует коренного изменения нашего мировоззрения. Такие фундаментальные законы природы не открываются при поверхностном изучении окружающего нас мира, однако изобретательность, титанический труд и вдохновение исследователей позволяют обнаружить и сформулировать их в абстрактной форме, отделив всё второстепенное и мешающее увидеть гармонию в том бесконечном переплетении физических явлений, которое мы наблюдаем в действительности.

По современным воззрениям именно законы, а не конкретные материальные объекты и физические системы являются причиной удивительной упорядоченности и гармонии мира. Эти законы допускают как порядок, выражающийся в простоте свойств пространства и времени, так и порядок, проявляющийся в сложной организации. Мир оказывается единым и в том смысле, что один и тот же набор физических законов обуславливает и простую форму кристаллов и возможность (неизбежность?) возникновения столь сложных систем как живые или даже разумные организмы.

Начать изучение физики сразу с формулировки небольшого числа самых общих фундаментальных законов природы хотя и заманчиво, но, к сожалению, не представляется возможным. Во-первых, не все законы известны. Во-вторых, формулировка наиболее общих законов связана со многими необычными идеями, требующими для описания столь же необычной математики. Поэтому приходится двигаться шаг за шагом, постепенно увеличивая

число основных понятий и вводя соответствующий математический аппарат. В основе науки познания лежит следующий принцип: **пробный камень всех наших знаний — это опыт**. В целом, процесс познания осуществляется по следующей схеме:



Такая схема отражает структуру и последовательность мышления человека, познающего окружающий мир от фактов и эксперимента к центральному обобщению - закону, а от него к конкретным выводам, применяемым на практике.

Одновременно заниматься и теорией и экспериментом практически невозможно из-за больших различий в этих этапах процесса познания. Поэтому физики условно делятся на теоретиков и экспериментаторов.

Теоретики - воображают, анализируют и формулируют новые законы. Предметом теоретической физики являются модели, заменяющие реальные физические объекты идеальными (например, материальная точка, абсолютно твердое тело, упругое тело, идеальный газ, вязкая жидкость и т. д.; эти модели нам встретятся в дальнейшем). Модели, конечно не полностью адекватны физическим объектам и отражают лишь их основные черты и связи, важные (проявляющиеся) в изучаемом явлении. Задача теоретиков — анализировать результаты экспериментов, на их основе определять границы применимости существующих моделей и строить новые, более точные, модели материальных структур и их взаимодействий. Завершающим этапом построения теории является математическая модель, представляющая собой совокупность уравнений (как правило, дифференциальных или интегральных) с ограничениями (начальными и граничными условиями, дополнительными требованиями гладкости решения, условиями нормировки и т.д.), обеспечивающими существование решения, его единственность и непрерывную зависимость от исходных данных (все это вместе называется корректностью задачи).

Задача экспериментатора – создавать установки, ставить на них опыты, формулировать результат, изменять условия проведения экспериментов и в соответствии с ними модернизировать установки. Большое внимание экспериментаторам приходится уделять анализу причин и оценке величия ошибок, а также поиску путей их частичного уменьшения. Следует отметить, что в настоящее время экспериментальная физика стала коллективным и даже государственным делом, поскольку для проведения экспериментов требуется создание дорогостоящих, крупногабаритных и весьма сложных установок, объединяющих в себе идеи и плоды исследований из различных пограничных областей науки.

Невольно возникает вопрос – стоит ли государству расходовать столь огромные ресурсы на поддержку фундаментальных исследований? Есть ли какая практическая польза человечеству от них? Ответы на эти вопросы не так уж очевидны и не могут быть обоснованы процентами прибыли от капиталов, вложенных в науку. Как правило, выгода от финансирования научных исследований оказывается непрогнозируемой и не сводится просто к непосредственно получению доходов. Так в настоящее время физика элементарных частиц стала своего рода символом государственной мощи: если она развивается успешно и даёт ощутимые результаты, это свидетельствует о том, что наука и техника страны находятся на должном уровне. Только обладая передовыми технологиями, гарантированным качеством продукции других отраслей и высоким уровнем профессионализма научных сотрудников, государство может создать современные ускорители и оснастить их требуемой измерительной аппаратурой. Накопленный при этом опыт несомненно окажет неожиданное и благотворное влияние на другие направления: физических исследований, а в дальнейшем найдёт применение в новейших технологиях, работающих на пользу общества. Но как заранее такую реализацию опыта можно спрогнозировать, если развитие физики опережает технологию как минимум на полсотни лет? Вспомним теорию электромагнетизма Максвелла. Мог ли он предвидеть, что его абстрактные уравнения воплотятся в электродвигателях, радио, телевидении и многом другом, без чего современная жизнь немыслима? А не парадоксальным ли представляется сейчас утверждение Резерфорда о невозможности найти когда-нибудь практическое применение ядерной энергии? Пока мы так же, как и Резерфорд, не знаем, к каким новым технологиям способно привести развитие физики элементарных частиц, какие удастся обнаружить новые силы и новые принципы, которые расширят наше миропонимание и дадут нам власть над более широким кругом физических явлений. Человечество могут ожидать неведомые ранее открытия и прорывы в технологиях, но может оказаться, что от переднего края современной физики ещё очень долго не будет никакой видимой пользы для практики. Тогда надо вспомнить пророческие слова Фарадея: “Что толку от новорожденного?” — и терпеливо ждать, когда новорождённая физика подрастёт. Далёкие от практики виды человеческой деятельности, к которым можно отнести и фундаментальные физические исследования, являются свидетельством проявления человеческого духа, жажды познания, когда удовлетворение любопытства ставится во главу угла, скрашивая нашу жизнь в излишне материальном и прагматичном мире.

1.2. Развитие физической теории

История развития физики оказывается бесполезной и для самой физики по следующим причинам. Во-первых, изучение физики во многих случаях следует ее историческому пути развития даже тогда, когда это и не лучший путь (сила привычки!). Во-вторых, анали-

зируя историю открытий законов и явлений, можно понять, как это делается и что можно, а чего нежелательно делать (например: из истории создания специальной теории относительности следует полезность исследования инвариантности основных уравнений, описывающих законы природы, к пространственно-временным и другим преобразованиям; из истории поиска теоретического описания эффекта Комптона следует, что прежде чем сомневаться в фундаментальных законах сохранения энергии и импульса необходимо поискать другие причины, приводящие к иллюзии их невыполнения). В-третьих, изучать физику лучше по классическим работам, заложившим ее основу, поскольку это дает подлинное понимание ее идей и теории из первоисточников. И, наконец, история физики делает ее из абстрактной науки одушевленной, связанной с определенными, зачастую очень нетривиальными людьми.

Люди не сразу поняли, что в поведении природы скрыта гармония, и она подчиняется определенным физическим законам. Начальный период развития физики был мучительно долгим и заключался в наблюдении отдельных фактов и обнаружении в них некоторых закономерностей. Так, древние астрологии наблюдали повторяемость (периодичность) в движениях Солнца и Луны и научились количественно описывать это явление с точностью достаточной для предсказания затмений. Пифагор обнаружил строгую числовую зависимость высоты музыкального тона струны от её длины. По-видимому, он был первым, кто ясно осознал, что окружающий мир может быть понят и описан с помощью математики. Но систематические попытки раскрыть тайны природы начались только в средние века. В XIV веке была установлена пропорциональность расстояния, проходимого телом при его вертикальном падении из состояния покоя, квадрату времени движения. Общее признание этот факт получил уже после работ Галилея и Ньютона. Были обнаружены и другие механические закономерности (период колебаний маятника не зависит от размаха (амплитуды) его качаний и пропорционален квадратному корню из его длины; тела, брошенные под углом к горизонту, движутся по кривой одного и того же типа, называемой параболой, независимо от начальных условий бросания; эмпирические законы движения планет Кеплера и т. д.). Кульминацией физики средних веков явилось построение простейшей модели пространства — времени и формулировка Ньютоном законов классической механики. Научная революция, вызванная работами по механике Галилея и Ньютона, - яркий пример того, как невообразимое нагромождение фактов обретает изящную простоту, когда становятся известными законы, не формально описывающие наблюдаемые закономерности, а отражающие суть явлений.

Таким образом, развитие физической теории происходит не непрерывно, а скачками: длительные периоды накопления опыта, удачно объясняемого и объединяемого существующей теорией, а также появления фактов, ей противоречащих, сменяются революционными всплесками построения новой физической теории, уточняющей наше мировоззрение. При

этом оказывается справедливым **принцип преемственности: старые воззрения и теории не отбрасываются, а лишь становятся более четкими ограничения, при которых они сохраняют свою справедливость.**

Одним из наиболее ярких периодов развития физики является первая треть XX века, когда произошло становление квантовой механики и квантовой статистики, специальной и общей теорий относительности. К началу этого периода были в принципе завершены крупные разделы физики: классическая механика (Галилей — XVI век, Ньютон — XVII); термодинамика с двумя началами — законами сохранения энергии и возрастания энтропии (Майер, Гельмгольц, Клаузиус, Кельвин — XIX век); кинетическая теория газов с классической статистикой (Клаузиус, Максвелл, Больцман, Гиббс — XIX век); теория электромагнитного поля Фарадея - Максвелла (20-ые годы XIX века). Удалось достичь глубокого понимания природы электричества и магнетизма, были открыты радиоволны, получила всестороннее экспериментальное подтверждение атомистическая теория. И хотя этот уровень понимания физических явлений заставил выйти за пределы доступных человеку непосредственно восприятий, новые идеи сводились к простой экстраполяции привычных представлений (атомы рассматривались как крохотные подобию бильярдных шаров; электромагнитные поля – как напряжения в гипотетической среде – эфире, а световые волны – как колебания эфира). Кажалось, развитие физической теории окончено и в дальнейшем предстоит лишь “скучно” объяснять на основе сформулированных законов все известные и вновь открываемые явления природы. В связи с этим лорд Кельвин в одной из своих лекций (1901г.) отмечал: «только два облачка на ясном горизонте физики омрачают ее стройную систему». Этими “облачками” были, по мнению Кельвина, опыт Майкельсона и вопрос о теплоемкости газов. Для объяснения двух небольших затруднений классической физики потребовалось, однако, изменение всего миропонимания, в результате которого родились специальная теория относительности (СТО) и квантовая теория (более точнее, исторически квантовая теория начала развиваться с решения проблемы о спектральной плотности черного излучения).

Новая физика (квантовая механика и теории относительности), сохранив в определенных пределах старую, перевернула наши воззрения на пространство-время и законы микромира. Наивные представления о рациональном и механическом мире, которым управляют причинно-следственные связи в духе лапласовского детерминизма, канули в Лету, уступив место таинственному миру парадоксов и “потусторонней” реальности. Одной из особенностей новой физики оказалось отсутствие в ней наглядности (известный физик Л.Д. Ландау по этому поводу отмечал: «Самой замечательной чертой современной физики является то, что в ней существуют правильные, т.е. соответствующие опыту утверждения, которые невозможно себе представить»). Объекты микромира и пространственно — временные законы теорий

относительности настолько отличаются от окружающего нас мира макроскопических тел и малых скоростей (мира классической физики), что в этом мире для них отсутствуют приемлемые модели. В связи с отсутствием наглядности развитие современной теории происходило весьма трудно. Хотя Планк еще в 1900 году ввел основную постоянную квантовой механики - постоянную Планка, построение квантовой механики завершилось лишь к концу 20-ых годов, т.е. понадобилось более 25 лет. СТО была создана уже к 1905 году, но ее понимание и признание физиками шло весьма затруднительно (создатель СТО А. Эйнштейн утверждал, что кроме него специальную теорию относительности понимает лишь десяток физиков; до сих пор печатаются теории, не обобщающие, а полностью отвергающие СТО) и только неопровержимые экспериментальные подтверждения способствовали ее становлению (в настоящее время все ускорители частиц рассчитываются по соотношениям СТО).

Сейчас передним краем физики являются физика элементарных частиц и астрофизика. Какое из этих направлений будет более плодотворным, покажет будущее.

1.3. Взаимосвязь физики с другими науками

Физика, являясь наукой о фундаментальных законах природы, тесно связана и оказывает огромное влияние на соседние области естествознания, а также другие направления деятельности и творчества человечества.

Прежде всего, на математику. **Математика — язык физики**, средство для количественного описания физических процессов. Подчеркивая значение математики для физической науки, один известный физик определил ее, как попытку заставить природу подчиняться математике. Имея дело со странными понятиями новой физики, воображение отказывается служить человеку. Продвижение вперед вряд ли было бы возможно без математики. Преобразование абстрактных формул не требует воображения и позволяет точно описывать самые необычные явления даже в случае, когда их физический смысл ещё до конца не выяснен. Некоторые математические абстракции, благодаря разработанному для них эффективному математическому аппарату, настолько удачно отображают физические явления, что сами приобретают черты реальности. Именно так произошло, например, с формально введенным Максвеллом и Фарадеем понятием поля. Созданная математиками теория векторных полей оказалась весьма эффективной при описании электродинамических явлений, и сейчас никто из физиков в существовании электромагнитных полей не сомневается. Поэтому математика может нравиться или нет, но без ее знания изучение физики невозможно. В свою очередь, физика тоже помогает математике — поставляет ей новые идеи, а иногда и даже целые направления для исследований. Например, обобщенные функции (в частности, d - функция Дирака) возникли первоначально в физике без должного обоснования, а затем уже усилиями математиков была построена их теория.

Наиболее тесно взаимосвязана физика с химией. В результате кропотливого изучения свойств химических элементов была построена периодическая система Д.И.Менделеева. Теоретическое же обоснование этого открытия стало возможным лишь после создания нового раздела физики - квантовой механики. Поэтому в **основах теоретической химии лежит квантовая механика**. Кроме того, у химии и физики есть общий раздел - это статистическая механика. В любой химической реакции участвует большое число атомов, движущихся случайным образом, и необходимо построить способы описания таких систем, поскольку прямая попытка расчета поведения каждого атома в отдельности не под силу даже современным ЭВМ. В физике статистическая механика необходима, прежде всего, для обоснования положений термодинамики.

К физике и химии близко примыкает **биология – наука о живом**. Именно при экспериментах над замкнутыми системами, содержащими в своем составе живые организмы, был открыт один из основных законов физики - закон сохранения энергии. Органическая химия изучает состав, строение и химические свойства веществ, синтезируемых живой материей. В функционировании организмов можно наблюдать много физических процессов: циркуляция крови, ее давление, передача электрических сигналов по нервным тканям, работа хрусталика как фокусирующей линзы и т.д. Однако было бы неправомерным сводить биологию к физике. Один из создателей квантовой механики Э. Шредингер в книге “Что такое жизнь” убедительно показывает, что многие явления жизни не поддаются объяснению на основе известных физических законов. Более того, на современном этапе такое сложное явление как жизнь не удастся объяснить, оставаясь в рамках узко материалистического миропонимания (например, материалистическая теория происхождения видов Дарвина подвергается в настоящее время конструктивной критике, но остается неясным, чем ее можно было бы заменить, поскольку предлагаемые теории «квантовых» скачков в эволюции видов неизбежно приводят к выводу об участии в таких скачках духовной составляющей в виде обобщенного слова или божественного начала). В то же время физика обеспечивает биологию измерительной аппаратурой для проведения исследований, физические явления используются также в медицине для поддержания жизни и диагностики (например, действие лазерного излучения для исправления дефектов глаза и разрушения камней в почках).

Следующая близкая к физике наука - астрономия, Астрономия старше физики. Именно экспериментально наблюдаемая астрономам простота в закономерностях движения звезд и планет послужила причиной открытия законов механики и дала начальный толчок для развития физики как науки. **Выдающимся открытием астрономии было то, что все звезды состоят из тех же атомов, что и Земля**. Следовательно, в астрономии можно использовать физические законы, которые были открыты и экспериментально проверены в земных усло-

виях. Физика помогла астрономии объяснить источники энергии звезд как термоядерные реакции, теоретически предсказать такие нетривиальные объекты, как пульсары, черные дыры и многое другое (этими вопросами в настоящее время занимается часть современной физики — астрофизика).

С физикой тесно связаны также **геология — наука о Земле** и **метеорология — наука о погоде на Земле**. Метеоролог обеспечен приборами, благодаря развитию экспериментальной физики. Однако исчерпывающая теория в метеорологии до сих пор не разработана. На первый взгляд кажется странным, почему, зная состояние воздуха сегодня, мы не можем предсказать его завтра. Вся причина в неустойчивости атмосферных течений. На самом деле мы не знаем состояния атмосферы и сегодня, т.к. из-за неустойчивости воздушной массы все время происходит ее завихрение (аналогично тому, как состояние воды до падения с плотины хорошо известно, а после падения завихряется и разбивается на струи совершенно непредсказуемым образом). Такое неустойчивое поведение газа или жидкости называется турбулентным течением, плохо поддающимся детерминированному описанию, и в связи с этим уверенно предсказывать погоду мы до сих пор не умеем.

Переходя к геологии, следует отметить, что **главным вопросом этой науки является вопрос о том, как Земля стала такой, - как она есть**. В повседневной жизни мы наблюдаем развитие разрушительных процессов: реки подмывают берега, поля заносятся пылью, с горных вершин падают камни и т.д. Однако горы сейчас не ниже, чем были в прошлом. Следовательно, наряду с разрушением горных массивов идет процесс их восстановления. Но пока остается не вполне ясным, почему и как происходят восстановительные процессы типа горообразования. Не лучше обстоит дело с исследованием процессов в недрах Земли. Хорошо известно распределение плотности веществ внутри нашей планеты, однако до сих пор не построена удовлетворительная теория состояния вещества при давлениях и температурах, характерных для внутренних оболочек Земли. Как это не парадоксально, состояние вещества в звездах, где высокая температура, мы описываем лучше, чем на собственной планете.

Психология, парапсихология, психоанализ, гипноз и т.д. - это, с точки зрения физика, скорее не науки, т.к. на современном этапе они даже в принципе не поддаются объяснению на основе известных физических законов. Но и здесь есть ряд очень интересных, чисто физических задач и проблем. Например: пусть животное чему-то научилось, чего прежде не умело делать — значит, что-то изменилось в клетках головного мозга или еще где-то; в чем состоит это изменение, и где оно произошло — неизвестно. Это очень важная проблема и притом в значительной степени нерешенная. Близкая к ней проблема распознавания образов, тесно связанная с психологией и физикой системы «глаз-мозг». Для этой области характерным является пример известного специалиста космонавтики и искусствоведения — Б.В.

Раушенбаха: удаление предмета не соответствует его уменьшению согласно требованиям подобия, т.к. глаз стремится сохранить размер неизменным, сам его как-то «пересчитывая».

Философия – это наука о наиболее общих законах природы и общества. Центральное место в составе философских наук занимает **метафизика - наука о мире как целом.** Исследуя элементы бытия, метафизика отыскивает во множестве разнообразных предметов тождественное ядро, но и физика сталкивается с аналогичной проблемой (например, одним из важнейших достижений физики является открытие тождественности электромагнитных волн высокой частоты и света). Разница заключается лишь в том, что физика, как и другие частные науки о природе, в своём анализе не заходит слишком глубоко, а метафизика задаётся целью вскрыть наиболее всеобъемлющие тождества и выявить абсолютное основное, т.е. выйти за пределы мира в область Сверхмирового начала, в сферу Абсолютного (дойти до самой сути!).

Даже отдельные области естествознания на пути познания тождественных отношений в природе наталкиваются на великие трудности и зачастую строят различные теории для описания одного и того же явления природы. Тем более понятно поэтому, что метафизика до сих пор не выработала общепризнанной системы знаний о мире и является ареной ожесточённой борьбы множества философских школ.

Искусство не является частью естествознания, но поскольку человек есть существо одухотворенное и не лишённое эмоций, то окружающий мир он познает и фиксирует в своем сознании не только силой разума, но и чувствами, выражая их в стихах, картинах, музыке, театре и т.д. С этой точки зрения (искусство как средство познания окружающего мира) искусство имеет точки соприкосновения с физикой. В частности, многие художественные картины природы содержат ряд тонко подмеченных и верно изображенных физических явлений и закономерностей. Есть полотна, на которых представлены физические картины, в условиях, далеких от наблюдаемых в повседневной жизни (например, нарисованы предметы, видимые в нерассеянном свете — так выглядят тела на любой планете без атмосферы). Используют художники в своих картинах и ряд оптических и психологических эффектов (например, кубизм - есть подмеченное художниками свойство мозга идеализировать форму реальных предметов, сводя ее к правильным стереометрическим фигурам: кубу, сфере, пирамиде). Однако во многих картинах можно легко обнаружить большое количество деталей, которых не может быть, т.к. они противоречат хорошо экспериментально подтвержденным законам физики (например, в картине Н. Рериха «Заморские гости» скорость корабля, оцененная по длине волн, обгоняющих корабль, оказывается значительно меньше скорости, определенной по размеру носовой волны). И это совсем не плохо, поскольку у художников свои задачи и приемы воздействия на эмоции и психику человека (в случае «Заморских гостей» завышен-

ная носовая волна создает впечатление веселости в беге расписной ладьи, а мелкость волн ряби подчеркивает глубину и студёность реки).



Очевидно, существуют и менее непосредственные взаимоотношения искусства с физикой, недаром многие великие физики излагали свои научные воззрения в виде стихотворных поэм (Лукреций, М.В.Ломоносов и другие). По-видимому,

это связано с тем, что работа в искусстве и в физике является творческим процессом, а значит, и то и другое возбуждает работу мозга (наверное, поэтому многие физики впадают в лирику: любят стихи и сами их пишут). Замечена и обратная любовь: поэты и писатели - фантасты, обладая недюжинной фантазией, часто предсказывают физические открытия. Ярким примером здесь могут служить хрестоматийные строки поэмы, написанной в 1921 году поэтом — символистом Андреем Белым:

Мир рвался в опытах Кюри
Атомной, лопнувшей бомбой
На электронные струи
Невоплощенной гекатомбой.

Мало того, что за полтора десятка лет здесь предсказано создание атомной бомбы, но и указано начало пути создания — опыты Кюри.

Даже это небольшое число примеров показывает, что успехи в физике плодотворно сказываются на развитии смежных с ней наук, а она, в свою очередь, впитывает все их достижения.

II. КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

2.1. Кинематика материальной точки

Механика – раздел физики, изучающий простейшую форму движения материи – механическое движение, т.е. движение материальных объектов в пространстве и времени. Это определение имеет смысл, если установлено, что означают термины: «движение», «материальные объекты», «пространство», «время». Далее мы будем рассматривать случай, когда скорости материальных объектов V малы по сравнению со скоростью света: $V/C \ll 1$ ($C=300000$ км/с). Механика при $V/C \ll 1$ называется классической. В классической механике предполагается, что свойства пространства и времени не зависят от того, какие материальные объекты в них движутся. Это позволяет изучать способы описания движения независимо от физических свойств движущихся объектов. **Раздел механики, где изучаются способы описания движения независимо от их причин** (причины изучаются в динамике), **называется кинематикой:**

$$\boxed{\text{кинematика}} = \boxed{\text{пространство}} + \boxed{\text{время}} = \boxed{\text{геометрия}} + \boxed{\text{хронометрия}} .$$

Вообще говоря, кинематика - часть математики, но поскольку хронометрия мало чего добавляет к геометрии, то кинематика не интересует математиков и рассматривается в курсах физики.

Движение определяется как изменение положения одних тел относительно других. Эти другие тела называются телами отсчета. Как правило, с ними связывают систему координат. **Совокупность тел отсчета, связанных с ними систем координат и синхронизированных между собой часов называется системой отсчета.** Понятие системы отсчёта является фундаментальным в физике. В классической механике линейные масштабы и промежутки времени остаются неизменными при переходе от одной системы отсчета к другой. Кроме того, предполагается, что пространство и время — абсолютны, т.е. не зависят друг от друга и от выбора системы отсчета. **Пространство считается евклидовым, однородным и изотропным, а время - однородным.** При этом все системы отсчета равноправны и можно говорить лишь о движении одной системы отсчета относительно другой, но нельзя говорить об абсолютном движении системы отсчета.

Теперь о материальных объектах. В качестве моделей материальных объектов в механике наиболее часто рассматриваются материальная точка (м.т.) и твердое тело (т.т.). **Материальная точка – тело, размерами которого в условиях задачи можно пренебречь.** **Твердое тело - система материальных точек, расстояние между которыми не меняется в процессе движения,** т. е. деформации тела либо несущественны для решаемой задачи, либо пренебрежимо малы.

Основная цель кинематики состоит в том, чтобы задать или определить положение движущейся м.т. или т.т. относительно некоторой системы отсчёта в каждый момент времени. Рассмотрим три основные задачи, которые возникают в кинематике.

Первая задача кинематики. Имеется неподвижная система отсчета и связанный с ней наблюдатель. Необходимо описать движение м.т. относительно наблюдателя. Это можно сделать тремя способами: векторным, координатным и естественным.

Векторный способ – положение точки задается ее радиусом - вектором $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ с началом в некоторой неподвижной точке O . Тогда скорость м.т., V и ее ускорение определяют через векторную функцию $\mathbf{r}(t)$ по следующим формулам:

$$\mathbf{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}. \quad (2.2)$$

Координатный способ — положение м.т. задается тремя скалярными функциями, которые представляют собой координаты движущейся точки в системе координат, жестко связанной с телом отсчета. для декартовой системы координат имеем $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$. Тогда скорости и ускорения определяются по следующим формулам:

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(xi + yj - zk), \quad \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k,$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k\right) = \frac{d^2x}{dt^2}i + \frac{d^2y}{dt^2}j + \frac{d^2z}{dt^2}k + \frac{d^2z}{dt^2}k,$$

откуда

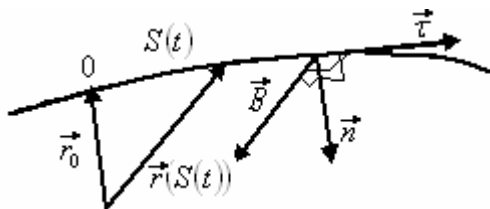
$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad V_z = \frac{dz}{dt},$$

$$\cos(\mathbf{V}, i) = V_x/V, \quad \cos(\mathbf{V}, j) = V_y/V, \quad \cos(\mathbf{V}, k) = V_z/V, \quad V = |\mathbf{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2},$$

$$\cos(\mathbf{a}, i) = a_x/a, \quad \cos(\mathbf{a}, j) = a_y/a, \quad \cos(\mathbf{a}, k) = a_z/a, \quad a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Естественный способ – задают форму траектории, начало отсчета на ней т. O и дуго-



вую координату (расстояние вдоль траектории от начала отсчета O до текущего положения точки) $S=S(t)$. Скорости и ускорения м.т. выражают через форму траектории производные функции $S(t)$. Знание формы траектории позволяет в каждой ее точке определить кривизну $1/p$, а также построить сопро-

траектории позволяет в каждой ее точке определить кривизну $1/p$, а также построить сопро-

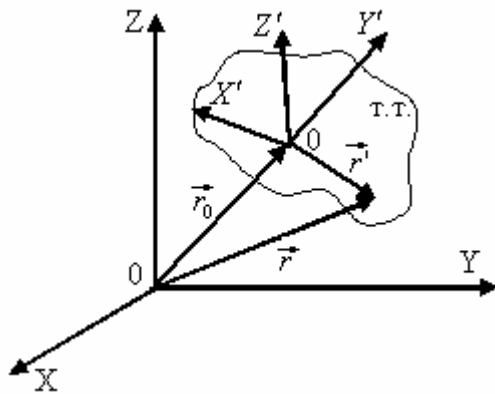
вождающий трехгранник: $\hat{\mathbf{t}}, \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{b}}$ ($\hat{\mathbf{t}}$ - единичный вектор, касательный к траектории, $\hat{\mathbf{n}}$ - единичный вектор главной нормали, $\hat{\mathbf{b}} = [\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{t}}]$ - единичный вектор бинормали). Этих характеристик оказывается достаточно для определения \dot{V} и $\dot{\mathbf{a}}$ по известной функции $S(t)$ и кривизне траектории $1/\rho$. Можно доказать следующие соотношения:

$$\frac{\mathbf{r}}{V} = \frac{dS}{dt} \hat{\mathbf{t}}, \quad V = |\dot{\mathbf{r}}| = \left| \frac{dS}{dt} \right|, \quad (2.3)$$

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{d^2 S}{dt^2} \hat{\mathbf{t}} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 \hat{\mathbf{n}} = \frac{d^2 S}{dt^2} \hat{\mathbf{t}} + \frac{V^2}{r} \hat{\mathbf{n}}, \quad a = |\dot{\mathbf{a}}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2 S}{dt^2} \right)^2 + \frac{V^4}{r^2}}. \quad (2.4)$$

Из соотношений (2.3), (2.4) следует, что вектор скорости м.т. всегда направлен по касательной к траектории, а ускорение имеет две составляющие: касательную $a_t = \frac{d^2 S}{dt^2}$ и нормальную $a_n = \frac{V^2}{r}$, т. е. **проекция вектора ускорения на бинормаль равна нулю**. При этом касательная часть ускорения обусловлена изменением величины скорости, в то время как нормальное – изменением ее направления.

Вторая задача кинематики. Заданы две системы отсчета и наблюдатель, связанный с



первой системой. Описать движение второй системы отсчёта относительно наблюдателя. Поскольку со второй системой отсчета можно связать твердое тело, то сформулированная ситуация эквивалентна задаче описания движения твердого тела относительно неподвижного наблюдателя. Рассмотрим частный случай вращения т.т. вокруг неподвижной оси. Поскольку в этом случае все точки т.т. (второй системы координат)

движутся по окружностям, то описание их движения наиболее просто может быть определено заданием лишь одной функции: $j(t)$ – зависимости угла поворота тела от времени. По известной функции $j(t)$ находятся: скорость ее изменения – угловая скорость $W(t)$ и скорость изменения угловой скорости – угловое ускорение $b(t)$:

$$W(t) = \frac{dj}{dt}, \quad b(t) = \frac{dW}{dt} = \frac{d^2 j}{dt^2}.$$

Величин W и b оказывается достаточно для расчета скоростей и ускорений точек т.т. На самом деле, в соответствии с формулами (2.3), (2.4) и, учитывая, что траекториями точек являются окружности, получаем ($dS = r dj$, ρ - расстояние от точки до оси вращения)

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{rdj}{dt} = rW,$$

$$\mathbf{a} = \frac{d^2S}{dt^2} \mathbf{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 \mathbf{n} = r b \mathbf{t} + W^2 r \mathbf{n}, \quad (2.5)$$

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = r \sqrt{b^2 + W^4}.$$

Из соотношений (2.5) следует, что для т.т., вращающегося вокруг неподвижной оси, линейные скорости и ускорения точек прямо пропорциональны расстоянию до оси вращения.

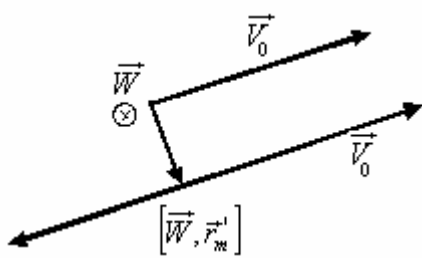
В общем случае описание движения т.т. также осуществляется заданием угловой скорости, но при этом она уже является вектором, т.е., объектом, имеющим не только величину, но и направление (направление \dot{W} совпадает с мгновенной осью вращения т.т. и определяется по правилу «буравчика»). Вектор углового ускорения определяется соотношением $\mathbf{b}(t) = \frac{d\dot{W}}{dt}$.

Можно доказать, что в общем случае для расчета скоростей и ускорений точек т.т. достаточно задания скорости движения \dot{V}_0 начала координат системы (X', Y', Z') (в рассмотренном выше частном случае, очевидно, $\dot{V}_0 = 0$) и векторов \dot{W}, \mathbf{b} :

$$\dot{V} = \dot{V}_0 + [\dot{W}, \mathbf{r}'], \quad \mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + [\mathbf{b}, \mathbf{r}'] + [\dot{W}, [\dot{W}, \mathbf{r}']] \quad (2.6)$$

Из (2.6) следует $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_b + \mathbf{a}_w$, где: $\mathbf{a}_b = [\mathbf{b}, \mathbf{r}']$ – вращательно ускорение, обусловленное изменением угловой скорости (в общем случае, в отличие от вращения т.т. вокруг неподвижной оси, \mathbf{a}_w направлено не по касательной к траектории); $\mathbf{a}_w = [\dot{W}, [\dot{W}, \mathbf{r}']]$ – осестремительное ускорение, направленное перпендикулярно к мгновенной оси вращения (не центростремительное, т.к. направлено не к точке O !).

Пример 2.1. Рассмотрим случай плоского или, более общего, плоско-параллельного движения, т.е. движения, при котором каждая точка т.т. движется в плоскости, параллельной некоторой неподвижной плоскости. Поскольку через заданную точку можно провести лишь одну плоскость, то точки тела, лежащие в плоскости, параллельной указанной в определении, в этой плоскости и останутся. Следовательно, положение т.т. при плоско-параллельном движении определяется положением любого сечения тела плоскостью, параллельной заданной неподвижной. Тем самым плоско-параллельное движение сводится к плоскому. Плоское движение, в свою очередь, можно свести к чистому вращению, т.е. в каждый момент найти точку (положение мгновенной оси вращения), где $\dot{V} = 0$. Будем искать радиус-вектор этой точки, в виде $\mathbf{r}'_m = \mathbf{a} [\dot{V}_0, \dot{W}]$, определяя его из условия равенства скорости нулю:



$$\dot{V} = \dot{V}_0 + [\dot{W}, \mathbf{r}'] = 0, \text{ откуда } \dot{V}_0 + a [\dot{W}, [\dot{V}_0, \dot{W}]] = 0,$$

или, раскрывая двойное векторное произведение,

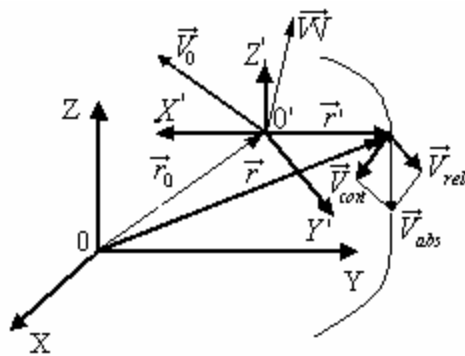
$$\dot{V}_0 + a (\dot{V}_0 W^2 - \dot{W} \cdot (\dot{V}_0, \dot{W})) = 0$$

Т.к. в силу перпендикулярности векторов \dot{V}_0 и \dot{W}

имеем $(\dot{V}_0, \dot{W}) = 0$, то $a = -1/W^2$, откуда $\mathbf{r}'_m = -[\dot{V}_0, \dot{W}]/W^2$ и $|\mathbf{r}'_m| = V_0/W$.

Плоско-параллельным движением является, например, качение цилиндра по плоскости, В отсутствии проскальзывания мгновенная ось вращения проходит через точку касания цилиндра с плоскостью.

Третья задача кинематики - кинематика сложного движения. Имеются две системы



отсчета и с каждой из них связан наблюдатель. Известно движение м.т. относительно одной из систем и движение этой системы, относительно другой. Определить движение точки относительно этой другой системы отсчета. Т.е. третья задача кинематики – это задача перехода в описании движения м.т. относительно наблюдателей, связанных с различными системами отсчета.

Для большей наглядности будем считать, что: система $X Y Z$ — это земля; система $X' Y' Z'$ – летящий и вращающийся самолет; наблюдатель в $X Y Z$ – просто неподвижный относительно земли человек, а по самолету движется стюардесса. Тогда третья задача кинематики заключается в определении скорости и ускорения стюардессы, относительно неподвижного человека («абсолютных» скоростей \dot{V}_{abs} и ускорения \dot{a}_{abs}) при заданном движении самолета относительно земли (его угловой скорости \dot{W} и углового ускорения \dot{b} , а также скорости движения какой-либо его точки \dot{V}_0) и известных скоростях и ускорениях стюардессы относительно самолета (относительных скоростях и ускорениях $\dot{V}_{rel}, \dot{a}_{rel}$). Можно показать, что решение задачи нахождения \dot{V}_{abs} приводит к закону сложения скоростей Галилея:

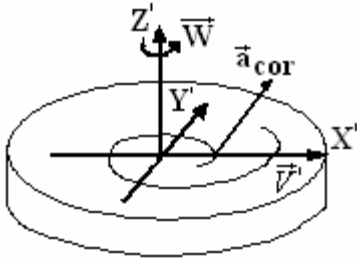
$$\dot{V}_{abs} = \dot{V}_{con} + \dot{V}_{rel}, \tag{2.7}$$

где в соответствии с (2.6) $\dot{V}_{con} = \dot{V}_0 + [\dot{W}, \mathbf{r}']$ – переносная скорость - скорость той точки самолета, в которой находится стюардесса (скорость точки т.т., связанного с $X'Y'Z'$, относительно $X Y Z$). Как это ни удивительно, но для ускорений закон сложения оказывается несправедливым: к сумме добавляется «загадочное» слагаемое $\dot{a}_{cor} = 2[\dot{W}, \dot{V}_{rel}]$ - кориолисово ускорение

$$\dot{a}_{abs} = \dot{a}_{con} + \dot{a}_{rel} + \dot{a}_{cor}, \tag{2.8}$$

где в соответствии с (2.6) $\mathbf{a}_{con} = \mathbf{a}_0 + [\dot{\mathbf{b}}, \mathbf{r}'] + [\dot{\mathbf{W}}, [\mathbf{W}, \mathbf{r}]]$ – переносное ускорение, т.е. ускорение точки самолета, в которой находится стюардесса.

Пример 2.2. Кориолисово ускорение возникает по двум физически различным причинам,



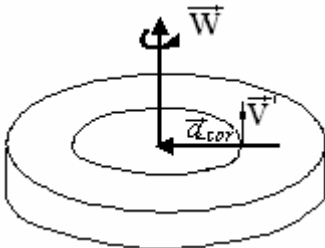
которые мы рассмотрим на примере движения м.т. (жука) по диску, вращающемуся с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси.

а) При относительном движении жука вдоль радиуса диска со скоростью \dot{V}' изменяется расстояние до оси вращения, что приводит к росту линейной скорости вращения, который как раз и является следствием возникновения \mathbf{a}_{cor} . На самом деле, прямые вычисления показывают совпадение величины ускорения обусловленного изменением линейной скорости вращения, с кориолисовым ускорением равным в данном случае $\mathbf{a}_{cor} = 2[\mathbf{W} \|\mathbf{V}'\|]$. Пусть $x = r \cos(Wt)$, $y = r \sin(Wt)$, тогда, например, при $t=0$ (случай $t=0$ наиболее простой для рассмотрения), имеем:

$$a_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = -rW^2, \quad a_y = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) = 2 \frac{dr}{dt} W = 2WV'.$$

Таким образом, a_y при $t=0$ соответствует кориолисовому ускорению.

б) Жук ползет по одной из окружностей нарисованной на диске мелом с равномерной относительной скоростью V' . Т.к. $a_{rel} = a' = V'^2 / r$, то



$$a = (V' + Wr)^2 / r = V'^2 / r + Wr^2 + 2WV' = a_{rel} + a_{con} + a_{cor}.$$

Следовательно, в этом случае кориолисово ускорение обеспечивает жуку часть ускорения в неподвижной системе координат.

2.2. Динамика материальной точки

Теперь займемся динамикой – частью механики изучающей причины движения. В основе динамики лежат законы Ньютона. Открытие законов Ньютона было одним из наиболее ярких моментов в истории физики. До Ньютона движение тел, например, небесных светил, представлялось загадкой, но после формулировки Ньютоном своих законов все вдруг стало понятным. Ньютон не только открыл законы, но и построил свою простейшую модель пространства - времени. Эта модель, соответствующая классической механике, исходит из интуитивных представлений, сделанных по результатам наблюдений движения материальных объектов с $V/C \ll 1$, и вследствие большой величины скорости света область её применения весьма широка. Т.к. в модели время – абсолютно и однородно, а пространство – абсо-

лотно, однородно и изотропно, то в рамках кинематики все системы отсчета – равноправны. Совершенно иначе обстоит дело в динамике, где обнаруживается преимущество одного класса систем отсчета по отношению ко всем остальным. Опыт показывает, что в различных системах отсчета динамические законы движения также различны и иногда весьма сложны. Поэтому, естественно, возникает задача поиска класса систем, в которых динамика простейшей модели материального объекта – м.т. — выглядит наиболее просто. Из опыта повседневной жизни более менее ясно, что причинами ускорения м. т. являются как действие других тел, так и свойства самих систем отсчета. Следовательно, скорее всего, причины движения будут выглядеть наиболее просто в тех системах отсчета, где ускорение возникает лишь в результате действия других тел. В таких системах, если на тело (м.т.) не действуют другие тела, то оно находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, т.е. не имеет ускорения. Однако возникает вопрос о существовании таких систем отсчета, называемых инерциальными. Ответ можно получить лишь только на основе наблюдений над механическими явлениями в реальном мире. По крайней мере, оказывается, что предположение о существовании класса инерциальных систем не приводит ни к каким противоречиям с опытом. Это предположение и представляет **первый закон динамики Ньютона: существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными, в которых, если на тело не действуют другие тела, то оно находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.** Ясно, что, если существует хотя бы одна инерциальная система отсчета, то их бесконечно много. На самом деле, любая система отсчета, движущаяся равномерно без вращения относительно инерциальной с некоторой произвольной скоростью \dot{V}_0 , также будет инерциальной, поскольку в ней, согласно соотношению (2.8):

$$\dot{a}' = \dot{a}_{rel} = \dot{a}_{abs} - \dot{a}_{con} - \dot{a}_{cor} = \dot{a}_{abs} = 0, \quad (\dot{a}_{con} = \dot{a}_{cor} = 0).$$

Инерциальные системы обладают рядом замечательных свойств (однородность времени, однородность и изотропность пространства по отношению к законам динамики), в частности, для них выполняется принцип относительности Галилея: **все инерциальные системы по своим механическим свойствам эквивалентны друг другу, т. е. никакими механическими опытами нельзя установить покоится или движется инерциальная система отсчета, если опыты проводятся внутри неё** (внутри — значит без взаимодействия с теми телами, относительно которых определяется движение). Следовательно, вид законов механики не должен меняться при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой (иначе по различному проявлению отличающихся законов можно было бы различить одну систему отсчета от другой, а это как раз и противоречит принципу Галилея), т.е. должен сохраняться при преобразовании Галилея, описывающих связи между координатами и време-

нами систем отсчета, движущихся с постоянной скоростью \dot{V}_0 относительно друг друга. В частном случае, когда оси систем координат параллельны, а направление вектора относительной скорости \dot{V}_0 совпадает с направлением оси X, преобразование Галилея имеют наиболее простой вид:

$$\begin{cases} x' = x - V_{ox}t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}, \text{ откуда } \begin{cases} V_x = V'_x + V_{ox} \\ V_y = V'_y \\ V_z = V'_z \end{cases} \text{ и } \begin{cases} a_x = a'_x \\ a_y = a'_y \\ a_z = a'_z \end{cases}. \quad (2.9)$$

В случае сохранения вида уравнений при каких-либо преобразованиях говорят об инвариантности этих уравнений к рассматриваемым преобразованиям. Поэтому принцип Галилея можно сформулировать как требование инвариантности уравнений механики к преобразованиям Галилея.

Рассмотрим **второй и третий законы Ньютона**. По определению инерциальной системы отсчета ускорение материальных точек в ней может быть вызвано лишь действием со стороны других материальных объектов. Из опыта следует, что, если тело A сообщает ускорение телу B , то и тело B сообщает ускорение телу A , т.е. **действие тел имеет характер взаимодействия**. Для характеристики этого взаимодействия вводят фундаментальную физическую величину — силу. **Сила есть мера механического взаимодействия тел**. Поскольку сила является причиной ускорения, а ускорение – вектор, то постулируют, что и сила – вектор \dot{F} , причём ее направление совпадает с направлением ускорения, т.е. $\dot{F} \parallel \dot{a}$.

Опыт показывает, что величина силы, действующей на тело, пропорциональна ускорению $F \sim a$. Более того, оказывается, что отношение $|\dot{F}|/|\dot{a}|$ для данного тела не зависит от направления действия и величины силы. Следовательно, скалярная величина $|\dot{F}|/|\dot{a}|$ характеризует некоторое свойство самого тела. Эту величину называют массой **Масса — мера инертности тела**, т.е. мера способности тела сопротивляться изменению его скорости. Экспериментально установлены следующие свойства массы: аддитивность – масса составного тела равна сумме масс его частей; независимость от параметров движения (координат, скорости и ускорения). Таким образом, из всех изложенных фактов следует второй закон Ньютона: **в инерциальных системах отсчета ускорение м.т. прямо пропорционально действующей на нее силе и обратно пропорционально массе m:**

$$\dot{a} = \dot{F} / m. \quad (2.10)$$

Закон Ньютона можно записать и в других эквивалентных (2.10) видах:

$$m\overset{\mathbf{r}}{a} = \overset{\mathbf{r}}{F}, \quad m\frac{d\overset{\mathbf{r}}{V}}{dt} = \overset{\mathbf{r}}{F}, \quad \frac{d}{dt}(m\overset{\mathbf{r}}{V}) = \overset{\mathbf{r}}{F}, \quad \text{или}$$

$$\frac{d}{dt}(\overset{\mathbf{r}}{p}) = \overset{\mathbf{r}}{F}, \quad d\overset{\mathbf{r}}{p} = \overset{\mathbf{r}}{F}dt, \quad \Delta\overset{\mathbf{r}}{p} = \int_{t_1}^{t_2} \overset{\mathbf{r}}{F}dt, \quad (2.11)$$

где по определению $\overset{\mathbf{r}}{p} = m\overset{\mathbf{r}}{V}$ – импульс м.т.

Самое лучшее (строгое) определение силы — это утверждение, что сила есть физическая величина равная произведению массы на ускорение $\overset{\mathbf{r}}{F} = m\overset{\mathbf{r}}{a}$. Именно на основе такого определения силу часто измеряют при проведении экспериментов. Однако, если принять такое определение, то получается кажущийся парадокс: второй закон Ньютона превращается просто в определение силы и тогда нечего удивляться, что выполняется равенство $\overset{\mathbf{r}}{F} = m\overset{\mathbf{r}}{a}$, т.к. это по определению. В чем же смысл второго закона Ньютона? Он состоит в том, что величина, определенная как произведение массы на ускорение, обладает рядом замечательных свойств: она характеризует взаимодействие тел (отлична от нуля лишь при их наличии), зависит, как правило, только от расстояния между взаимодействующими телами (не зависит от скорости, ускорения и других кинематических характеристик) и, наконец, для нее справедлив **третий закон Ньютона** (конечно Ньютон понимал, что без формулировки свойств сил его второй закон будет выглядеть логически незавершенным): **силы взаимодействия двух м.т. действуют по одной прямой, противоположно направлены и равны по величине:**

$$\overset{\mathbf{r}}{F}_{12} = -\overset{\mathbf{r}}{F}_{21} \quad (2.11)$$

Запись третьего закона Ньютона в эквивалентном (2.11) виде: $\overset{\mathbf{r}}{F}_{12} + \overset{\mathbf{r}}{F}_{21} = \overset{\mathbf{r}}{0}$ менее предпочтительна, т. к. возникает впечатление об уравновешенности сил взаимодействия, а это не так, поскольку эти силы приложены к различным телам.

В соответствии с принципом Галилея для двух инерциальных систем отсчета (штрихованной и нештрихованной) должны одновременно выполняться законы Ньютона $\overset{\mathbf{r}}{F} = m\overset{\mathbf{r}}{a}$ и $\overset{\mathbf{r}}{F}' = m'\overset{\mathbf{r}}{a}'$. Но для двух инерциальных систем отсчета $\overset{\mathbf{r}}{a} = \overset{\mathbf{r}}{a}'$, и из независимости массы от скорости следует, что $m = m'$. Поэтому из принципа Галилея следует **инвариантность сил относительно инерциальных систем отсчета** $\overset{\mathbf{r}}{F} = \overset{\mathbf{r}}{F}'$.

Второй закон Ньютона справедлив для тел постоянной массы в инерциальных системах отсчета, когда на движение м.т. не наложено никаких ограничений. В тех случаях, если одно из этих условий не выполняется, удастся все-таки представить уравнение движения в виде уравнения Ньютона, но при этом приходится вводить некоторые фиктивные силы. Например, при рассмотрении тела с переменной массой закон Ньютона сохраняет свой

вид, но добавляется **реактивная сила** \dot{F}_r (при этом уравнение движения называется уравнением Мещерского)

$$m \frac{d\dot{V}}{dt} = \dot{F} + \dot{F}_r, \quad (2.12)$$

где реактивная сила $\dot{F}_r = \dot{u} \frac{dm}{dt}$ возникает в результате передачи телу дополнительного импульса от добавляемой массы, имеющей скорость относительно м.т. равную \dot{u} . Аналогично для м.т. с наложенными ограничениями на движение возникают **силы реакции** \dot{R} . Наконец, **в неинерциальных системах отсчета появляются силы инерции.**

Выведем соотношения для расчета сил инерции. Пусть K – инерциальная система отсчета, в которой справедлив закон Ньютона $m\dot{a} = \dot{F}$. Система K' движется с ускорением \dot{a}_0 , вращается с угловой скоростью \dot{W} и угловым ускорением \dot{b} относительно системы K . Очевидно, что K' – неинерциальна и, как было получено в лекции № 1, ускорение м.т. в ней имеет три составляющих

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \dot{a}_{con} + \dot{a}_{rel} + \dot{a}_{cor} && \text{или} \\ \dot{a} &= \dot{a}' + \dot{a}_0 + [\dot{b}, \dot{r}'] + [\dot{W}, [\dot{W}, \dot{r}']] + 2[\dot{W}, \dot{v}']. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Подставляя ускорение \dot{a} из (2.13) во второй закон Ньютона в инерциальной системе отсчета K , находим вид уравнения движения м.т. в неинерциальной системе K' :

$$\begin{aligned} m(\dot{a}' + \dot{a}_0 + [\dot{b}, \dot{r}'] + [\dot{W}, [\dot{W}, \dot{r}']] + 2[\dot{W}, \dot{v}']) &= \dot{F}, \quad \text{откуда} \\ m\dot{a}' &= \dot{F} - m\dot{a}_0 + m[\dot{b}, \dot{r}'] - m[\dot{W}, [\dot{W}, \dot{r}']] - 2[\dot{W}, \dot{v}'] \quad \text{или} \\ m\dot{a}' &= \dot{F} + \dot{F}_0 + \dot{F}_b + \dot{F}_w + \dot{F}_{cor}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где $F_0 = -m\dot{a}_0$ – сила инерции, обусловленная ускорением поступательного движения; $F_b = m[\dot{r}', \dot{b}]$ – сила инерции, вызванная изменением угловой скорости вращения; $F_w = -m[\dot{W}, [\dot{W}, \dot{r}']] = mW^2 \dot{r}'$ – центробежная сила (вернее “осебежная”, т.к. направлена от оси, а не от центра); $F_{cor} = 2m[\dot{v}', \dot{W}]$ – кориолисова сила. Итак, в общем случае в неинерциальных системах отсчета справедлив закон Ньютона (2.14), в котором присутствуют четыре силы инерции. Эти силы обладают следующими отличительными свойствами: пропорциональны массе м.т.; зависят от свойств системы отсчета $K'(\dot{a}_0, \dot{W}, \dot{b})$; отсутствует их источник, т.е. они – нематериальны и для них не справедлив третий закон Ньютона.

Пример 2.3. В северном полушарии правые берега рек – обрывистые, что обусловлено силой Кориолиса, возникающей из-за вращения Земли. Оценим величину этой силы на полюсе

(здесь она максимальна, т.к. $\vec{V}' \perp \vec{W}$), если река течет со скоростью $V' = 3,6 \text{ км/час} = 1 \text{ м/с}$ вдоль меридиана, а угловая скорость вращения Земли определяется из условия, что за 24 часа угол поворота составляет 2π радиан, $W = 2\pi / 24 / 3600 = 0,7292 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Массу воды примем равной одной тонне

$$|\vec{F}_{cor}| = 2VW = 2 \times 1 \text{ м/с} \times 0,7292 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1} \times 10^3 \text{ кг} \cong 0,15 \text{ н} \cong 15 \text{ г}.$$

Хотя на каждую тонну воды действует незначительная сила в 15 граммов, однако её оказывается достаточно, чтобы реки подмывали правые берега в северном полушарии (велики время воздействия и масса воды).

Таким образом, любую задачу механики можно решать в инерциальной или в неинерциальной системах отсчета. Выбор системы диктуется постановкой вопроса и стремлением получить ответ более простым путем. Часто оказывается, что наиболее удобно это делать именно в неинерциальных системах отсчета.

2.3. Законы сохранения в механике

В физике существует немало сложных и очень точных (фундаментальных) законов, но замечательным и облегчающим их изучение является то, что все многообразие явлений природы пронизано общими принципами, которые в явной или неявной форме содержатся в каждом законе. Примерами таких принципов могут служить законы сохранения (ЗС). Физики под ЗС понимают существование физических величин, остающихся постоянными при определенных условиях независимо от того, когда (время) и где (пространство) вы их подсчитаете. Следовательно, формулировка ЗС должна содержать: условия выполнения закона, определение и способ подсчета сохраняющейся величины и утверждение об ее сохранении. Замечательно, что ЗС всегда удается сформулировать на языке математики и поэтому использовать их для количественного описания явлений природы.

Почему же ЗС так важны в физике? Почему Р. Фейман называет их **великими законами**? **Во-первых, они не зависят от траектории частиц и особенностей действующих сил**, что позволяет делать из ЗС. общие выводы, не вникая в детальное рассмотрение задачи. Если какой — то процесс противоречит ЗС, то этот процесс невозможен и не надо тратить силы на его изучение. **Во-вторых, ЗС можно применять и тогда, когда законы действия сил неизвестны** в этом случае ЗС — единственный инструмент для исследований. Так обстоит дело в физике элементарных частиц. **В-третьих, даже когда силы известны, ЗС. позволяют, как правило, получить решение более изящным путем**, чем непосредственное применение второго закона Ньютона. Поэтому, решая задачу, сначала пытаются применить ЗС и, если этого оказывается недостаточным, то используют второй закон Ньютона. И, наконец, ЗС важны потому, что **они универсальны и продолжают работать даже в тех условиях**,

когда нарушаются второй и третий законы Ньютона (из которых они выводятся в классической механике), а поведение частиц описывается законами квантовой механики и специальной теории относительности.

Поскольку ЗС в механике следуют из законов Ньютона, справедливых в инерциальных системах отсчета, то, соответственно, и законы сохранения выполняются в отсутствие сил инерции. Вывод ЗС в механике проводится по единой схеме; определяется некоторая аддитивная физическая величина (такая величина, полное значение которой для системы м.т. равно сумме значений по всем материальным точкам, входящим в эту систему: импульс, момент импульса, кинетическая энергия) и с использованием законов Ньютона выводится теорема о скорости ее изменения, а затем на основе полученной теоремы ищутся условия, когда какая-то величина (уже необязательно аддитивная) сохраняется. Основными в механике являются законы сохранения импульса, момента импульса и полной энергии. Сформулируем их для системы материальных точек (сначала приводится соответствующая теорема о скорости изменения, а потом и сам ЗС с условиями, при которых он выполняется).

Закон сохранения импульса. Импульсом материальной точки называется произведение ее массы на скорость: $\mathbf{p} = m\mathbf{V}$. Из второго и третьего законов Ньютона следует теорема об изменении импульса системы м.т.: в инерциальной системе отсчета скорость изменения суммарного импульса материальных точек равна суммарной внешней (external) силе $\mathbf{F}_{\Sigma ext}$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{P}_{\Sigma}) = \mathbf{F}_{\Sigma ext}, \quad (2.15)$$

где суммарный импульс системы м.т. \mathbf{P}_{Σ} есть просто векторная сумма импульсов всех частиц (N - число частиц в системе) $\mathbf{P}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} \mathbf{p}_i$.

Важным моментом в (2.15) является то, что на скорость изменения импульса влияют лишь внешние силы, действующие на систему, т.к. внутренние взаимодействия согласно третьему закону Ньютона друг друга нейтрализуют.

Система м.т. называется замкнутой, если на нее не действуют внешние силы $\mathbf{F}_{\Sigma ext} = 0$. Для замкнутых систем справедлив закон сохранения импульса, поскольку из (2.15) получаем $\frac{d}{dt}(\mathbf{P}_{\Sigma}) = \mathbf{F}_{\Sigma ext} = 0$, откуда следует **Закон сохранения импульса (ЗСИ) системы м.т.: в замкнутой системе материальных точек суммарный импульс сохраняется**

$$\mathbf{P}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} \mathbf{p}_i = \sum_{i=1}^{i=N} m\mathbf{V}_i = const. \quad (2.16)$$

Кроме того, ЗСИ выполняется в некоторых случаях, когда система м.т. – незамкнута:

- внешние силы действуют, но их сумма равна нулю $\dot{F}_{\Sigma ext} = 0$;

- сумма внешних сил равна нулю в некотором направлении $X : F_{\Sigma ext} = 0$, тогда сохраняется проекция суммарного импульса только на это направление $P_{\Sigma x} = const$;

- взаимодействие осуществляется в течение малых промежутков времени (например, при взрыве) и вследствие этого внутренние силы много больше внешних (в этом случае ЗСИ справедлив лишь приближенно; можно показать, что условием его выполнения является следующее соотношение между изменением импульса каждой м.т. $\Delta \dot{P}$ и импульсом, действующих на нее внешних сил, за время взаимодействия $t : |\Delta \dot{P}| \gg |F_{ext}|t$).

Теорема об изменении суммарного импульса позволяет сформулировать закон движения некоторой выделенной точки системы, называемой центром масс. Под **центром масс (ц.м.) системы м.т.** понимают движущуюся с этой системой точку, радиус-вектор которой в любой момент времени определяется по формуле (M – масса системы):

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \cdot \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \cdot \mathbf{r}_i}{M}. \quad (2.17)$$

Теорема о движении ц.м.: центр масс системы м. т. движется подобно материальной точке с массой равной массе системы под действием силы равной суммарной внешней силе, действующей на систему

$$M\dot{A} = \dot{F}_{\Sigma ext}. \quad (2.18)$$

Следствие: **центр масс замкнутой системы находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.**

В соответствии с (2.18) для любой системы м.т. есть такая характерная точка (она обязательно совпадает с какой-нибудь конкретной м.т. системы, но находится где-то вблизи ее – в области сосредоточения массы системы), которая так же подчиняется второму закону, Ньютона, как и каждая м.т., т.е. совокупность точек в некотором смысле ведет себя подобно каждой из них. В этом случае говорят, что закон воспроизводит себя в большом. Именно поэтому сравнительно легко воспринимаются законы движения абстрактной модели – материальной точки, т. к. ее движение очень похоже на движение окружающих нас тел (по крайней мере, одной из их точек). Квантовая механика лишена наглядности, в том числе и в связи с тем, что закон движения микрочастицы – уравнение Шредингера – совсем непохож на классический закон движения их совокупности (макрочастицы).

Закон сохранения момента импульса во многом аналогичен ЗС импульса. Поэтому без детальных обсуждений сформулируем лишь окончательные результаты. Моментом импульса м.т. \dot{L} относительно полюса O называется векторное произведение радиуса-вектора м.т., проведенного из т. O , на импульс $\dot{L} = [\mathbf{r}, \mathbf{p}]$. Из второго и третьего законов Ньютона следует теорема об изменении суммарного момента импульса системы м.т. $\dot{L}_\Sigma = \sum_{i=1}^N [\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{p}}_i]$ относительно неподвижного полюса

$$\frac{d\dot{L}_\Sigma}{dt} = \mathbf{M}_{\Sigma ext}, \quad (2.19)$$

где $\mathbf{M}_{\Sigma ext} = \sum_{i=1}^N [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_{i ext}]$ - суммарный момент внешних сил, действующих на систему.

В замкнутой системе м.т., когда $\dot{M}_{\Sigma ext} = 0$ справедлив **закон сохранения момента импульса (ЗСМИ): в замкнутой системе м.т. суммарный момент импульса относительно неподвижного полюса сохраняется:**

$$\dot{L}_\Sigma = \sum_{i=1}^N [\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{p}}_i] = const. \quad (2.20)$$

Кроме замкнутых систем З.С.М.И. имеет место и в тех случаях, когда $\dot{M}_{\Sigma ext} = 0$ хотя бы относительно одного полюса, тогда и $\dot{L}_\Sigma = const$ относительно этого же полюса. Так, например, обстоит дело при движении материальной точки в центральном поле, где $\dot{L}_\Sigma = const$ только относительно одного полюса – центра действующей на м.т. силы. Также относительно применимости ЗСМИ можно повторить то, что говорилось применительно к ЗСИ.

Закон сохранения энергии (ЗСЭ) существенно отличается от ЗСИ по условиям его применимости и характеру проявления (например, сохраняющаяся в ЗСЭ величина – полная энергия – в отличие от импульса и момента импульса уже не является аддитивной). Введем понятие работы силы \dot{F} . Элементарной работой dA силы \dot{F} на перемещении $d\dot{r}$ называется их скалярное произведение (j - угол между $d\dot{r}$ и \dot{F})

$$dA = (\dot{F}, d\dot{r}) = F \cdot dr \cdot \cos(j).$$

На конечном перемещении работа A вычисляется уже с помощью криволинейного интеграла вдоль траектории м. т. (M - число разбиений вдоль траектории):

$$A = \sum_{i=1}^M dA_i = \sum_{i=1}^M F_i dr_i \cos(j_i) = \int_1^2 (\dot{F}, d\dot{r}),$$

и во многих конкретных случаях эти вычисления затруднительны.

Пример 2.4. Расчёт работы сил.

а) работа упругой силы $\vec{F} = -k\vec{r}$ (k - коэффициент пропорциональности)

$$A = \sum_{i=1}^M dA_i = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}) = -\int_1^2 (k\vec{r}, d\vec{r}) = -k \int_1^2 \frac{d(\vec{r}, \vec{r})}{2} = -\frac{kr^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{kr_1^2}{2} - \frac{kr_2^2}{2}.$$

б) работа кулоновской (или гравитационной) силы. Для кулоновских и гравитационных сил справедливо одно и то же уравнение $\vec{F} = -\frac{a}{r^3}\vec{r}$. Отличаются только значения коэффициентов a : для сил гравитации $a = gMt$ (m, M - массы притягивающихся тел); для кулонов-

ских сил $a = -\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}$ (q, Q - величины взаимодействующих зарядов)

$$A = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}) = -\int_1^2 \frac{(a\vec{r}, d\vec{r})}{r^3} = -a \int_1^2 \frac{d(\vec{r}, \vec{r})}{r^3} = -a \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{a}{r} \Big|_1^2 = \frac{a}{r_2} - \frac{a}{r_1}.$$

в) сила тяжести у земной поверхности $\vec{F} = m\vec{g}$, $\vec{g} = const$

$$A = m \int_1^2 (\vec{g}, d\vec{r}) = -mg \int_1^2 dz = mg(z_1 - z_2).$$

Однако так устроена природа, что работа фундаментальных сил (под фундаментальными понимаются силы, которые не сводятся к другим, т.е. они не являются результатом усреднения по большому числу взаимодействующих частиц или итогом какого-либо иного приближенного рассмотрения; с этой точки зрения силы трения, вязкости и т.д., очевидно, не считаются фундаментальными) не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным состоянием системы (положением тел).

Если в системе действуют только стационарные силовые поля, работа сил которых не зависит от формы траектории, а определяется начальным и конечным состояниями системы, то такая система м.т. называется консервативной.

Когда работа не зависит от формы траектории, то можно построить функцию W , называемую потенциальной энергией, так, что ее изменение будет определять работу A_{12} , совершаемую силовым полем при перемещении м.т. из т.1 в т.2

$$A_{12} = -\Delta W. \tag{2.21}$$

Пример 2.5. Из ранее рассмотренных примеров вычисления работы и из соотношения (2.21) легко получить следующие формулы для вычисления потенциальной энергии.

а) упругая потенциальная энергия (в частности энергия пружины, растянутой на r)

$$W = \frac{kr^2}{2};$$

б) кулоновская и гравитационная энергии $W = -\frac{a}{r}$; $W = -g\frac{Mm}{r}$; $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{r}$;

в) потенциальная энергия тела у поверхности Земли $W = mgz$.

Из второго закона Ньютона следует **теорема об изменении суммарной кинетической энергии** (кинетической энергией м.т. называется величина $T = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$) **системы м.т.:** **дифференциал суммарной кинетической энергий системы м.т. dT_Σ равен элементарной работе всех приложенных к ней сил**

$$dT_\Sigma = dA \quad (2.22)$$

Здесь существенно, что $dA = dA^{ext} + dA^{int}$, т.е. в (2.22) входит работа всех сил, поскольку, хотя по третьему закону Ньютона внутренние силы и равны попарно, но работа от них в сумме в ноль не обращается, т.к. $d\vec{r}_i \neq d\vec{r}_k$. Пусть система консервативна, т.е. поля сил стационарны и потенциальны. Тогда из (2.22) и $dA = -dW$ получаем закон сохранения полной энергии механической энергии (полной механической энергией называется сумма кинетической и потенциальной)

$$dT_\Sigma = dA = -dW, \text{ откуда } d(T_\Sigma + W) = 0,$$

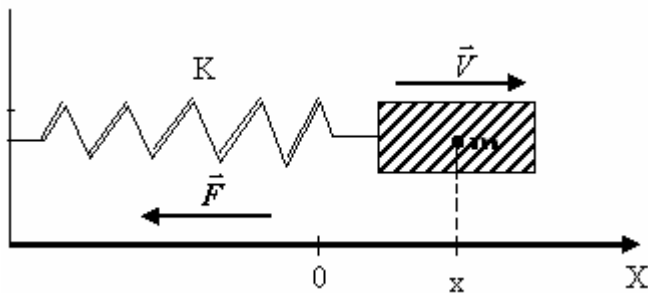
т.е.

$$T_\Sigma + W = const, \quad (2.23)$$

Таким образом, **в консервативной системе м.т. полная механическая энергия сохраняется.**

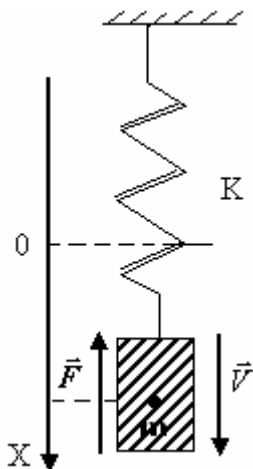
Пример 2.6. 3.С.Э. для конкретных систем.

а) грузик на плоскости, скреплен с пружинкой:



$$\frac{mV^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = const.$$

б) грузик, повешенный на пружинке:



$$\frac{mV^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx = const,$$

где x и потенциальная энергия отсчитываются от положения, в котором пружина не растянута.

в) две массы m и M , взаимодействующие по закону всемирного тяготения и находящиеся на расстоянии r друг от друга:

$$\frac{mV_m^2}{2} + \frac{MV_M^2}{2} - g \frac{mM}{r} = const.$$

Следует отметить, что ЗСЭ наиболее «привередливый» из всех законов сохранения, поскольку полная энергия так и норовит перейти в какой-либо немеханический вид энергии. Основной причиной такого поведения энергии является то, что в случае непотенциальных силовых полей часть энергии переходит в тепло, которое, согласно второму закону термодинамики есть наиболее «плохой» вид энергии, не желающий возвращать ее полностью механической системе (при изучении термодинамики рассмотрим этот вопрос подробнее).

2.4. Механика сплошных сред и используемые в ней физические модели

В классической механике Ньютона рассматриваются две модели материальных объектов: материальная точка и абсолютно твердое тело (которое мы для краткости называли просто т.т.). В абсолютно твёрдом теле расстояния между точками не изменяются. Однако все реальные тела под действием приложенных сил меняют свою форму и объем. Исследовать эти изменения можно только в рамках более общей модели — модели сплошной среды, позволяющей описывать течения жидкостей и газов, а также деформацию твердых тел.

Суть модели сплошной среды заключается в том, что материальный объект представляется состоящим из континуума частиц, заполняющих его объем непрерывно, т.е. всякий элементарный (малый) объем жидкости или газа содержит еще очень большое число частиц. Поэтому под малым объемом следует понимать **малый по сравнению с объемом среды, но в то же время большой по сравнению с межмолекулярными расстояниями**. Например, если говорят о движении точки жидкости, то речь идет не о смещении отдельной молекулы, а об изменении положения целого элемента объема, содержащего достаточно много молекул, но принимаемого в механике сплошных сред за точку.

Модель сплошной среды, в которой дискретная совокупность молекул, составляющих материальный объект, распределяется непрерывным образом, весьма удобна, т.к. позволяет применить к ней математический анализ непрерывных (во многих случаях дифференцируемых) функций, Состояние движущейся жидкости (газа) математически описывается заданием распределений ее скорости, давления и плотности как функций пространственных координат и времени

$$V = V(x, y, z, t), \quad P = P(x, y, z, t), \quad \rho = \rho(x, y, z, t).$$

Такой подход к описанию, когда мы располагаемся в точке. пространства (x, y, z) и следим в ней за изменением параметров среды, называется **эйлеровым способом задания движения**.

Однако можно сделать и иначе: выбрать частицу жидкости с начальными координатами (x_0, y_0, z_0) и, двигаясь вместе с нею, следить как меняются ее скорость, давление и плотность

$$V = V(x_0, y_0, z_0, t), \quad r = r(x_0, y_0, z_0, t), \quad P = P(x_0, y_0, z_0, t).$$

Такой подход называется **лагранжевым способом задания движения**. Каждый из подходов позволяет полностью описать движение среды, и выбор одного из них определяется лишь постановкой за соображениями удобства. Далее будем использовать эйлеров способ задания движения.

Как уже отмечалось, законы сохранения являются основополагающими во всей физике и, конечно же, они применимы к модели сплошной среды. Рассмотрим их применение на примере стационарного движения жидкости (газа), когда в любой точке (x, y, z) параметры состояния сохраняются постоянными:

$$V(x, y, z, t) = const, \quad \rho(x, y, z, t) = const, \quad P(x, y, z, t) = const.$$

Траектория частиц при таком движении совпадают с линиями тока (линиями, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением скорости). **Часть жидкости, протекающей внутри поверхности, образованной линиями тока, будем называть стружкой, если ее поперечное сечение столь мало, что параметры потока можно считать постоянными по всему сечению.** Закон сохранения массы для стружки записывается в виде:

$$r_1 V_1 S_1 = r_2 V_2 S_2 \quad \text{или} \quad rVS = const,$$

где индексы 1, 2 соответствуют двум различным поперечным сечениям стружки.

Общий вид закона сохранения энергии для стружки достаточно громоздкий, но в случае, когда стружка теплоизолирована и не совершает работу, он имеет более простой вид:

$$I + \frac{V^2}{2} + gz = const \quad (2.24)$$

где I - энтальпия единицы массы, которая для разреженного газа (идеального газа) линейно зависит от его температуры (U - внутренняя энергия; P, r, C_p - давление, плотность и теплоемкость газа)

$$I = U + P/r = C_p T. \quad (2.25)$$

Из (2.24) и (2.25), пренебрегая изменением потенциальной энергии, получаем уравнение теплосодержания

$$I + \frac{V^2}{2} = const. \quad (2.26)$$

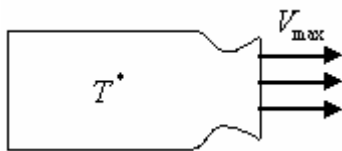
Пример 2.7. а). Если идеальный газ полностью затормозить, то его температура возрастет до так называемой температуры торможения T^* , которую можно найти из уравнения теплосодержания (2.26)

$$C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p T^*, \quad \text{откуда} \quad T^* = T + \frac{V^2}{2C_p} = T + \frac{V^2}{2100}.$$

Последнее равенство написано для воздуха с учетом значения его теплоемкости $C_p = 1,05$ кДж/кг. При скорости потока $V = 1000$ м/с получаем увеличение температуры

$$\Delta T = T^* - T = \frac{10^6}{2100} \text{град} \cong 500 \text{град}.$$

б) Определим максимальную скорость истечения газа из сосуда:



$$C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p T^*,$$

откуда учитывая, что скорость максимальна, когда газ максимально возможно охладится $T = 0$, получаем (для воздуха):

$$V_{\max} = \sqrt{C_p T^*} = 44,8 \sqrt{T^*} \text{ м/с}.$$

При $T^* = 4900^0 \text{ K}$ имеем $V_{\max} \approx 3 \text{ км/с}$.

Закон сохранения импульса (вернее теорема об его изменении) приводят к уравнению Бернулли, которое при отсутствии вязкого трения записывается в виде:

$$VdV + \frac{dP}{\rho} = 0 \quad (2.27)$$

и может быть получено также как следствие из уравнения изменения энергии струйки и первого начала термодинамики.

В отличие от жидкостей и газов конденсированные среды сопротивляются не только изменению объема, но и формы. При этом, если нагрузки не очень велики, то после их снятия деформации исчезают, а форма и объём тела сохраняются. Такое свойство тел называется упругостью. Упругое поведение сред связано с их атомно-молекулярной структурой, которая в рамках модели сплошной среды игнорируется. Основными законами для описания упругого деформирования являются закон Гука и соотношение Пуассона, полученные экспериментальным путем и справедливые в случае изотропных материалов.

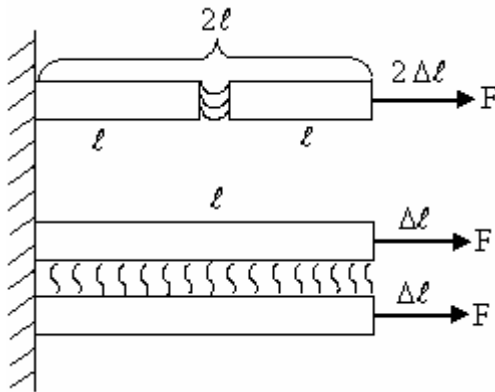
Закон Гука (модель изотропного упругого тела). При достаточно малых силах F удлинение Δl бруска пропорционально растягивающей силе, приложенной к торцам бруска:

$$\Delta l \sim F. \quad (2.28)$$

Соотношение Пуассона. При растяжении брусок сжимается в поперечном направлении, причем относительное сжатие оказывается пропорциональным относительному продольному растяжению (h - продольный размер бруска, l - длина бруска):

$$\frac{\Delta h}{h} \sim \frac{\Delta l}{l}.$$

Установим теперь, как удлинение зависит от длины бруска. Для этого мысленно соеди-



ним два бруска длиной l каждый и растянем их силой F . При этом на каждый из них будет тоже действовать сила F и, очевидно, общее удлинение составит $2\Delta l$. Следовательно, $\Delta l \sim l$. Сложим два бруска боковыми гранями и к каждому из них приложим силу F . Опять будет удлинение Δl , но оно уже достигнуто силой $2 \times F$ из-за увеличения площади сечения до $2S$. Поэтому $\Delta l \approx \frac{F}{S}$. Обобщая предыдущее, получаем $\Delta l \approx \frac{Fl}{S}$.

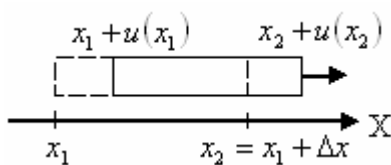
Коэффициент пропорциональности называется модулем Юнга и, обозначая его через E , закон Гука можно записать в виде:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \quad \text{или} \quad s = E e_1, \quad (2.29)$$

где $s = \frac{F}{S}$ - напряжение - сила, действующая на единицу площади; $e_1 = \frac{\Delta l}{l}$ - продольная деформация - относительное удлинение в направлении оси бруса. Вводя коэффициент Пуассона n , для поперечного удлинения имеем:

$$\frac{\Delta h}{h} = -n \frac{\Delta l}{l} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta h}{h} = -\frac{n F}{E S} \quad \text{или} \quad e_h = -\frac{n}{E} s. \quad (2.30)$$

Знак минус введен потому, что для большинства материалов при $\Delta l > 0$ (растяжение) имеет место $\Delta h < 0$ (сжатие). Закон Гука можно записать в форме, выразив деформацию бруска через перемещение $u(x)$:



$$e_1 = \frac{\Delta l}{l} = \frac{[x_2 + u(x_2)] - [x_1 + u(x_1)] - \Delta x}{\Delta x} = \frac{u(x_2) - u(x_1)}{\Delta x} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x},$$

где x - текущие координаты точек бруска

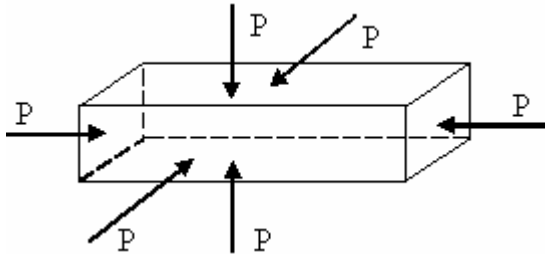
Теперь закон Гука принимает вид:

$$s = E \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (2.31)$$

Важным следствием линейности законов Гука и Пуассона является принцип суперпозиции, если на упругую среду действует множество сил $F = \sum_{i=1}^N F_i$, то полная деформация

(напряжение) есть сумма деформаций (напряжения) от каждого из воздействий $e = \sum_{i=1}^N e_i$.

Пример 2.8. Гидростатическое давление — брусок помещен в жидкость под давлением P .



Используем принцип суперпозиции:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l_1}{l} + \frac{\Delta l_2}{l} + \frac{\Delta l_3}{l},$$

где Δl_1 - сжатие из-за приложения P к торцам

$\frac{\Delta l_1}{l} = -\frac{P}{E}$; Δl_2 - растяжение из-за приложения силы

P к вертикальным граням $\frac{\Delta l_2}{l} = n \frac{P}{E}$; Δl_3 - растяжение из-за приложения силы P к горизон-

тальным граням $\frac{\Delta l_3}{l} = n \frac{P}{E}$. Итак,

$$\frac{\Delta l}{l} = -\frac{P}{E}(1-2n). \tag{2.32}$$

Аналогично получаем:

$$\frac{\Delta h}{h} = -\frac{P}{E}(1-2n), \quad \frac{\Delta w}{w} = -\frac{P}{E}(1-2n). \tag{2.33}$$

Используя (2.32), (2.33), найдем изменение объема ΔV ($V = lhw$):

$$\Delta V = (l + \Delta l)(h + \Delta h)(w + \Delta w) - lhw = V \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta w}{w} \right) = -3PV \frac{1-2n}{E}, \quad \text{или} \quad P = -K \frac{\Delta V}{V},$$

откуда $P = -K \frac{\Delta V}{V}$,

где $K = \frac{E}{3(1-2n)}$ - модуль объемного сжатия. Из этого выражения, для модуля объемного

сжатия через E и n следует, что т.к. $K > 0$, то $n \leq \frac{1}{2}$. При $n = \frac{1}{2}$ получаем $K = \infty$, т.е. зна-

чение $n = \frac{1}{2}$ соответствует несжимаемому материалу.

III. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

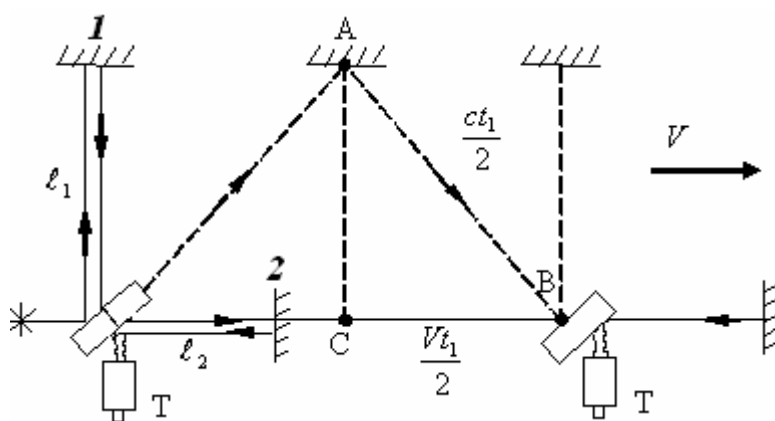
3.1. Принципы относительности Галилея и Эйнштейна. Опыт Майкельсона - Морли

Свыше двухсот лет считалось, что уравнения движения материальной точки, провозглашенные Ньютоном, правильно описывают природу. Потом была обнаружена ошибка. Исправил ошибку в 1906 году Эйнштейн, создав специальную теорию относительности. В механике Ньютона справедлив **принцип относительности Галилея: никакими механическими опытами, производящимися внутри (т.е. без взаимодействия с телами вне системы отсчета) инерциальной системы отсчета, нельзя обнаружить (измерить) движение системы.** При этом предполагалось, что другими, например, оптическими опытами, движение обнаружить можно. Выполнение принципа относительности Галилея обеспечивается инвариантностью уравнений движения Ньютона по отношению к преобразованиям Галилея, т.е. вид уравнений не меняется при замене переменных:

$$\begin{cases} X' = X - Vt, \\ Y' = Y, \\ Z' = Z, \\ t' = t. \end{cases} \quad (3.1)$$

Но вид уравнений Максвелла, описывающих электромагнитные волны (оптические явления), меняется при преобразованиях (3.1), и поэтому естественно предположить, что принцип относительности для них не должен выполняться. Однако опыт показывает, что выполняется и оказывается, что все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета: **никакими физическими наблюдениями и опытами не удастся обнаружить движение инерциальной системы отсчета.** Это утверждение получило название **принципа относительности Эйнштейна.**

Наиболее известным опытом, показывающим невозможность оптическим способом обнаружить движение инерциальной системы отсчета является опыт Майкельсона — Морли. При движении интерферометра Майкельсона со скоростью V (см. рисунок) времена прохождения световых лучей до их наложения (интерференции) рассчитываются по следующим соотношениям.



Для луча, отраженного от зеркала № 1 (из $\triangle ABC$):

Для луча, отраженного от зеркала № 1 (из $\triangle ABC$):

$$\left(\frac{Ct_1}{2}\right)^2 = l_1^2 + \left(\frac{Vt_1}{2}\right)^2 \quad \text{или} \quad C^2 t_1^2 = 4l_1^2 + V^2 t_1^2,$$

откуда $t_1 = \frac{2l_1}{C\sqrt{1-(V/C)^2}}$.

Для луча, отраженного от зеркала № 2:

$$t_2 = \frac{l_2}{C-V} + \frac{l_2}{C+V} = \frac{2l_2 C}{C^2 - V^2} = \frac{2l_2}{C(1-V^2/C^2)}.$$

Следовательно, возникает разность времени хода:

$$t_1 - t_2 = \frac{2}{C} \left[\frac{l_1}{\sqrt{1-(V/C)^2}} - \frac{l_2}{1-V^2/C^2} \right]$$

и наблюдаются интерференционные полосы.

Если прибор повернуть на 90° , то для получения результата надо поменять местами индексы 1 и 2:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{2}{C} \left[\frac{l_2}{\sqrt{1-(V/C)^2}} - \frac{l_1}{1-V^2/C^2} \right].$$

Разность времени хода лучей измениться на величину:

$$\Delta t = (t'_1 - t'_2) - (t_1 - t_2) = \frac{2(l_1 + l_2)}{C} \left[\frac{1}{1-V^2/C^2} - \frac{1}{\sqrt{1-(V/C)^2}} \right], \quad (3.2)$$

что должно привести к смещению интерференционных полос. Однако при всей тщательности проведения опытов этого не происходит, как будто движения нет (при $V=0$ из (3.2) следует $\Delta t = 0$).

3.2. Преобразования Лоренца

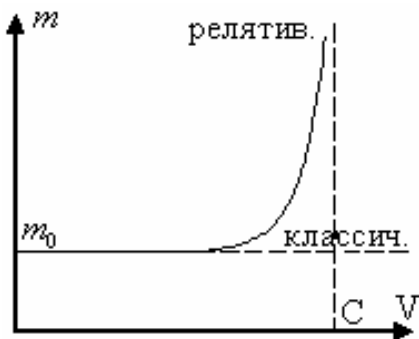
Из отрицательного результата (отсутствия смещения полос) в опыте Майкельсона - Морли следует, что уравнения Максвелла также должны быть инвариантны к преобразованиям, описывающим изменение координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой. Однако, как уже упоминалось выше, вид уравнений Максвелла при преобразованиях Галилея (3.1) не сохраняется. Следовательно, либо не верны уравнения Ньютона с преобразованиями Галилея, либо не верны уравнения Максвелла. Поскольку уравнения Максвелла были открыты значительно позднее, то именно они и подверглись проверке, а также различным видоизменениям и преобразованиям. В частности, Лоренцем были найдены пространственно-временные преобразования (при переходе от системы отсчета $K(x,y,z,t)$ к системе $K'(x',y',z')$, движущейся относительно нее со скоростью V), не изменяющие уравнений Максвелла:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \frac{t - V \cdot x / c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}. \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Уравнения Максвелла выдержали испытания, и поскольку для них справедливы не преобразования Галилея, а преобразования Лоренца, то именно последние правильно описывают пространственно - временные соотношения в различных инерциальных системах отсчета. Но, приняв такую точку зрения, необходимо признать ограниченность области применимости механики Ньютона и изменить уравнения движения так, чтобы они стали инвариантны к замене переменных (3.3). Оказалось, что для этого достаточно ввести зависимость массы от скорости по формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \quad (3.4)$$

где m_0 - масса покоя (масса в системе отсчета, в которой тело покоится) График зависимости



массы от скорости согласно (3.4) показан на рисунке. Видно, что при приближении к скорости света масса стремится к бесконечности, и поэтому скорость тел, имеющих отличную от нуля массу покоя, всегда меньше скорости света в вакууме.

Преобразования Лоренца могут быть получены не только из уравнений Максвелла, но и из двух постулатов, сформулированных Эйнштейном (постулатов СТО):

- справедливость принципа относительности для всех законов природы;
- постоянство скорости света (во всех инерциальных системах отсчета скорость света в вакууме не зависит от движения приемников и источников и является инвариантом $c = 3 \times 10^8$ м/сек).

Следствия из преобразований Лоренца весьма необычны и противоречат повседневному опыту, накопленному в мире, где материальные объекты движутся со скоростями $V \ll c$.

Например, течение времени – относительно, т.е. от системы отсчета зависит временной интервал между двумя событиями. Разрешая (3.3) относительно нештрихованных переменных, получаем обратные преобразования (они получаются из прямых преобразований и просто заменой V на $-V$, т.к движение K' относительно K со скоростью V соответствует движению K относительно K' со скоростью $-V$):

$$\begin{cases} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \frac{t' + V \cdot x' / c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}. \end{cases}$$

Интервал времени $\Delta t'$ для м.т. будет минимален в той системе отсчета K' , в которой она покоится ($\Delta x' = 0$), т.к. из обратных преобразований следует, что

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - (V/C)^2}}. \quad (3.5)$$

Соотношение (3.5) в частности означает, что если время жизни некоторой частицы в системе координат, с ней связанной (собственное время жизни) $\Delta t'$, то наблюдаемое время Δt существования частицы в системе K , где она движется со скоростью V , увеличится в $1/\sqrt{1 - (V/C)^2}$ раз.

Так и происходит на самом деле. Время жизни мезонов порядка 2 мкс, т.е. даже двигаясь со скоростью света (что невозможно и на самом деле меньше), они пройдут только 600 метров. Но их наблюдают земных лабораториях, поэтому они лишь «со своей точки зрения» живут 2 мкс, а с нашей, «земной», в $1/\sqrt{1 - (V/C)^2}$ раз больше.

Относительным при больших скоростях оказывается не только время, но и пространство. Например, расстояние между двумя точками, как следует из (3.3) определяется соотношением ($\Delta t = 0$, т.к. координаты этих точек должны быть измерены в один и тот же момент времени для той системы отсчета K , в которой определяется расстояние, поскольку в СТО имеет место **относительность одновременности пространственно-разобщенных событий**):

$$\Delta X' = \frac{\Delta X}{\sqrt{1 - (V/C)^2}} \quad \text{или} \quad \Delta X = \Delta X' \cdot \sqrt{1 - (V/C)^2}. \quad (3.6)$$

В соответствии с (3.6) длина стержня в системе без штрихов, в которой он движется, меньше, чем в той, относительно которой он покоится (со штрихами). Это явление называется Лоренцевым сокращением длины.

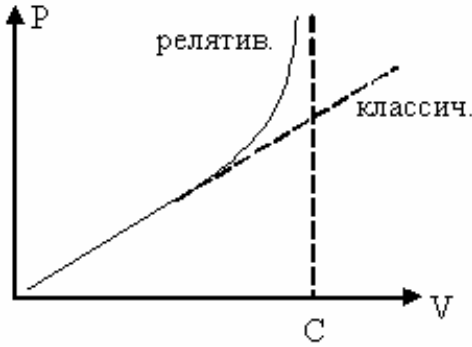
Из преобразований Лоренца следует и закон сложения скоростей, отличный от закона сложения Галилея (2.7):

$$V_{abs_x} = (V_{con_x} + V_{rel_x}) / (1 + V_{con_x} \times V_{rel_x} / C^2). \quad (3.7)$$

Закон (3.7) не противоречит второму постулату Эйнштейна. При $V_{con_x} = V_{rel_x} = C$ получаем $U = (C + C) / (1 + C^2 / C^2) = C$, т.е. сложение двух скоростей света опять дает C !

3.3. Уравнения релятивистской динамики

В релятивистской динамике остаются справедливыми законы сохранения импульса и энергии. Но формула для импульса с учетом (3.4) теперь имеет вид:



$$\mathbf{P} = m \times \mathbf{V} = \frac{m_0 \mathbf{V}}{\sqrt{1 - (V/C)^2}}. \quad (3.8)$$

График зависимости импульса от скорости (3.8) показан на рисунке. Здесь же для сравнения представлен график классической зависимости

$$\mathbf{P} = m_0 \times \mathbf{V}.$$

Видно, что при небольших скоростях по сравнению со скоростью света оба графика совпадают и лишь в области $V \sim C$ наблюдается различие: релятивистский импульс стремится к бесконечности, а классической остается конечным даже при $V=C$.

Уравнение второго закона Ньютона будет инвариантно к преобразованиям Лоренца, если в нем учесть зависимость массы от скорости:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{V}}{\sqrt{1 - (V/C)^2}} \right) = \mathbf{F}. \quad (3.9)$$

Используя (3.9) и теорему об изменении закон кинетической энергии м.т., получаем:

$$dT = dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = (\mathbf{F}, \mathbf{V}) dt = (\mathbf{F} \times dt, \mathbf{V}) = (d(m\mathbf{V}), \mathbf{V}) = m(\mathbf{V}, d\mathbf{V}) + V^2 dm. \quad (3.10)$$

Далее для простоты будем считать, что движение происходит по прямой. Тогда из (3.10) находим:

$$dT = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - (V/C)^2}} dV + \frac{m_0 V^3}{(1 - (V/C)^2)^{3/2}} dV = \frac{m_0 V dV}{(1 - (V/C)^2)^{3/2}} \quad (3.11)$$

Интегрируя выражение (3.11) от 0 до V , имеем:

$$T = \frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - (V/C)^2}} \Big|_0^V = \frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - (V/C)^2}} - m_0 C^2 \quad \text{или} \\ T = mC^2 - m_0 C^2. \quad (3.12)$$

Соотношение (3.12) навело Эйнштейна на мысль, что $m_0 C^2$ – это энергия покоя, а полная энергия тела связана с массой формулой:

$$E = mC^2. \quad (3.13)$$

Тогда прирост не только кинетической, но и любой другой энергии вызывает изменение массы. Соотношение (3.13) оказывается применимо в ядерных превращениях, при которых происходят значительные изменения энергии, а значит, и массы покоя (изложенные положения СТО содержат понятие массы, зависящей от скорости, более физически правильным в настоящее время считается использовать только релятивистски-инвариантную массу покоя, тогда лучше говорить не об изменении массы, а о переходе энергии покоя в другие виды энергии).

Пример 3.1. Термоядерные реакции, идущие на Солнце, приводят к изменению его массы в результате потери энергии посредством ее излучения. Поскольку за 1 сек Солнце излучает 10^{26} кал $E=4.2 \times 10^{26}$ Дж/с), то оно ежесекундно теряет массу:

$$\Delta M = \frac{E}{C^2} \approx \frac{4.2 \times 10^{26} \text{ Дж/с}}{9 \times 10^{16}} \approx 5 \times 10^9 \frac{\text{кг}}{\text{с}} \approx 5 \times 10^6 \frac{\text{т}}{\text{с}}.$$

Для уменьшения массы Солнца ($M \approx 2 \times 10^{27}$ т) вдвое понадобится время около шести тысяч миллиардов лет (в году $3,14 \times 10^7$ с):

$$\Delta t = \frac{10^{27} \text{ т}}{5 \times 10^6 \frac{\text{т}}{\text{с}} \times 3,14 \times 10^7 \text{ с}} = 6 \times 10^{12} \text{ лет.}$$

Из (3.4) и (3.13) получаются удобные соотношения между энергией, скоростью и импульсом м.т.:

$$\mathbf{r} P = m \times \mathbf{r} V = \frac{E \times \mathbf{V}}{C^2}, \quad (3.14)$$

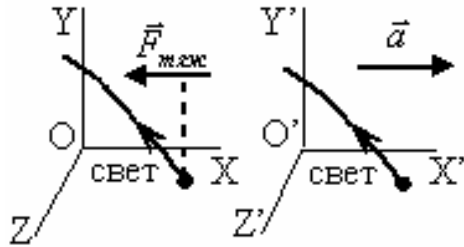
$$E^2 = p^2 \times C^2 + m_0^2 C^4. \quad (3.15)$$

3.4. Элементы общей теории относительности (ОТО)

С завершением разработки СТО естественно возник вопрос о построении теорий, уравнения которых инвариантны относительно преобразования более общих, чем лоренцевы. В частности, требовалось сформулировать принцип относительности не только для инерционных систем, движущихся равномерно друг относительно друга, но и для ускоряющихся. Эту задачу решил Эйнштейн в результате десяти лет упорной работы, создав в 1916 году ОТО. Важным этапом развития ОТО был сформулированный им в 1911г. **принцип эквивалентности: в бесконечно малых областях ускорение системы отсчета эквивалентно действию тяготения.** Принцип эквивалентности работает потому, что массы, определяющие тяготение, оказываются в точности равными инертным массам, проявляющимся при ускорении систем отсчета. Поскольку поля тяготения в случае их неоднородности лишь локально могут быть заменены ускорением системы отсчета, в то время как согласно принципу эквивалентности любое ускорение системы равноценно однородному полю тяготения, то задача описа-

ния поля тяготения оказывается более общей, чем переход в ускоряющуюся систему отсчета. В связи с этим ОТО одновременно является и теорией тяготения.

Пример 3.2. Принцип эквивалентности, вообще говоря, кажущийся очевидным в механике (на него еще указывал Галилей), имеет более глубокий смысл, если принять эквивалентность

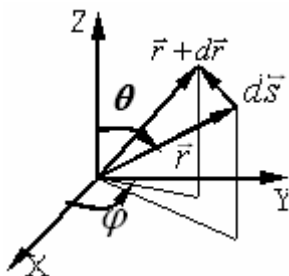


тяготения и ускорения для всех физических явлений, в том числе и немеханических. Рассмотрим две системы отсчета: одна инерциальная, но в ней действует тяготение, а другая движется относительно нее с ускорением, однако поле тяготения в ней отсутствует. Пред-

ставим себе луч, пересекающий эти системы отсчета перпендикулярно плоскостям $X O Z$ и $X' O' Z'$ ($O Z \perp O' Z'$; $O Y \parallel O' Y'$; сила тяготения и ускорение коллинеарны осям $O X$, $O' X'$). На первый взгляд, в инерциальной системе свет будет распространяться по прямой (пунктирная линия), а в неинерциальной его траектория искривится. Однако тогда бы нарушился принцип эквивалентности для распространения света. Чтобы этого избежать приходится предположить, что свет, как и всякая иная материальная структура, обладает массой и подвержен воздействию поля тяготения.

Независимость траекторий тел от их массы (при фиксированном гравитационном поле в заданной точке тела разной массы имеют одинаковое ускорение) позволяет описать тяготение в ОТО посредством общего для всех тел изменения геометрии пространства. В свою очередь, сама геометрия должна, очевидно, определяться распределением масс тел в этом пространстве. Поэтому, прежде всего, необходимо понять чем задаются геометрические свойства пространства, как на них влияет наличие тел и какими уравнениями описывается движение свободной (силы тяготения уже нет, т.к. она сведена к изменению геометрии!) материальной точки в пространстве с заданной геометрией.

В механике Ньютона пространство трехмерно и евклидово, т.е. для описания положения точки надо задавать три числа, а во всем пространстве можно



ввести декартову систему координат, в которой расстояние dS между двумя точками (X, Y, Z) и $(X+dX, Y+dY, Z+dZ)$ определяется по теореме Пифагора:

$$dS^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 \tag{3.16}$$

Можно задать и другие три числа (r, φ, θ) , если перейти к сферической системе координат, но тогда уже расстояние между двумя точками будет вычисляться по соотношению

$$dS^2 = dr^2 + (r \sin \varphi)^2 + r^2 d\varphi^2. \tag{3.17}$$

Из (3.16), (3.17) следует, что, хотя при переходе от одной системы координат к другой, величина расстояния между точками dS и сохраняется (в евклидовом пространстве dS - инвариант), но ее выражение через приращение координат оказывается различным. Обобщая (3.26), (3.17), можно написать

$$dS^2 = \sum_{i,j}^3 g_{ij} dX^i dX^j, \quad (3.18)$$

где для сферической системы координат: $dX^1 = dr$, $dX^2 = dj$, $dX^3 = dq$, $g_{11} = 1$, $g_{22} = (r \sin J)^2$, $g_{33} = r^2$, а для декартовой: $dX^1 = dX$, $dX^2 = dY$, $dX^3 = dZ$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$ (при $i \neq j$ для обеих систем координат $g_{ij} = 0$). Входящая в (3.18) матрица

$$\hat{G} = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} \quad (3.19)$$

называется фундаментальным метрическим тензором, определяющим структуру пространства в выбранной параметризации (системе координат).

При преобразованиях Лоренца, когда у нас пространство уже четырехмерно (добавляется четвертая координата – время), сохраняющаяся величина интервала dS называется мировым интервалом и вычисляется по формуле (легко показать, используя (3.3), что так определенный интервал инвариантен по отношению к этим преобразованиям):

$$dS^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 - C^2 dt^2 = \sum_{i,j}^4 g_{ij} dX^i dX^j, \quad (3.20)$$

где $dX^1 = dX$, $dX^2 = dY$, $dX^3 = dZ$, $dX^4 = Cdt$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$, $g_{44} = -1$, ($g_{ij} = 0$ при $i \neq j$). Из (3.20) видно, что четырехмерное пространство СТО (три пространственные координаты X^1, X^2, X^3 и временная $X^4 = Ct$) – почти евклидово – псевдоевклидово. Отличие от евклидова лишь в том, что нашлась параметризация, где метрический тензор также постоянен, но $g_{44} = -1$ вместо $g_{44} = 1$. Если пространство – неевклидово, но компоненты фундаментального метрического тензора в некоторой системе координат сохраняют постоянные значения (в общем случае отличные от нуля и единичны как в евклидовом), то пространство называется римановым. Следовательно, евклидово пространство и пространство СТО являются частными случаями риманова пространства. Возникает важный для ОТО вопрос, как по распределению метрического тензора в пространстве узнать с каким пространством мы имеем дело. В том случае, когда пространство – евклидово существует декартова система координат, в которой метрический тензор постоянен во всем пространстве. Поэтому

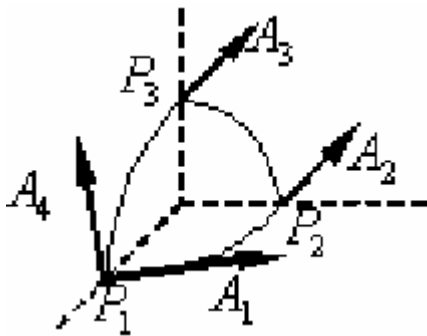
именно характер изменения \hat{G} (его пространственные производные) определяет основные геометрические свойства пространства – его кривизны в различных направлениях (в случае риманова пространства все производные \hat{G} равны нулю и, соответственно, равна нулю его кривизна). Математически кривизна пространства описывается тензором кривизны Римана-Кристоффеля, который выражается через производные метрического тензора по следующим формулам:

$$R_{mnr}^s = \frac{\partial \Gamma_{mr}^s}{\partial x^n} - \frac{\partial \Gamma_{mn}^s}{\partial x^r} + \sum_{e=1}^{e=4} \Gamma_{mr}^e \Gamma_{en}^s - \sum_{e=1}^{e=4} \Gamma_{mn}^e \Gamma_{er}^s, \quad (3.21)$$

$$\Gamma_{mn}^s = \frac{1}{2} \sum_a^4 g^{sa} \left(\frac{\partial g_{am}}{\partial x^n} + \frac{\partial g_{an}}{\partial x^m} - \frac{\partial g_{mn}}{\partial x^a} \right) \quad (3.22)$$

где Γ_{mn}^s - символы Кристоффеля. Можно доказать, что необходимым условием евклидовости пространства является равенство нулю тензора кривизны Римана-Кристоффеля. Поэтому, если хотя бы одна из компонент тензора R_{mnr}^s отлична от нуля, то пространство – неевклидово. В этом случае геодезической линией (линией, вдоль которой расстояние между двумя точками – кратчайшее) уже оказывается не прямая, как это имеет место в евклидовой геометрии, и, соответственно, в таком пространстве свободная частица также движется не по прямой.

Пример 3.3. Рассмотрим в качестве примера двумерное пространство на сфере. В от-



личие от евклидова пространства, где параллельный перенос вектора не меняет его направления, в случае сферического пространства перенос вдоль геодезических линий (под параллельным переносом в общем случае понимается перемещение вектора вдоль геодезической линии с сохранением угла с ней) касательного к ним вектора при возвращении в ту же точку приводит к его повороту на 90° , как это показано на рисунке. Описанное свойство пространства является

характерным признаком его кривизны. И на самом деле, расчеты показывают, что сферическое пространство имеет положительную кривизну равную $1/R^2$ (R – радиус сферы).

Решающим моментом в ОТО является отождествление искривления пространства с тяготением (тождество гравитационных и метрических полей, а также связь между метрикой и распределением масс). В частности, согласно принципу эквивалентности это означает, что законы физики в ускоряющейся это означает, что законы физики в ускоряющейся системе отсчета такие же, как в инерциальной, но в пространстве с отличной от нуля кривизной. Итак, если есть ускорение или тяготение, то какие-то из 20 условий (легко подсчитать, что

число независимых (неравных в общем случае) компонент тензора кривизны равно 20) $R_{mnr}^o = 0$, верных в псевдоевклидовом пространстве СТО, должны нарушаться, т.е. даже вне гравитационных масс для того, чтобы допустить наличие кривизны, необходимо наложить на тензор R_{mnr}^o менее жесткие условия. Эйнштейн показал, что таких **условий десять**:

$$R_{mm} = R_{m1}^1 + R_{m2}^2 + R_{m3}^3 + R_{m4}^4 = 0. \quad (3.23)$$

В случае, когда по-прежнему в рассматриваемой области пространства нет масс вещества, но есть кванты поля (например, свет), то кривизна уже более высокого порядка и можно потребовать выполнения лишь **одного условия**

$$R = \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 g_{mn} (R_{m1}^1 + R_{m2}^2 + R_{m3}^3 + R_{m4}^4) = 0. \quad (3.24)$$

Наконец, в пространстве, заполненном веществом, в общем случае уже ни одна компонента тензора кривизны не равна нулю и справедливо **уравнение Эйнштейна**:

$$R_{mm} + \frac{1}{2} g_{mm} R = -8p g T_{mm}, \quad (3.25)$$

где g - гравитационная постоянная, а T_{mm} - вводимый в СТО тензор энергии – импульса. Отметим, что эти **десять уравнений** – нелинейны, т.к. гравитационное поле, обладая массой, порождает само себя.

Теперь займемся описанием движения частицы в искривленном пространстве с заданной метрикой (заданным метрическим тензором \hat{G} , по которому определяются Γ_{mn}^s , R_{mnr}^o ; см. соотношения (3.21), (3.22)). Частица предполагается свободной, т.к. действие силы тяготения как раз и заменяется введением ненулевой кривизны пространства. Уравнение для свободной частицы в неискривленном пространстве СТО записывается в виде равенства нулю четырех - вектора ускорения (в СТО роль временного интервала играет инвариантная величина dS)

$$\frac{d^2 X^s}{dS^2} = \frac{dU^s}{dS} = 0, \quad (3.26)$$

где $U^s = \frac{dX^s}{dS}$ – четырех - вектор скорости. В случае отличной от нуля кривизны в уравнение (3.26) добавляются слагаемые, зависящие от символов Кристоффеля

$$\frac{d^2 X^s}{dS^2} + \Gamma_{mn}^s \frac{dX^m}{dS} \frac{dX^n}{dS} = 0. \quad (3.27)$$

Если в уравнение движения частицы в гравитационном поле (3.27) перенести член с коэффициентом Γ_{mn}^s в правую часть и обе части уравнения умножить на массу, то мы получим четырехмерный аналог второго закона Ньютона, в котором роль силы играет четырехмерный

вектор $m\Gamma_{mn}^s \frac{dX^m}{dS} \frac{dX^n}{dS}$, Γ_{mn}^s описывает напряженности силового поля, а метрический тензор g_{mn} – его потенциалы.

Эффекты общей теории относительности, создаваемые искривлением пространства в поле тяготения, невелики, но все же могут быть обнаружены экспериментально. Упомянем лишь о трех из них.

1. Луч света, проходя вблизи Солнца, согласно ОТО отклоняется на 1,75 угловых секунд. Это отклонение удалось наблюдать во время солнечного затмения в 1919 году экспедиции Эддингтона на острове Принца в Гвинейском заливе и независимо группе астрономов в Собрале (Северная Бразилия). Результаты наблюдений (в Собрале: $1,98'' \pm 0,12''$, на острове Принца: $1,61'' \pm 0,30''$) подтвердили величину, вытекающую из теории Эйнштейна, и исключили вдвое меньшее значение, следующее из уравнения всемирного тяготения Ньютона.
2. При наличии сил тяготения должна в соответствии с ОТО изменяться частота световых колебаний. Поэтому спектральные линии солнечного света оказываются сдвинутыми в результате действия тяжести Солнца в сторону более длинных волн, т.е. к равному концу спектра. Такое «красное смещение», несмотря на его чрезвычайную малость, на самом деле наблюдается. Для белого карлика, спутника Сириуса, обладающего особенно большой плотностью вещества, смещение в тридцать раз больше, чем для Солнца, и может быть измерено более точно. Опыт и здесь подтверждает величину, предсказываемую ОТО.
3. По механике Ньютона планеты вращаются вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, оси которых имеют определенное положение в пространстве. ОТО предсказывает поворот оси орбиты Меркурия (для Меркурия поворот оси наиболее удобно наблюдать, т.к. его орбита имеет ярко выраженный эксцентриситет) на $43''$ в течение столетия. Наблюдающийся поворот составляет $574''$ за сто лет, из них $532''$ могут быть объяснены учетом возмущающего действия других планет. Остаток – поворот на $42''$ до создания теории Эйнштейна был для астрономов загадкой.

Таким образом, имеющиеся в настоящее время данные астрономических наблюдений подтверждают предсказания ОТО, какими бы неожиданными и странными они ни казались.

IV. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Молекулярная физика – раздел физики, изучающий свойства вещества, обусловленные его дискретным строением. Ранее в механике нам было достаточно знать, что тела обладают массой и определенными размерами. Однако, очевидно, эти две характеристики явно недостаточны для описания всего многообразия свойств, присущих реальным телам (например, расширения при нагревании, плавления и испарения, нагревания тела при совершении над ним работы и т.д.). Свойства, отличные от механических, определяются строением вещества – одним из основных вопросов физики. Если бы в результате какой-нибудь мировой катастрофы все научные знания оказались бы уничтожены, то, как отмечает Р. Фейман в своих лекциях по физике, наибольшую информацию к грядущим поколениям разумных существ несла бы, по-видимому, **молекулярная гипотеза: все вещества состоят из мельчайших частиц – молекул, которые находятся в непрерывном движении, притягиваются на небольших расстояниях и отталкиваются при плотном сближении.** Оказывается, что только в этой гипотезе содержится невероятное количество информации о свойствах вещества, стоит только приложить немножко воображения и чуть-чуть соображения. Этим как раз и занимается **молекулярно-кинетическая теория (МКТ)**, методы которой в принципе позволяют по заданному строению конкретного вещества предсказать его свойства. В отличие от МКТ вторая часть молекулярной физики – **термодинамика** – не использует конкретных особенностей строения вещества при своем анализе, но на основе общих физических законов (например, закона сохранения энергии) или постулатов позволяет сформулировать такие же общие свойства, справедливые для всех веществ независимо от их структуры.

В этом разделе мы рассмотрим как методы термодинамики, так и методы МКТ. Отметим две основные трудности, возникающие при применении молекулярно-кинетической теории. **Во-первых**, любое макроскопическое тело представляет собой систему чрезвычайно большого числа молекул (например, в 1см^3 газа при нормальных условиях содержится $N_L \approx 2,7 \times 10^{19}$ молекул; N_L – число Лошмидта), для расчета поведения которой необходимо использовать методы **статической физики**. Это обусловлено тем, что поскольку невозможно не только предсказать (решить систему уравнений, описывающих поведение молекул с учетом их взаимодействий), но и использовать результаты предсказаний параметров состояния каждой из молекул во все моменты времени, то необходимо весь анализ направить на получение статистических характеристик системы в целом: средних значений, среднеквадратичных отклонений, функций распределения величин и т.д. **Во-вторых**, поведение молекул, как и любых микрочастиц, подчиняется законам квантовой механики и корректный анализ свойств веществ возможен лишь на ее основе. Совместное применение методов статистики и законов квантовой механики приводит к весьма сложным задачам в молекулярной физике.

Поэтому тех, кто начнет рассчитывать свойства веществ, сформулировав задачу в самом общем виде и пытаясь решить ее, ждет, как правило, неудача. Необходимо приступить к делу как физик, применяя сначала достаточно грубые модели и идеи, а затем постепенно уточняя их.

Пример 4.1. Предположим, что поведение молекул описывается классической механикой и оценим сколько времени t надо для того, чтобы просто выписать все уравнения, описывающие динамику 1см^3 газа при нормальных условиях. Уравнение второго закона Ньютона – векторное и, следовательно, для каждой молекулы надо писать три его проекции на оси координат. Тогда всего уравнений будет $3 \times N_L$ и, затрачивая на каждое из них всего по секунде, нам понадобится (учитываем, что в году $3,14 \times 10^7 \text{ c}$)

$$t = \frac{3 \times 2,7 \times 10^{19} \times 1\text{c}}{3,14 \times 10^7 \text{ c / год}} \cong 3 \times 10^{12} \text{ лет}.$$

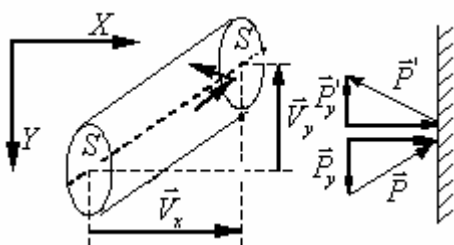
Так что даже для 1 см^3 газа при нормальных условиях за все время существования Вселенной ($\cong 10^{10}$ лет) не удалось бы написать необходимое число уравнений.

4.1. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Продemonстрируем методы молекулярно-кинетической теории на простом примере. Одним из наиболее простых для изучения оказывается достаточно разреженный газ, который хорошо описывается моделью идеального газа (и.г.). **Под идеальным газом понимается газ, обладающий такими же свойствами, как и совокупность невзаимодействующих друг с другом м.т.** Важной характеристикой и.г. является его **давление – сила, действующая на единицу площади поверхности** (F – сила; S – площадь, на которую она действует)

$$P = \frac{F}{S} \quad (4.1)$$

Давление газа на стенки сосуда, его содержащего, обусловлено столкновениями молекул с ними. Можно вычислить величину давления, предполагая, что движение молекул описывается законами классической механики, а их отражение от стенок – упругое. При ударе каждой молекулы x -ая



компонента импульса меняется на:

$$\Delta p_x = mV_x - (-mV_x) = 2mV_x.$$

При плотности молекул n в единицу времени на стенку падает половина всех молекул, находящихся в показанном на рисунке косом цилиндре высотой V_x и площадью основания S :

$$N = \frac{1}{2} \times nV_x S.$$

Следовательно, стенке передается импульс

$$\Delta P_x \Sigma = \Delta P_x \times N = nmV_x^2 S.$$

Но, согласно второму закону Ньютона, импульс в единицу времени это и есть сила, поэтому

$$P = \frac{F}{S} = \frac{\Delta P_x \Sigma}{S} = \frac{nmV_x^2 S}{S} = nmV_x^2. \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) получено, когда все молекулы имеют одинаковую скорость по величине и направлению. Пусть теперь скорости и направления различны, тогда (n_i – плотность молекул с проекцией скорости на ось x равной V_{xi})

$$P = \sum_i n_i m_i V_{xi}^2 = \sum_i n_i m_i V_{xi}^2 = n \frac{\sum_i n_i m_i V_{xi}^2}{n} = n \langle m V_x^2 \rangle, \quad (4.3)$$

где знак $\langle \rangle$ означает среднее значение величины по всем группам молекул. Т.к. все направления в газе – равноценны, то $\langle m V_x^2 \rangle = \langle m V_y^2 \rangle = \langle m V_z^2 \rangle$ и, следовательно, $\langle m V^2 \rangle = \langle m V_x^2 \rangle + \langle m V_y^2 \rangle + \langle m V_z^2 \rangle = 3 \langle m V_x^2 \rangle$, откуда

$$\langle m V_x^2 \rangle = \frac{\langle m V^2 \rangle}{3}. \quad (4.4)$$

Из (4.3) и (4.4) получаем основное уравнение МКТ для и.г.

$$P = \frac{2}{3} n \langle \frac{m V^2}{2} \rangle. \quad (4.5)$$

Входящая в (4.5) средняя кинетическая энергия молекул $\langle \frac{m V^2}{2} \rangle$ ведет себя аналогично температуре. Например, если два различных газа привести в соприкосновение, то их средняя кинетическая энергия молекул выровняется (теория позволяет это строго доказать). Как хорошо известно, выравнивается и температура. Поэтому разумно положить, что $\langle \frac{m V^2}{2} \rangle$ пропорционально температуре (Т-температура в градусах Кельвина), т.е.

$$\langle \frac{m V^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (4.6)$$

где $k = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж/град – постоянная Больцмана.

Из (4.5) и (4.6) получаем

$$P = nkT. \quad (4.7)$$

Соотношение (4.7) позволяет достаточно просто получить хорошо известное и экспериментально подтверждающееся для разреженных газов уравнение Клапейрона - Менделеева

ва ($N = \frac{M}{m} N_A$ - число молекул в массе M , где $N_A = 6,023 \times 10^{23}$ 1/моль – число Авогадро – число молекул в моле)

$$PV = \frac{M}{m} RT, \quad (4.8)$$

где $R = N_A k = 8,31 \times 10^3$ кДж/(кмоль град) – универсальная газовая постоянная.

Таким образом, для простейшей модели идеального газа, пользуясь элементарными понятиями статистики и опираясь на законы классической механики, нам удалось получить уравнение состояния разреженных газов (под уравнениями состояния понимают соотношения, связывающие параметры состояния, в случае (4.8) это P , V , T). Из уравнения Клапейрона - Менделеева следуют более частные законы, хорошо проверенные на опыте: обобщенный газовый закон (при $M = const$), закон Бойля-Мариотта (для изотермических процессов при $T = const$), закон Шарля (для изохорических процессов при $V = const$) и закон Авогадро (при одинаковых давлениях и температурах в равных объемах различных газов содержится одинаковое число молекул).

Используя (4.6) и (4.8), можно получить удобное выражение для средне - квадратичной скорости молекулы

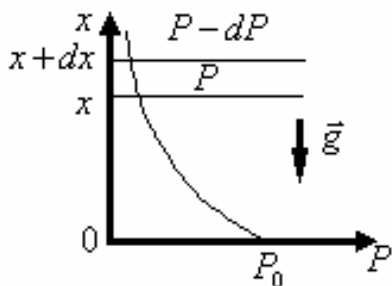
$$\bar{V} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{mN_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3P}{r}}. \quad (4.9)$$

Пример 4.2. Оценим скорость молекул азота, если известно, что при $t = 0^\circ \text{C}$ плотность азота $r_N = 1,25 \times 10^{-3}$ г/см³. из (4.9) имеем

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{3P}{r_N}} = \sqrt{\frac{3 \times 10^5 \text{ Па}}{1,25 \text{ кг/м}^3}} \cong 500 \text{ м/с}.$$

4.2. Классическая статистика

Поскольку движение молекул хаотично, а пространство – однородно, то они равномерно распределяются по объему сосуда. Но так обстоит дело только, когда на молекулы не действуют внешние силы, которые могут перераспределить молекулы в пространстве. Рассмотрим, например, и.г. в поле тяжести земли. С одной стороны, если бы молекулы не двигались, то они упали бы тонким слоем на поверхность земли, а с другой стороны, если бы земля не притягивала их, то они бы разлетелись в мировое пространство. Противоборство этих факторов и обеспечивает существование атмосферы. Выведем закон изменения давления с высотой x (см. рисунок):



$$dP = -rgdx = -mngdx = -mg \frac{P}{kT} dx, \quad \text{откуда}$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{mg}{kT} P. \quad (4.10)$$

Производная пропорциональна самой функции только когда она показательная (в частном случае – экспонента). Поэтому решением (4.10) является функция (это легко поверяется непосредственной подстановкой (4.11) в (4.10))

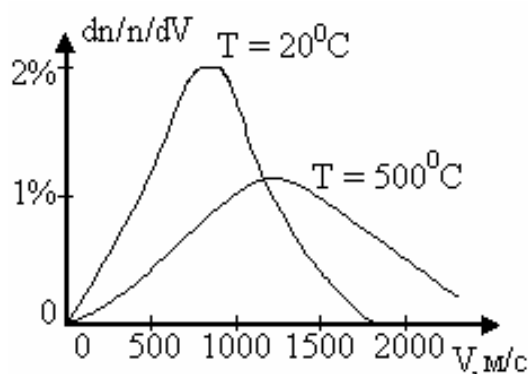
$$P = P_0 \exp\left(-\frac{mg}{kT} x\right) \quad (4.11)$$

При выводе барометрической формулы (4.11) учтено условие $P|_{x=0} = P_0$. Т.к. для и.г. $P \sim n$, то распределение плотности молекул описывается соотношением аналогичным (4.11)

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{mg}{kT} x\right) \quad (4.12)$$

Из (4.12) следует, что молекулы газа имеют различные скорости, поскольку при $V = V_0 = const$ атмосфера, вопреки этому распределению плотности, обрывалась бы на высоте h_{max} , удовлетворяющей условию $\frac{mV_0^2}{2} = mgh_{max}$. В то же время доля молекул, имеющих точно заданную величину скорости V , всегда равна нулю, т.к. число молекул – конечно, а число значений скоростей – бесконечно. Поэтому имеет смысл искать лишь долю молекул, скорости которых лежат в интервале от V до $V + dV$. При достаточно малом dV эта доля $\frac{dn}{n}$ будет ему пропорциональна

$$\frac{dn}{n} = f(V)dV. \quad (4.13)$$



Зависящий от скорости коэффициент пропорциональности $f(V)$ называется функцией распределения. Максвелл получил следующий носящий его имя закон распределения молекул газа по скоростям:

$$f(V) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \times \exp\left(-\frac{mV^2}{2kT}\right) \times 4\pi V^2 \times dV. \quad (4.14)$$

График зависимости $\frac{dn}{n dV} = f(V)$ представлен

на рисунке для молекул азота. Как и следовало ожидать, функция Максвелла обращается в ноль при $V = 0$ и $V \rightarrow \infty$ (нет покоящихся молекул, а их доля с очень большими скоростями – пренебрежимо мала). Достаточно корректный вывод распределения Максвелла показывает,

что оно оказывается не единственно возможным, но вероятность установления в газе именно этого распределения «подавляет» любое другое.

Пример 4.3. Из максвелловского распределения следует уже ранее полученная формула (4.9)

$$\bar{V} = \sqrt{\left(\int_0^{\infty} V^2 n f(V) dV / n \right)} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

а также формулы для среднеарифметической:

$$\bar{V} = \left(\int_0^{\infty} V n f(V) dV \right) / n = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m}}$$

и наиболее вероятной скорости:

$$\frac{df(V_{\max})}{dV} = 0 \rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Из полученных формул вытекает справедливость следующего соотношения между скоростями $V_{\max} < \bar{V} < \bar{\bar{V}}$.

Сопоставление распределений (4.12) и (4.14) наводит на мысль, что распределение частиц по энергиям e всегда определяется экспоненциальным множителем $EXP(-\frac{e}{kT})$, где в случае барометрической формулы роль e играет потенциальная энергия $e = mgx$, а в случае распределения Максвелла – кинетическая энергия $e = \frac{mV^2}{2}$. Поэтому в общем случае распределения по энергиям описывается **формулой Больцмана** (A -нормировочный множитель):

$$\frac{n}{n_0} = A \cdot \exp\left(-\frac{e}{kT}\right) \quad (4.15)$$

В частности, для произвольного потенциального поля, задаваемого потенциальной энергией $e = W(\vec{r})$ (\vec{r} - радиус-вектор частицы), из формулы Больцмана следует

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(-\frac{W(\vec{r})}{kT}\right) \quad (4.16)$$

где n_0 соответствует плотности частиц в точке с потенциальной энергией равной нулю.

Пример 4.4. Применим закон распределения Больцмана (4.16) к уединенной планете, окруженной газовой изотермической атмосферой. Каждый газ, входящий в состав атмосферы и рассматриваемый как идеальный (между молекулами нет взаимодействия), ведет себя независимо и поэтому можно исследовать поведение лишь одного из них с массой молекул

т. Тогда для концентрации молекул на расстоянии r от планеты массой M из соотношения

(4.16) находим $(W(\mathbf{r}) = -g \frac{m \times M}{r}$ см. лекцию по механике, пример 2.5)

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{W(\mathbf{r})}{kT}\right) = n_0 \exp\left(g \frac{m \times M}{rkT}\right)$$

Из последнего соотношения следует, что при $r \rightarrow \infty$ имеем $n \rightarrow n_0$, т.е. на бесконечности получается конечная концентрация молекул (если положить $n_0 = 0$, то тогда из (4.16) $n \equiv 0$, что также не соответствует реальности). Но это невозможно (число молекул конечно, а занимаемый ими объем – бесконечен), значит невозможно и равновесное состояние планетной атмосферы. Это связано с тем, что молекулы, имеющие скорость, превышающую вторую космическую V_2 , будут покидать атмосферу. Поток же этих «убегающих» молекул непрерывно пополняется за счет столкновений, поддерживающих максвелловское распределение по скоростям, в котором часть молекул всегда имеет $V > V_2$ (вид распределения Максвелла таков, что для любого конечного V отлична от нуля $f(V)$). Для планет достаточно больших плотностей и размеров доля молекул со скоростями большими

V_2 ничтожна (в этом случае велика V_2 и поэтому мал интеграл $\int_{V_2}^{\infty} f(V)dV$, который и является долей молекул с $V > V_2$) и, хотя все планеты, в конце концов, должны потерять свои неравновесные атмосферы (если нет внутреннего источника газов), но время этой потери t (время рассеяния атмосферы) может быть очень велико. Например, для планеты Земля $t = 10^8 \text{ К}10^9$ лет (такой разброс в оценках t объясняется ее сильной зависимостью от температуры газов, которая сама по себе достаточно неопределенная величина, поскольку атмосфера – неизотермична) и землянам беспокоиться о своей атмосфере рановато.

4.3. Первое начало термодинамики

Термодинамика – часть молекулярной физики, изучающая законы преобразования тепла в другие виды энергии. При этом теплота в термодинамике как бы противопоставляется другим видам энергии, поскольку на основании второго начала термодинамики (более подробно второе начало термодинамики будет рассмотрено далее) **все виды энергии могут быть полностью превращены в тепло, а тепло может быть преобразовано в другие виды лишь частично.**

Что же такое теплота или тепло? В механике полная энергия системы м.т. складывалась из кинетической и потенциальной энергий точек во внешних силовых полях. Было доказано, что для консервативных систем полная энергия сохраняется. При наличии неконсервативных (диссипативных) сил, например, трения, механическая энергия системы уменьшается. Опыт

показывает, что работа таких сил сопровождается выделением тепла (тела, участвующие во взаимодействии нагреваются). С точки зрения МКТ нарушение механического закона сохранения энергии объясняется тем, что макроскопическая механика не учитывает внутреннего движения и взаимодействия атомов и молекул, а именно туда (на нагрев) безвозвратно уходит часть механической энергии системы. Следовательно, ЗСЭ останется справедливым, если к полной энергии макроскопического движения добавить энергию беспорядочного атомно-молекулярного движения и взаимодействия микрочастиц. **Часть же энергии беспорядочного атомно-молекулярного движения и взаимодействия микрочастиц, передаваемая от одной системы к другой, и есть теплота.** В частности, температуру тела, являющуюся мерой теплового движения, можно увеличить, совершая над ним работу (механическая энергия переходит при этом в атомно-молекулярную) или приведя в контакт с более нагретым телом (совершается прямой переход атомно-молекулярной энергии от одного тела к другому). Во втором случае говорят, что более нагретое тело сообщило тепло менее нагретому, т.е. быстрые молекулы при столкновениях передали часть своей энергии более медленным. **Полная энергия молекул (кинетическая энергия их относительных движений; кинетическая и потенциальная энергия взаимодействия атомов, составляющих молекулы; энергия частиц, входящих в атом (ядер и электронов)) называется внутренней энергией тела.** Таким образом, мы видим, что внутреннюю энергию тела можно изменить двумя способами: либо совершая над телом работу A , либо передавая ему тепло Q . Это и отражено в первом начале термодинамики, являющемся по сути ЗСЭ с учетом энергий движений и внутренних взаимодействий микрочастиц. Формулируется **первое начало термодинамики (1НТ)** следующим образом: **тепло, сообщаемое системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение этой системой работы:**

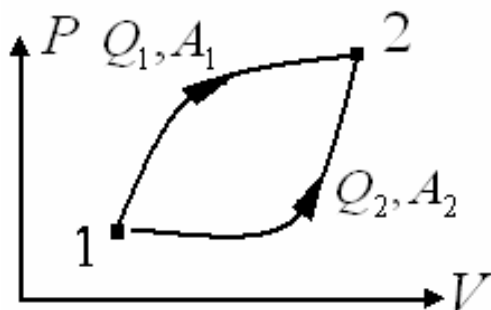
$$Q = \Delta U + A, \quad (4.17)$$

$$dQ = dU + dA. \quad (4.18)$$

Уравнение (4.17) называется интегральной формой записи 1НТ, а (4.18) – дифференциальной.

Следует отметить, что в рамках термодинамики мы не можем определить внутреннюю энергию лучшим образом, чем на основе 1НТ, т.е. по определению **внутренняя энергия есть такая величина, изменение которой задается уравнением $\Delta U = Q - A$.** Но тогда вроде бы 1НТ оказывается просто определением внутренней энергии и ничего удивительного, что выполняется (4.17) – оно выполняется по определению U . В чем же физический смысл 1НТ, выводящий его за рамки определения? Он заключается в том, что разность $Q - A$ обладает важным свойством: она является **функцией состояния** системы, т.е. не зависит от способа перехода системы из состояния 1 в состояние 2, а зависит лишь от самих состояний:

значений в них внутренней энергии U_1 и U_2 (смотри рисунок, где переходы изображены в



координатах P и V). В то же время, как показывает опыт, Q и A зависят от способа перехода и не являются функциями состояния. Следовательно, **если при различных вариантах перехода из одного состояния в другое система совершает различную работу, то это может происходить только за счет разных количеств поглощенной теплоты:**

$$Q_1 \neq Q_2 \text{ и } A_1 \neq A_2, \text{ но } Q_1 - A_1 = Q_2 - A_2 = \Delta U = U_2 - U_1.$$

Для того, чтобы подчеркнуть тот факт, что U есть функция состояния (на языке математики – полный дифференциал), а A и Q – таковыми не являются, в дифференциальной форме (4.18) пишут разные значки: d при U и δ при A и Q .

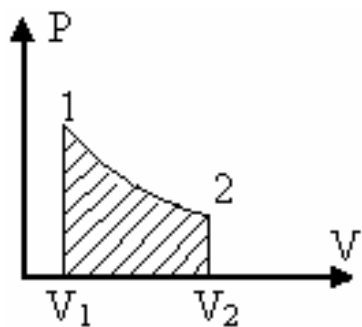
В ИТТ входит работа, совершаемая системой, и желательно иметь соотношения для ее вычисления. В частности, полезным оказывается выражение приращения работы через изменение объема системы при ее расширении (сжатии)

$$dA = PdV, \tag{4.19}$$

откуда

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV. \tag{4.20}$$

Из (4.20) следует геометрический смысл работы как площади под кривой $P = P(V)$, изображающей процесс перехода в координатах параметров состояния P и V (на рисунке эта площадь заштрихована). Следует отметить справедливость соотношений (4.19) и (4.20) лишь для достаточно медленных – квазистатических – процессов. Например, при быстром расширении газа в пустоту $P \neq 0$ и $dV \neq 0$, но $dA = 0 \neq PdV$, поскольку газу не над чем совершить работу.



Пример 4.5. *Посчитаем работу газа при изобарическом и изотермическом расширениях.*

a) $P = const$, тогда ($P\Delta V = \frac{M}{m}R\Delta T$ из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = P(V_2 - V_1) = P\Delta V = \frac{M}{m}R\Delta T,$$

т.е.

$$A = \frac{M}{m} R \Delta T.$$

b) $T = const$, тогда, т.к. $P = \frac{M}{m} R \Delta T / V$, то

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV = \frac{M}{m} R T \ln(V) \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{M}{m} R T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

т.е.

$$A = \frac{M}{m} R T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Для расчета входящего в 1НТ количества теплоты, сообщаемого системе, вводится понятие теплоемкости процесса. По определению: **теплоемкостью называется количество теплоты, которое необходимо сообщить системе в том или ином процессе для изменения ее температуры на один градус:**

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (4.21)$$

Из определения теплоемкости следует, что она зависит не только от веществ, из которых состоит система, но и от совершаемого этой системой процесса. Например, в изобарическом процессе тепло идет не только на изменение внутренней энергии системы, но и на совершение ею работы, не связанной с увеличением температуры, а в изохорическом процессе только на изменение внутренней энергии (при $dV = 0$ и $dA = PdV = 0$). Поэтому теплоемкость при постоянном давлении C_p больше теплоемкости при постоянном объеме C_v , и для идеального газа можно показать справедливость соотношения Р. Майера (соотношение написано для удельных теплоемкостей):

$$C_p - C_v = \frac{M}{m} R, \quad (4.22)$$

где M – масса газа, μ – молярная масса.

В частных случаях 1НТ принимает более простой вид. Для **адиабатических процессов**, когда не происходит теплового обмена между системой и окружающими телами ($dQ = 0$), из (4.18) получаем

$$dA = -dU, \quad (4.23)$$

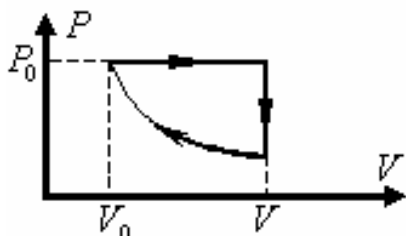
т.е. при адиабатических процессах внешняя работа совершается исключительно за счет изменения внутренней энергии системы.

В случае циклов (циклических процессов), когда после завершения процесса система возвращается в исходное состояние ($\Delta U = 0$, т.к. внутренняя энергия – функция состояния), из 1НТ имеем

$$A = Q. \quad (4.24)$$

т.е. все тепло поглощенное системой превращается во внешнюю работу полностью, сама же система в итоге изменения не испытывает. Очевидно, по циклу должна работать любая тепловая машина (любой двигатель), поскольку она должна возвращаться в исходное состояние.

Пример 4.6. Рассмотрим в качестве примера цикл, состоящий из изобары, изохоры и изотермы (см. рисунок). Для работы и тепла соответственно



имеем (газ предполагаем идеальным, а его количество считаем равным одному молю):

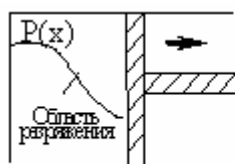
$$A = P(V - V_0) + 0 - RT \times \ln(V / V_0) = R(T - T_0) - RT_0 \times \ln(V / V_0),$$

$$Q = C(T - T_0) - C(T - T_0) - RT \times \ln(V / V_0) = R(T - T_0) - RT_0 \times \ln(V / V_0).$$

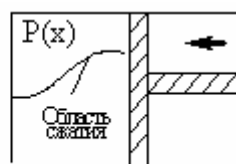
На этом частном примере видно, что на самом деле для цикла $A = Q$.

4.4. Второе начало термодинамики

Процессы, связанные с тепловыми движениями молекул, отличаются от механических движений своей необратимостью. Второе начало термодинамики (2НТ), выделяющее тепло,



Прямой процесс



Обратный процесс

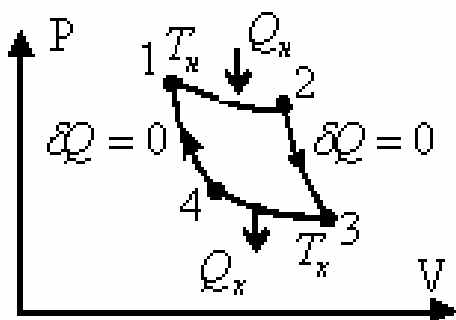
как особый вид энергии, также тесно связано с понятием необратимости. По определению: **обратимым в термодинамике называется процесс, который в данной системе можно провести в обратном направлении так, чтобы**

система пришла в первоначальное состояние, причем в прямом и обратном процессах система проходила в точности через те же промежуточные состояния. Рассмотрим характерный пример необратимого процесса: быстрое расширение газа под поршнем.

Из показанных на рисунке распределений давления видно, что там, где в прямом процессе была область разрежения, в обратном образуется область сжатия. Этот и другие многочисленные примеры приводят к выводу об обратимости только тех процессов, которые представляют собой последовательность равновесных состояний, когда параметры, характеризующие эти состояния, всюду одинаковы ($P = const$, $T = const$ и т.д.). Если же в каких-то промежуточных состояниях есть отклонения от равновесия, то при обратном процессе отклонения от равновесия оказываются противоположными отклонениям в прямом (в нашем примере область разрежения сменяется областью сжатия). Обратимые процессы, будучи последовательностью равновесных, должны быть бесконечно медленными – квазистатическими – для того, чтобы успевали устанавливаться состояния равновесия. Только последовательность равновесных состояний можно изобразить на диаграмме набором точек (непре-

рывной кривой). Поэтому, если уж процесс изображен на плоскости параметров, характеризующих его состояние, то с необходимостью он является квазистатическим (при этом не значит, что он – обязательно обратим, т.к. **условие квазистационарности является лишь необходимым условием обратимости**).

Хотя 1НТ и определяет до некоторой степени характер происходящих явлений, но оно не позволяет предсказать в каком направлении данное явление будет происходить. Например, передача тепла dQ от тела с температурой T_1 к телу с температурой T_2 не противоречит 3СЭ или 1НТ, но также не противоречит и обратная передача. В отличие от 1НТ, для 2НТ направление передачи тепла имеет первостепенное значение. Так одна из наиболее простых его формулировок как раз и заключается в утверждении (это утверждение называется постулатом Клаузиуса), что **во всех явлениях природы теплота передается сама собой (без совершения для этого работы) от тела с большей температурой к телу с более низкой**. Второе начало термодинамики часто формулируют и как невозможность Perpetuum mobile второго рода: **невозможно построить периодически действующую машину, которая совершала бы работу путем охлаждения некоторого источника тепла без каких-либо других изменений в окружающих телах**. Поскольку периодически действующая машина должна работать по циклу, то 2НТ можно сформулировать и в виде, предложенном лордом Кельвином: **нельзя осуществить цикла, единственным результатом которого является совершение работы и охлаждение источника тепла**. В термодинамике показывается эквивалентность формулировок Клаузиуса, Планка и Кельвина. Согласно приведенным физическим формулировкам 2НТ, все тепло, взятое у нагревателя, не может быть превращено в работу и часть его надо отдать другому телу – холодильнику, т.е. у всякой периодически действующей тепловой машины должен быть холодильник.



Мостиком от физических формулировок 2НТ к окончательной математической формулировке послужила теорема Карно, которая выражает 2НТ уже в количественной форме в виде неравенства. Карно на основе рассмотрения предложенного им цикла (цикл Карно состоит из двух изотерм и адиабат как это показано на рисунке) и

2НТ доказал следующее утверждение (теорему Карно): **из всех машин, работающих с одними и теми же нагревателем и холодильником, наибольшим коэффициентом полезного действия обладают обратимые машины, причем их К.П.Д. независимо от особенностей конструкции равны между собой и определяются только температурами холодильника и нагревателя:**

$$h = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} \leq \frac{T_n - T_x}{T_n}, \quad (4.25)$$

где знак равенства имеет место только для обратимых машин.

Пример 4.7. Определим максимальный К.П.Д. паровой машины, если при давлении в котле $P = 10$ атмосфер температура кипения воды $t = 180^\circ\text{C}$. Поскольку вода играет роль нагревателя рабочего тела (пара), а холодильником паровой машины является набегаящий (в случае паровоза) воздух, то $T_n \approx 180^\circ\text{C} + 273^\circ = 453^\circ\text{K}$ и $T_x \approx 0^\circ\text{C} + 273^\circ = 273^\circ\text{K}$. Тогда согласно (4.25) имеем:

$$h \leq \frac{T_n - T_x}{T_n} \approx \frac{453^\circ\text{K} - 273^\circ\text{K}}{453^\circ\text{K}} \approx 0,397 \approx 40\%.$$

На самом деле, любая реальная паровая машина – необратима и ее К.П.Д. значительно меньше 40% (К.П.Д. паровозов составляет 3%-7%).

Путем достаточно длительных рассуждений и обобщений из (4.25) можно получить окончательную математическую формулировку 2НТ: **существует функция состояния S , называемая энтропией, т.ч. в обратимых процессах ее изменение равно отношению получаемой системой теплоты к абсолютной температуре источника этой теплоты, а для необратимых это отношение меньше изменения энтропии:**

$$dS \geq \frac{dQ}{T}. \quad (4.26)$$

Следует подчеркнуть, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение энтропии, являющейся функцией состояния, одно и то же независимо от того обратимый переход или нет, но отношение $\frac{dQ}{T}$ для необратимого перехода меньше, и в (4.26) реализуется неравенство (в силу этого, утверждение о большем изменении энтропии в необратимых процессах – неверно).

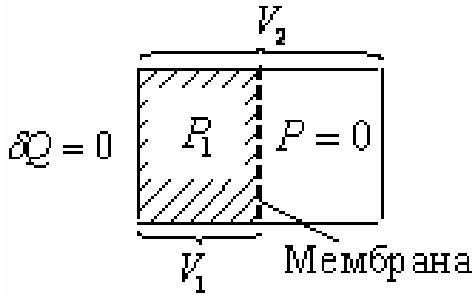
В случае адиабатических процессов $dQ = 0$ и из (4.26) имеем

$$dS \geq 0. \quad (4.27)$$

Таким образом, **в адиабатических обратимых процессах энтропия не меняется, а в необратимых растет.** Из последнего утверждения становится понятной тесная связь энтропии с условиями равновесия термодинамических систем. Пока теплоизолированная ($dQ = 0$) система далека от положения равновесия, в ней идут необратимые процессы и энтропия растет: $dS > 0$. Когда же она приближается к равновесью, все процессы становятся обратимыми и согласно (4.27) $dS = 0$, т.е. энтропия достигает максимума (именно локального максимума, а не просто ее рост прекращается). Итак, **устойчивое равновесие теплоизолированной системы определяется максимумом энтропии, а сама энтропия есть мера близости тепло-**

изолированной термодинамической системы к положению устойчивого равновесия. Направление процессов в теплоизолированной системе определяется направлением возрастания энтропии. Например, в теплоизолированной системе химические реакции протекают в направлении образования тех веществ, энтропия которых больше.

Пример 4.8. Вычислим изменение энтропии при адиабатическом расширении одного моля идеального газа в вакуум от объема V_1 до объема V_2 . Очевидно, такое расширение не является



обратимым, что соответствует знаку неравенства в (4.26). Вычисление ΔS , тем не менее, можно провести, построив между теми же состояниями 1 и 2 обратимый процесс, для которого (4.26) выполняется уже со знаком равенства. При расширении газа в вакууму ему не над чем совершать работу и $A = 0$. Тогда

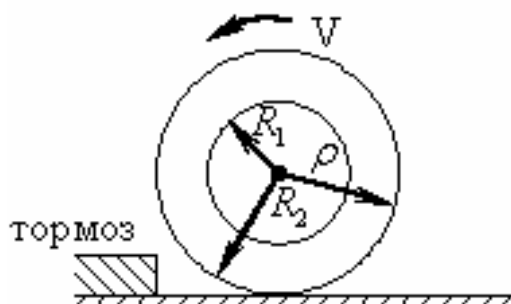
из 1НТ получаем $\Delta U = A + Q = 0$ (при адиабатическом расширении и $Q = 0$). Поскольку для и.г. внутренняя энергия есть функция только температуры (от объема не зависит из-за отсутствия взаимодействия между молекулами), то из $\Delta U = 0$ следует $\Delta T = 0$, и значит, состояния 1 и 2 имеют одинаковую температуру. Поэтому из точки 1 в точку 2 можно попасть в результате обратимого (с необходимостью квазистатического) изотермического процесса. Для него, используя 1НТ, 2НТ и формулу работы моля и.г. при изотермическом процессе $A = RT \ln(V_2/V_1)$, имеем ($dU = 0$):

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dA = \frac{A}{T} = \frac{RT \ln(V_2/V_1)}{T} = R \ln(V_2/V_1).$$

Т.к. $V_2 > V_1$, то $\Delta S = R \ln(V_2/V_1) > 0$, как и должно быть в необратимых адиабатических процессах (см. неравенство (4.27)).

4.5. Статистическая формулировка второго начала термодинамики.

В механике все движения – обратимы, а для термодинамических систем, представляющих собой совокупность большого числа частиц, каждая из которых движется обратимо, ха-



рактерна необратимость процессов. В частности, переход любого вида энергии в тепло – необратим, т.к. согласно 2НТ обратный переход осуществить полностью не удастся. Рассмотрим, на примере, почему это происходит. У вращающегося колеса все молекулы, помимо теплового движения, участвуют в упорядоченном перемещении по окружности, подчиняясь общему закону (W – угловая скорость вращения колеса) $V = rW$. ($R_1 < r < R_2$). После торможения колесо нагревается, и энергия

упорядоченного движения превращается в энергию беспорядочного (хаотичного) теплового движения молекул. Таким образом, 2НТ отражает тот факт, что **переход упорядоченного движения в неупорядоченное может реализоваться полностью, а обратный переход неосуществим**. В самом деле, трудно представить, чтобы нагретое колесо, охладившись само по себе, начало за счет этого вращаться. Ясно, что это связано с большим количеством частиц в системе: одна или несколько из них могут случайно принять нужные по величине ($V = rW$) и направлению (по касательной к колесу) скорости, но для всех сразу такое событие маловероятно. В связи с этим Больцман дал следующую статистическую формулировку 2НТ: **во всякой изолированной системе происходят такие изменения, которые приводят систему к ее наиболее вероятному состоянию**. Под **вероятностью макросостояния** понимается число комбинаций частиц (микросостояний), при которых оно осуществляется. Поскольку энтропия S и вероятность состояния P в необратимых адиабатических процессах растут, то они должны быть связаны какой-то монотонно возрастающей функцией. Больцман показал, что такой функцией является логарифм:

$$S = k \ln(CP), \quad (4.28)$$

где k – уже хорошо известная нам постоянная Больцмана, а C – произвольная постоянная. Соотношение (4.28) является одной из жемчужин физики и проясняет статистический смысл весьма важной функции состояния – энтропии.

V. ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

На расстояниях, превышающих размеры ядра, из всех видов фундаментальных взаимодействий между частицами электромагнитное является наиболее сильным, и именно оно определяет большинство явлений, происходящих в окружающем нас макроскопическом мире. Как и любое другое, это взаимодействие также связано с определенной характеристикой частицы – ее электрическим зарядом. Согласно современным воззрениям атомы всех тел построены из электрически заряженных частиц: легких электронов, заряженных отрицательно, и тяжелых по сравнению с ними атомных ядер с положительным зарядом. Однако в электрическом отношении многие тела нам кажутся нейтральными, т.к. положительные и отрицательные заряды частиц в атоме взаимно компенсируют друг друга. Поэтому, чтобы электрическое взаимодействие проявилось, необходимо сообщить телам нескомпенсированные заряды. Так, если потереть шелком стекло, то на стекле образуется положительный заряд, что было известно еще в глубокой древности. Опыты над нескомпенсированными макроскопическими зарядами приводят к следующим присущим им свойствам:

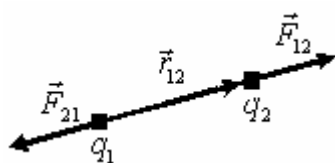
- электрические заряды бывают двух типов – положительные и отрицательные;
- для зарядов справедлив закон сохранения зарядов (ЗСЗ): в любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов не изменяется (N – число зарядов в системе)

$$\sum_{i=1}^{i=N} q_i = const; \quad (5.1)$$

- электрический заряд является релятивистски инвариантным скаляром, т.е. его величина не зависит от системы отсчета, а значит не зависит от того движется заряд или покоится.

5.1. Статическое электрическое поле в вакууме

Как известно, для неподвижных точечных (размеры тел, на которых размещены заряды,



малы по сравнению с расстоянием между телами) зарядов в вакууме справедлив закон Кулона: силы взаимодействия между зарядами прямо пропорциональны зарядам q_1 , q_2 и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними (см. рисунок)

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}, \quad (5.2)$$

где $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ м/Ф}$. Отметим, что в соотношении (5.2) учитывая знаки зарядов: если

заряды разных знаков, то они притягиваются, а если одинаковых – отталкиваются. Закон Кулона (5.2) является типичным примером описания сил в предположении возможности дальнего действия. Для устранения дальнего действия вводится понятие поля, которым мы сейчас и воспользуемся. Будем считать, что не заряд q_1 действует на заряд q_2 , а как и любой другой,

заряд q_1 изменяет свойства окружающего пространства – создает электрическое поле, затем



уже это поле действует на всякий заряд, в него попадающий, в частности, и на q_2 . Поскольку, согласно закону Кулона (5.2), сила, действующая на заряд, пропорциональна его величине, то в качестве силовой характеристики поля, не зависящей от вносимого в него заряда, можно принять силу, действующую на единицу положительного заряда. Такая силовая характеристика поля называется напряжен-

ностью \vec{E} :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (5.3)$$

или

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (5.4)$$

Из закона Кулона (5.2) для напряженности поля точечного заряда q следует соотношение

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^3} \vec{r}. \quad (5.5)$$

Очевидно, что представление закона Кулона в виде двух формул (5.4), (5.5) эквивалентно начальному соотношению (5.2). Однако такая эквивалентность имеет место лишь в электростатике (для полей неподвижных зарядов), но и в ней, хотя электростатическое поле и не проявляется как реальность (не существует без зарядов), введение его характеристик оказывается полезным (в случае подвижных зарядов закон Кулона уже не работает, но (5.3) и (5.4) по-прежнему сохраняют силу как определение \vec{E} и способ нахождения электрической части силы).

Важным свойством электрических полей является справедливость для них **принципа суперпозиции**, вытекающего из независимости силы, действующей на заряд со стороны другого заряда, от того какие еще заряды с ним взаимодействуют, т.е. каждый заряд действует так, как будто других зарядов нет. Следовательно, **резльтирующая напряженность от системы зарядов есть векторная сумма напряженностей, создаваемых каждым из них (N – число зарядов)**

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=N} \vec{E}_i. \quad (5.6)$$

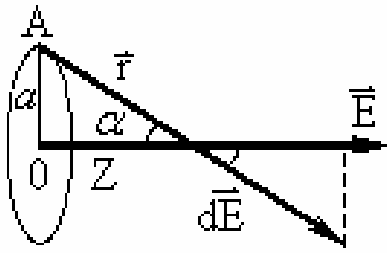
Для системы точечных зарядов из (5.5), (5.6) следует

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{i=N} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i. \quad (5.7)$$

В случае непрерывного распределения зарядов с объемной плотностью ρ (зарядом в единице объема $\rho = \frac{dQ}{dV}$) и поверхностной плотностью σ (зарядом на единицу площади $\sigma = \frac{dQ}{dS}$) аналогично (5.7) имеем

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\mathbf{r}}{r^3} \rho dV + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\mathbf{S}}{r^3} \sigma dS. \quad (5.8)$$

Пример 5.1. Вычислим поле на оси тонкого равномерно заряженного кольца с зарядом Q и радиусом a . Пусть l - линейная плотность заряда (заряд на единицу длины кольца $l = \frac{dQ}{dl}$), тогда, учитывая, что только вертикальная составляющая сохраняется при векторном сложении полей от частей кольца, находим:



$$|E| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{l dl}{r^2} \cos(\alpha) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos(\alpha)}{r^2} \int l dl = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos(\alpha)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qz}{(a^2 + z^2)^{3/2}}.$$

При $z \gg a$ получаем $|E| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{z^2}$, т.е. на большом расстоянии поле кольца не отличается от поля точечного заряда.

Соотношения (5.7), (5.8) в принципе решают любую задачу электростатики: по распределению и величине зарядов позволяют определить силовую характеристику электрического поля \mathbf{E} . Однако во многих случаях распределение зарядов неизвестно и само определяется полем \mathbf{E} . Кроме того, суммирование в (5.7) или интегрирование в (5.8) не является простой задачей. Поэтому для определения векторного поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ имеет смысл поискать и другие подходы.

В качестве характеристик любого векторного поля $\mathbf{a}(\mathbf{r})$ используются такие величины как поток векторного поля Φ_a через произвольную поверхность S (\mathbf{n} - нормаль к поверхности; $d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$)

$$\Phi_a = \int_a \mathbf{r} \mathbf{r} \cdot d\mathbf{S} = \int_a \mathbf{r} \cdot d\mathbf{S} \quad (5.9)$$

и циркуляция векторного поля L_a вдоль замкнутого контура l (\mathbf{t} - единичный вектор, касательный к контуру $d\mathbf{l} = \mathbf{t} dl$)

$$L_a = \oint_a \mathbf{r} \mathbf{r} \cdot d\mathbf{l} = \oint_a \mathbf{r} \cdot d\mathbf{l}. \quad (5.10)$$

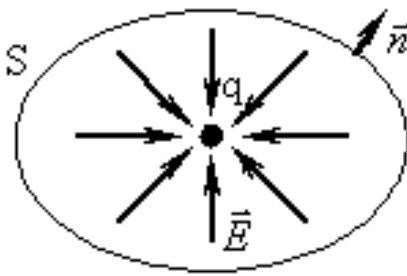
Физический смысл потока и циркуляции проясняется в случае, когда в качестве векторного поля рассматривается поле скоростей жидкости $\vec{a} = \vec{V}(\vec{r})$. Тогда видно, что Φ_a есть просто объем жидкости, протекающей через поверхность S в единицу времени. Если поверхность замкнута, то поток через нее, очевидно, будет отличен от нуля лишь в случае расположения внутри нее источников или стоков жидкости. Циркуляция же не равна нулю при наличии в жидкости замкнутых вихрей. Представим себе, что жидкость везде замерзла, кроме такой трубочки, которая совпадает с контуром. Тогда $L_v = \langle V \rangle l$, где l – длина трубочки, а $\langle V \rangle$ – установившаяся в ней после замерзания скорость.

В случае электрического поля его источником являются заряды и поток Φ_E через замкнутую поверхность, по-видимому, должен определяться теми из них, которые заключены внутри этой поверхности. На самом деле, используя закон Кулона (5.5) и принцип суперпозиции (5.6), можно доказать **теорему Гаусса: поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на ϵ_0** :

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \sum_{i=1}^{i=N} q_i / \epsilon_0. \quad (5.11)$$

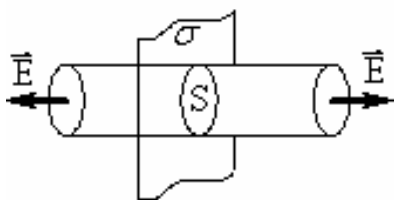
Хотя поле \vec{E} зависит от конфигурации (расположения в пространстве) всех зарядов, его поток определяется только суммой зарядов внутри поверхности и, если заряды передвинуть так, чтобы они не пересекали эту поверхность, то поле, вообще говоря, изменится во всех точках пространства, а поток останется прежним.

Пример 5.2. Из теоремы Гаусса следует невозможность существования устойчивого равновесия заряда в электрическом поле. Пусть для определенности $q > 0$. Тогда для устойчивости заряда необходимо,



чтобы в малой его окрестности \vec{E} было направлено к заряду для создания возвращающей силы, как это показано на рисунке. Но при таком распределении в пространстве вектора \vec{E} поток через поверхность, окружающую заряд,

будет отрицательным $\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} < 0$, а по теореме Гаусса он положителен



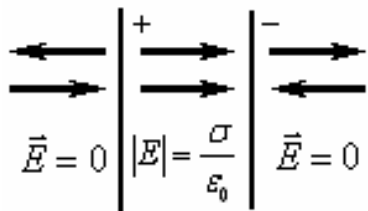
$\Phi_E = q / \epsilon_0 > 0$. Полученное противоречие указывает на невозможность устойчивого равновесия зарядов в статическом электрическом поле.

Пример 5.3. а) поле равномерно заряженной пластины.

По теореме Гаусса имеем (S - поверхностная плотность энергии $\Phi_E 2ES = sS / \epsilon_0$, откуда следует

$$E = \frac{S}{2\epsilon_0}.$$

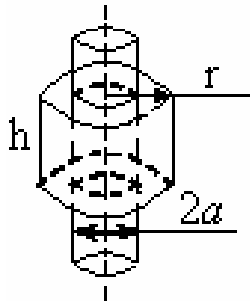
б) поле двух параллельных равномерно и разноименно заряженных пластин (плоского конденсатора). Используя принцип суперпозиции и результат предыдущего примера, получим вне конденсатора $E \equiv 0$, а внутри:



$$|\vec{E}| = s / 2\epsilon_0 + s / 2\epsilon_0 = s / \epsilon_0.$$

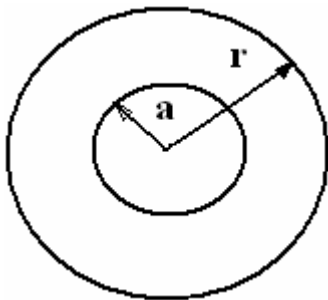
в) поле бесконечного, круглого и полого цилиндра, заряженного равномерно с линейной плотностью заряда l . По теореме Гаусса вне цилиндра:

$$2\pi \cdot r \cdot h \cdot E = l \cdot h / \epsilon_0, \text{ т.е. } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2l}{r}, \text{ внутри: } 2\pi \cdot r \cdot h \cdot E = 0. \text{ Таким образом,}$$



$$E = \begin{cases} 0 & \text{при } r < a, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2l}{r} & \text{при } r \geq a. \end{cases}$$

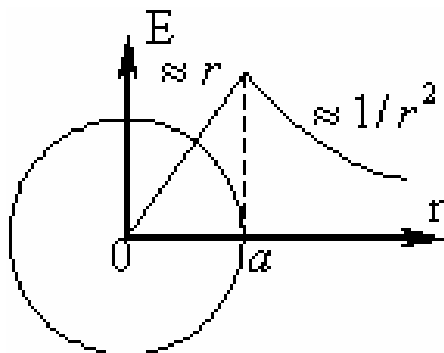
г) поле сферической поверхности, заряженной равномерно с зарядом q . Аналогично предыдущему примеру получаем из теоремы Гаусса:



$$E = \begin{cases} 0 & \text{при } r < a, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} & \text{при } r \geq a. \end{cases}$$

Таким образом, вне сферы распределение поля такое же, как для точечного заряда.

д) поле равномерно заряженного шара с объемной плотностью заряда ρ . Вне шара аналогично случаю сферы. Внутри из теоремы Гаусса имеем:



$$4\pi r^2 E = 4 / 3\pi r^3 \frac{\rho}{\epsilon_0} a^3 = \frac{q}{\epsilon_0} \left(\frac{r}{a} \right)^3,$$

откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^3} r, \text{ т.е.}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times \begin{cases} r/a^3, & r < a \\ 1/r^2, & r \geq a. \end{cases}$$

Полученное распределение E представлено на рисунке.

К сожалению, число задач, решаемых с помощью теоремы Гаусса, ограничено только симметричными случаями. В общем случае, когда поле определяется не только зарядами внутри поверхности, но и вне нее, уравнение для потока должно быть дополнено уравнением для циркуляции. Поскольку электрическое поле – потенциально, то работа в нем вдоль замкнутого контура равна нулю (работа равна убыли потенциальной энергии, но, если мы возвращаемся в исходную точку, то $A = -\Delta W = 0$)

$$A = \oint \vec{E} d\vec{l} = q \oint \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \text{откуда}$$

$$L_E = \oint \vec{E} d\vec{l} = 0. \quad (5.12)$$

Согласно (5.4) сила, действующая на точечный заряд, пропорциональна его величине, а значит ей будут пропорциональны работа поля над зарядом и энергия этого заряда в поле. Поэтому в качестве энергетической характеристики электрического поля удобно ввести **потенциальную энергию единицы положительного заряда, которая называется потенциалом** и изменяется в вольтах ($1\text{В} = 1\text{Дж/Кл}$)

$$j = W / q. \quad (5.13)$$

Тогда

$$A = -\Delta W = -q\Delta j. \quad (5.14)$$

Так как потенциальная энергия заряда q_1 в поле заряда q есть (см. пример 2.5 в лекции по механике) $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_1}{r}$, то из (5.13) имеем

$$j = \frac{W}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (5.15)$$

Для потенциалов также справедлив принцип суперпозиции и, в соответствии с ним, для системы точечных зарядов потенциал вычисляется по формуле

$$j = \sum_i^N j_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i^N \frac{q_i}{r}. \quad (5.16)$$

или соответственно, для поверхностного и объемного непрерывных распределений зарядов:

$$j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\mathbf{S}}{r} dS, \quad (5.17)$$

$$j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\mathbf{r}}{r} dV. \quad (5.18)$$

Суммирование в (5.16) либо интегрирование в (5.17), (5.18) менее трудоемки, чем суммирование или интегрирование векторных полей в (5.6), (5.8). В то же время можно показать, что знания энергетической характеристики поля \mathbf{j} вполне достаточно для определения его силовой характеристики \mathbf{E} . Так, в декартовой системе координат выполняется соотношение (это следует из (5.14))

$$\mathbf{E} = - \left(\frac{\partial j}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial j}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial j}{\partial z} \cdot \mathbf{k} \right) \quad (5.19)$$

Система уравнений (5.11) и (5.12) представляет собой **два уравнения Максвелла, написанные для случая статического электрического поля в вакууме** и полностью его определяющие, также как и соотношение (5.7):

$$\left(\begin{array}{l} \oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}, \\ \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0. \end{array} \right. \quad (5.20)$$

5.2. Электрическое поле в проводнике и диэлектрике

В любом веществе истинное электрическое поле (микрополе) меняется весьма резко как в пространстве, так и во времени. Оно, очевидно, существенно различно в пределах атомов и промежутков между ними. Для нахождения суммарного микрополя в веществе нужно, вообще говоря, сложить напряженности полей от каждой из заряженных микрочастиц (электронов и ядер). Однако решение этой задачи совершенно нереально, а результат непригоден для использования в макроскопических задачах. Поэтому **под электрическим полем в веществе обычно понимают макрополе, которое является пространственным усреднением по физически бесконечно малым объемам микрополя** (физически бесконечно малые объемы – объемы, содержащие достаточно много заряженных частиц, но имеющие размеры много меньшие, чем характерные расстояния, на которых существенно меняется макрополе). В результате сглаживаются все нерегулярности и быстрые изменения на расстояниях порядка размеров атомов. Таким образом, получается макрополе

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{макро}} = \langle \mathbf{E}_{\text{микро}} \rangle_V,$$

где $\langle \rangle_V$ означает операцию усреднения по физически бесконечно малым объемам.

При внесении любого вещества в электрическое поле происходит смещение ядер и электронов, что, в свою очередь, вызывает разделение зарядов. Образовавшиеся при этом нескомпенсированные заряды называются **индуцированными**, а само явление их образования – **электростатической индукцией**. Таким образом, результирующее поле при наличии вещества определяется как суперпозиция (сумма) внешнего поля и поля индуцированных

зарядов. При этом задача нахождения поля в веществе усложняется тем, что распределение индуцированных зарядов неизвестно и зависит от физической природы и формы тела.

Наиболее просто поле определяется в проводнике и вблизи его поверхности. **Проводниками мы будем называть вещества, в которых имеются в достаточном количестве свободные носители зарядов.** Хорошими проводниками, например, являются металлы, т.к. в них часть валентных электронов вытеснена при образовании кристаллической решетки из атомов и превращена в электроны проводимости – свободные носители электричества. Когда проводник помещается в электрическое поле, то индуцированные заряды будут двигаться в нем до тех пор, пока своим полем полностью не скомпенсируют внешнее поле (до этого момента при $\dot{E} \neq 0$ на них действует сила $\dot{F} = q\dot{E}$, а под действием силы, согласно второму закону Ньютона, они, будучи свободными, не могут быть в покое). Следовательно, внутри проводника в электростатике (при установившемся распределении зарядов) электрическое поле отсутствует

$$\dot{E} = 0. \quad (5.21)$$

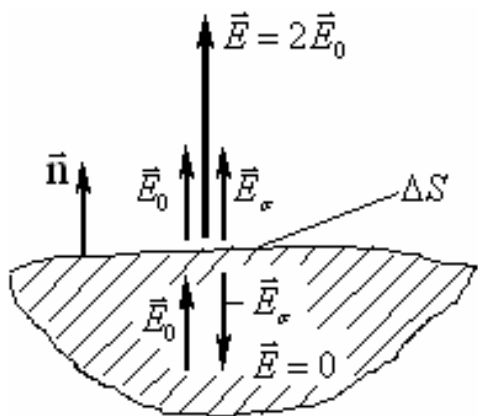
Если $\dot{E} = 0$, то и $\Phi_E = 0$, откуда по теореме Гаусса $\int r dV = e_0 \Phi_E = 0$, и т.к. объем произволен, то

$$r = 0, \quad (5.22)$$

т.е. в проводнике отсутствует объемно-распределенный заряд: весь заряд локализуется в поверхностном слое толщиной порядка размеров атомов и характеризуется поверхностной плотностью s . Соотношение (5.22) физически очевидно, поскольку если бы и образовался в объеме проводника некоторый сгусток зарядов одного знака, то под действием сил отталкивания эти заряды разошлись бы на максимально возможное расстояние, распределяясь по поверхности.

Используя теорему Гаусса и условие (5.21), можно показать, что вблизи проводника поле направленно по нормали \dot{n} к его поверхности и определяется только локальной плотностью заряда

$$\dot{E} = (s / e_0) \dot{n}. \quad (5.23)$$



ностью заряда

Пример 5.4. Распределяясь по поверхности проводника, заряды продолжают взаимодействовать (отталкиваться друг от друга) и создают силу аналогичную поверхностному натяжению, но противоположно направленную (поверхностное натяжение стремится сократить площадь поверхности, а отталкивающиеся заряды, наоборот, ее увеличить, чтобы разойтись еще дальше). Исходя из (5.23), найдем силу

\vec{f} , действующую со стороны поверхностных зарядов на единицу площади поверхности проводника. Согласно (5.4) имеем $\vec{f} \Delta S = s \Delta S \vec{E}_0$, где \vec{E}_0 – поле от всех зарядов, исключая расположенные на выделенной площади ΔS . Но так как внутри поле равномерно, а снаружи, согласно (5.23) равно $s / e \cdot \vec{n}$, то из принципа суперпозиции имеем:

$$\begin{cases} \vec{E}_0 + \vec{E}_s = s / e_0 \vec{n}, \\ \vec{E}_0 - \vec{E}_s = 0_s, \end{cases}$$

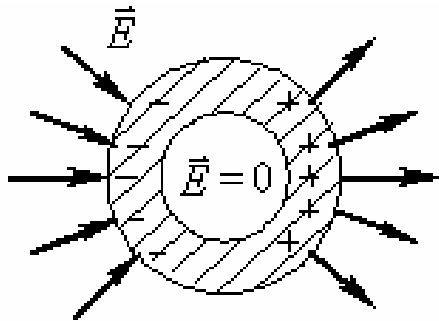
откуда следует

$$\vec{E} = \frac{s}{2e_0} \vec{n},$$

а значит

$$\vec{f} = s \vec{E}_0 = \frac{s}{2e_0} \vec{n} s = \frac{s^2}{2e_0} \vec{n} = \frac{e_0 E^2}{2} \vec{n}.$$

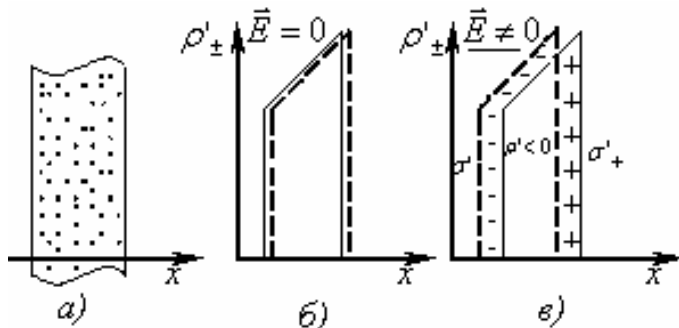
Проводники могут служить защитой от статических электрических полей. Т.к. внутри



проводника зарядов нет ($r = 0$), то, извлекая из его внутренней части электрически нейтральное вещество, мы никак не изменяем поля, а значит и распределения зарядов на внешней поверхности. Но то же распределение по-прежнему не создаст поля в пространстве, где убрали вещество, и, следовательно, внутри полости проводника поле отсутствует. Поэтому многие измерительные приборы

(радиолампы, транзисторы и т.д.) помещаются в металлические корпуса. Можно доказать и более общее утверждение (см., например, Фейнмановские лекции по физике): **любая проводящая замкнутая оболочка разделяет все пространство на внутреннюю и внешнюю части, в электрическом отношении не зависящие друг от друга.**

Рассмотрим теперь поле в диэлектрике. Диэлектриками называются вещества, практически не проводящие электрического тока, т.е. в отличие от проводников, в них

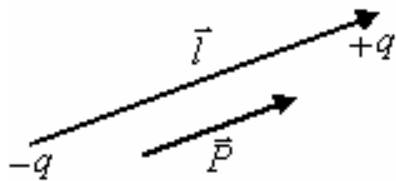


нет свободных носителей зарядов. При внесении диэлектрика в поле меняются характеристики поля как внутри, так и вне него. Это обусловлено тем, что под действием внешнего поля диэлектрики поляризуются: положительные заряды смещаются по полю, а отрицательные –

против. Как видно из рисунка, в результате поляризации при неравномерном распределении

компенсирующих друг друга при $\dot{E} = 0$ зарядов r_+ и r_- помимо поверхностных образуются и объемные заряды. Нескомпенсированные заряды, образующиеся при поляризации, называются связанными, остальные – сторонними (термин свободные менее удачен, т.к. сторонние тоже связаны с диэлектриком). В дальнейшем связанные заряды будем отмечать штрихом.

Степень поляризации, очевидно, тем больше, чем больше величины зарядов и расстоя-



ния между ними. Поэтому для двух равных и противоположных по знаку зарядов (такая система называется диполем) в качестве характеристики поляризации применяется электрический дипольный момент \dot{p} , равный произведению величины

зарядов на вектор \dot{l} , характеризующий их взаимное расположение (см. рисунок)

$$\dot{p} = q \cdot \dot{l}. \quad (5.24)$$

Представляя каждый атом или молекулу диэлектрика во внешнем поле в виде диполя, можно определить вектор поляризации как дипольный момент единицы объема (N – число молекул в объеме ΔV):

$$\dot{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \dot{p}_i = \frac{N}{\Delta V} \sum_i \dot{p}_i / N = n \langle \dot{p} \rangle, \quad (5.25)$$

где n – плотность диполей, $\langle \dot{p} \rangle$ – средний дипольный момент молекул.

Основная трудность определения поля в присутствии диэлектрика заключается в том, что заранее неизвестно распределение связанных зарядов r' . В то же время в теорему Гаусса входят как сторонние, так и связанные заряды:

$$\oint \dot{E} d\dot{S} = \frac{\sum q_i + q_i}{e_0} = \frac{1}{e_0} \int (r + r') dV \quad (5.26)$$

и пока не найдено $r' = r'(x, y, z)$, не удастся найти и $\dot{E} = \dot{E}(x, y, z)$. Понятно, что распределение связанных зарядов зависит от вектора поляризации (при $\dot{P} = 0$, очевидно и $r' = 0$). На самом деле можно доказать для вектора \dot{P} и зарядов r' теорему, аналогичную теореме Гаусса:

$$\Phi_p = \oint \dot{P} d\dot{S} = -\sum q' = -\int r' dV. \quad (5.27)$$

Из (5.26) и (5.27) получаем:

$$e_0 \oint \dot{E} d\dot{S} = \int r dV + \int r' dV = \int r dV - \oint \dot{P} d\dot{S}, \quad \text{откуда}$$

$$\oint (e_0 \dot{E} + \dot{P}) d\dot{S} = \int r dV. \quad (5.28)$$

Видно, что поток вектора $\dot{D} = e_0 \dot{E} + \dot{P}$ определяется только сторонними зарядами, и поэтому введение такого вектора при рассмотрении электрического поля в диэлектриках весьма удобно. Из (5.28) для вектора \dot{D} , называемого электрической индукцией, получаем

$$\oint \dot{D} d\dot{S} = \int r dV. \quad (5.29)$$

В том случае, когда диэлектрик изотропный, а поля не очень велики и не очень быстро меняются во времени, оказывается $\dot{D} \sim \dot{E}$:

$$\dot{D} = e_0 \dot{E} + \dot{P} = e e_0 \dot{E}, \quad (5.30)$$

где e – относительная диэлектрическая проницаемость (для вакуума $e = 1$, у некоторых керамик $e \approx 100$, у воды $e = 81$).

Поскольку в диэлектрике электрическое поле по-прежнему потенциально, то второе уравнение Максвелла (5.12) остается справедливым и в присутствии вещества. Таким образом, в электростатике с учетом наличия диэлектриков уравнения Максвелла принимают вид:

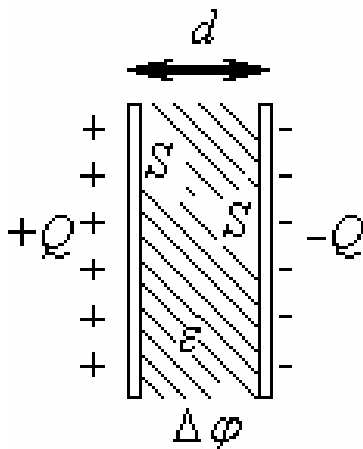
$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \dot{D} d\dot{S} = \int r dV, \\ \oint \dot{E} dl = 0. \end{array} \right. \quad (5.31)$$

Поиск решения системы уравнений (5.30), (5.31) при заданном распределении сторонних зарядов, известном расположении и форме диэлектриков, как правило, представляет сложную задачу. Исключение составляет случай, когда все пространство заполнено однородным изотропным диэлектриком, а поля не очень велики. Можно доказать, что при этих условиях заполнение диэлектриком просто уменьшает поле в e раз:

$$\dot{E} = \dot{E}_0 / e, \quad (5.32)$$

где \dot{E}_0 – поле, определенное в вакууме (без учета диэлектрика).

Пример 5.5. Выразим емкость плоского конденсатора через его геометрические размеры и диэлектрическую проницаемость заполняющего его диэлектрика (еще Фарадей экспериментально установил, что внесение в конденсатор диэлектрика увеличивает его емкость).



Формула (5.32) остается справедливой, и когда диэлектриком заполняется не все пространство, а область между двумя эквипотенциальными поверхностями. Так как пластинки – металлические, то они представляют собой поверхности равного потенциала (если $\Delta j \neq 0$, то согласно (5.19) $\dot{E} \neq 0$, а в металле этого быть не может) и для расчета \dot{E} в диэлектрике надо

найти его в вакууме, а затем уменьшить в ϵ раз. Согласно результатам примера 5.3, получим:

$$E = E_0 / \epsilon = \frac{S}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{S}{\epsilon \epsilon_0 S}.$$

Как известно, емкостью конденсатора C называют отношение $Q/\Delta j$ и, учитывая, что $\Delta j = A = Ed$, находим:

$$C = \frac{Q}{\Delta j} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{Q/\epsilon \epsilon_0 S d} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}.$$

5.3. Магнитостатика

Опыт показывает, что сила \vec{F} , действующая на заряд, зависит не только от положения заряда, но и от его скорости \vec{V} . Поэтому силу разделяют на две составляющие: электрическую \vec{F}_e , которая не зависит от скорости, и магнитную \vec{F}_m , зависящую от \vec{V} . Направление и модуль магнитной силы, согласно опытным данным, зависят от скорости следующим образом: в любом месте магнитная сила перпендикулярна скорости и некоторому выделенному направлению, причем модуль силы пропорционален составляющей скорости, перпендикулярной этому направлению, а также величине заряда. Все эти свойства можно математически описать, если ввести силовую характеристику магнитного поля – вектор магнитной индукции \vec{B} (в системы СИ единицей ее измерения служит тесла Тл) так, что

$$\vec{F}_m = q[\vec{V}, \vec{B}] \tag{5.33}$$

Тогда полная электромагнитная сила \vec{F}_L (эту силу называют силой Лоренца), действующая на движущийся со скоростью \vec{V} заряд q , есть

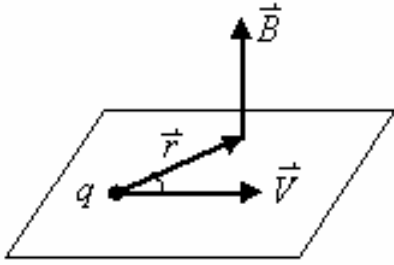
$$\vec{F}_L = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q[\vec{V}, \vec{B}]. \tag{5.34}$$

Соотношение (5.34) – универсально, оно справедливо не только в магнитостатике при $\vec{V} = const$, но и в общем случае переменных полей и ускоренно движущихся заряженных релятивистских частиц. В нерелятивистском приближении сила Лоренца, как и любая другая сила, не зависит от выбора системы отсчета (см. раздел II по механике). Вместе с тем \vec{F}_m зависит от \vec{V} и, следовательно, она – различна в разных системах отсчета, поэтому должна меняться и электрическая составляющая \vec{F}_e , чтобы их сумма оставалась неизменной. Из этого следует, что деление на электрическую и магнитную составляющую носит относительный характер (зависит от системы координат).

Из опыта известно: магнитное поле, действуя только на движущиеся заряды, в свою очередь создается также движущимися зарядами. Закон, определяющий магнитное поле то-

ческого заряда q с нерелятивистской скоростью \vec{V} , имеет вид (этот закон, очевидно, аналогичен закону Кулона в электростатике (5.5))

$$\vec{B} = \frac{m_0}{4\pi} \frac{q[\vec{V}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (5.35)$$



где m_0 – магнитная проницаемость вакуума ($\frac{m_0}{4\pi} = 10^{-7}$ Гн/м), \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения (см. рисунок: конец \vec{r} – неподвижен, а начало движется со скоростью \vec{V}).

Пример 5.3. Сравним электрическую составляющую с магнитной для двух движущихся параллельно со скоростью \vec{V} зарядов q . Из закона Кулона и (5.35) имеем:

$$\vec{B} = \frac{m_0}{4\pi} \left[\vec{V}, \frac{q\vec{r}}{r^3} \right] = m_0 e_0 \left[\vec{V}, \frac{1}{4\pi e_0} \frac{q\vec{r}}{r^3} \right] = \frac{1}{C^2} [\vec{V}, \vec{E}],$$

где $C = \frac{1}{\sqrt{m_0 e_0}}$ – электродинамическая постоянная равная скорости света (совпадение, как будет видно из дальнейшего, – неслучайно).

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{qVB}{qE} = \frac{V \times V / C \times E}{E} = \left(\frac{V}{C} \right)^2.$$

Даже для скорости $V = 300$ км/с имеем $F_m / F_e = 10^{-6}$. Возникает вопрос: стоит ли такую незначительную силу учитывать? Оказывается, стоит по двум причинам: во-первых, приходится иметь дело с субсветовыми пучками и тогда $F_m / F_e \approx 1$, во-вторых, хотя при движении электронов в проводнике $V = 0,1$ мм/с и $F_m / F_e \approx 10^{-24}$, эта сила оказывается единственной, поскольку баланс положительных и отрицательных зарядов более идеален, чем 10^{-24} , и $F_e = 0$ (малость же F_m , наоборот, компенсируется огромным числом зарядов, участвующих в создании тока и взаимодействующих друг с другом магнитным способом). Таким образом, несмотря на то, что магнитная сила является релятивистским эффектом второго порядка (порядка $(V/C)^2$), мы имеем возможность ее наблюдать для двух проводников с током, в которых электроны движутся отнюдь не с релятивистскими скоростями.

Так же как и в электростатике, для расчета полей от системы движущихся зарядов можно воспользоваться принципом суперпозиции:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i = \frac{m_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{q_i [\vec{V}_i, \vec{r}_i]}{r_i^3}. \quad (5.36)$$

Если распределение движущихся зарядов непрерывно, то создаваемые ими магнитные поля определяются произведением $\mathbf{j} = r \dot{\mathbf{V}}$, называемым плотностью тока (зарядом, проходящим в единицу времени через единицу площади плоскости, перпендикулярной скорости перемещения зарядов). Из (5.35) для непрерывного распределения имеем ($q = r dV$, dV – элемент объема):

$$d\mathbf{B} = \frac{m_0}{4\pi} \frac{r dV [\dot{\mathbf{V}}, \mathbf{r}]}{r^3} = \frac{m_0}{4\pi} \frac{[r \dot{\mathbf{V}}, \mathbf{r}]}{r^3} dV = \frac{m_0}{4\pi} \frac{[\mathbf{j}, \mathbf{r}]}{r^3} dV. \quad (5.37)$$

В более частном случае, когда ток течет по тонкому проводу, из (5.37) получаем закон Био-Савара ($\mathbf{j} dV = j \Delta S dl = I dl$; I – ток в проводе; dl – бесконечно малый элемент длины провода, направленный по току):

$$d\mathbf{B} = \frac{m_0 I}{4\pi} \frac{[dl, \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (5.38)$$

Результирующее значение поля по принципу суперпозиции находится из (5.37) или (5.38) интегрированием:

$$\mathbf{B} = \frac{m_0}{4\pi} \int \frac{[\mathbf{j}, \mathbf{r}]}{r^3} dV \quad \text{или} \quad \mathbf{B} = \frac{m_0}{4\pi} \int \frac{I [dl, \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (5.39)$$

Расчет \mathbf{B} по формулам (5.39) довольно сложен и аналогично тому, как в электростатике из закона Кулона, в магнитостатике из закона Био-Савара выводятся уравнения для потока и циркуляции силовой характеристики поля:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_B = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0, \\ L_B = \oint \mathbf{B} dl = m_0 \sum_{i=1}^N I_i = m_0 \int \mathbf{j} dS, \end{array} \right. \quad (5.40)$$

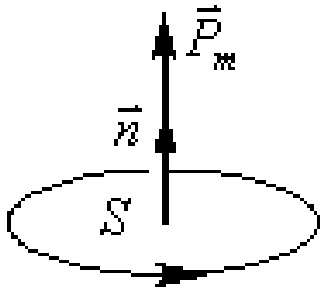
где суммирование и интегрирование во втором уравнении проводится для токов, текущих через поверхность натянутую на рассматриваемый замкнутый контур, а направление положительного обхода контура и вектора нормали к поверхности согласованы по правилу «буравчика». Уравнения (5.40) представляют собой частный случай уравнений Максвелла для магнитостатики в вакууме. Первое уравнение системы физически означает отсутствие источников магнитного поля – магнитных зарядов, а второе уравнение указывает на непотенциальность магнитного поля и невозможность введения для него энергетической характеристики – скалярного потенциала.

Теория магнитного поля в магнетиках (веществах, проявляющих магнитные свойства и влияющих на магнитные поля) строится аналогично теории электрического поля в диэлектриках. Молекулы или атомы магнетика во внешнем магнитном поле ведут себя как элементарные витки с током, которые в сумме создают токи намагничивания и характеризуются

магнитным моментом (в электростатике у диэлектриков соответственно были диполи, поляризационные (связанные) заряды и дипольные моменты)

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n},$$

где I – ток, S – площадь витка с током, \vec{n} – нормаль к витку (см. рисунок). Магнитный момент



момента единицы объема называется намагниченностью \vec{j} (аналог вектора поляризации \vec{P} в диэлектриках, сравните (5.41) с (5.25))

$$\vec{j} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi} = n \langle \vec{p}_m \rangle. \quad (5.41)$$

Оказывается удобным ввести дополнительную характеристику магнитного поля – вектор напряженности \vec{H} (в электростатике диэлектриков вводился вектор \vec{D})

$$\vec{H} = \vec{B} / m_0 - \vec{j} \quad (5.42)$$

и записать уравнение Максвелла с учетом наличия магнетика, но не содержащие токов намагничивания:

$$\begin{cases} \Phi_B = \oint \vec{B} d\vec{S} = 0, \\ L_H = \oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^N I_i = \int \vec{j} d\vec{S}. \end{cases} \quad (5.43)$$

В том случае, когда магнетик – изотропный, а поля не очень велики и не очень быстро меняются во времени, оказывается $\vec{B} \sim \vec{H}$:

$$\vec{B} = m m_0 \vec{H}, \quad (5.44)$$

где m – магнитная проницаемость магнетика ($m > 1$ – для парамагнетиков и $m < 1$ – для диамагнетиков, в вакууме $m = 1$). Помимо диа- и парамагнетиков, в природе существуют ферромагнетики, у которых связь между \vec{B} и \vec{H} – существенно нелинейна и неоднозначна.

В отличие от электростатики при заполнении пространства однородным изотропным магнетиком поле, рассчитанное в вакууме, необходимо не делить на проницаемость среды (в электростатике поле уменьшается в ϵ раз), а умножать

$$\vec{B} = m \vec{B}_0, \quad (5.45)$$

где \vec{B}_0 – поле в отсутствие магнетика.

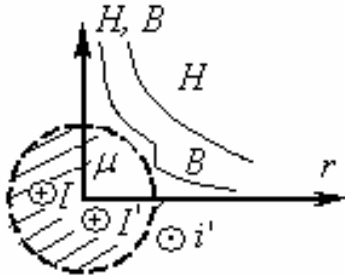
Пример 5.7. Найдём поле прямого тока при наличии диа- или парамагнетика с магнитной проницаемостью m . Согласно (5.43) циркуляция \vec{H} определяется только токами проводимости. Для показанного на рисунке контура имеем

$$H 2\pi r = I,$$

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{2I}{r}.$$

Для вектора магнитной индукции, учитывая $\vec{B} = \mu \vec{H}$, получаем

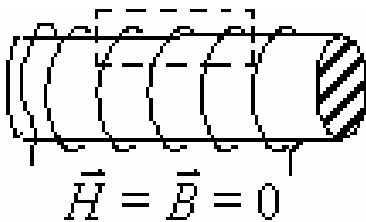
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r} \times \begin{cases} \mu & \text{при } r \leq a, \\ 1 & \text{при } r > a. \end{cases}$$



Усиление \vec{B} внутри магнетика (для определенности считается $\mu > 1$) обусловлено током намагничивания у провода на оси системы (током I' на рисунке). Поверхностный ток с плотностью i' на границе магнетик – вакуум компенсирует ток I' вне магнетика, что приводит к скачкообразному уменьшению магнитной индукции.

магнитной индукции.

Пример 5.8. Найдем поле в бесконечном соленоиде, заполненном пара- или диамагнетиком с проницаемостью μ . Соленоидом называется проводник, намотанный по винтовой линии на цилиндр. Опыт показывает, что, чем длиннее соленоид, тем меньше поле вне его. Для бесконечно длинного соленоида положим снаружи $\vec{H} = \vec{B} = 0$. Тогда по соотношению для циркуляции (5.43) имеем (n – число витков на единицу длины)



$Hl = Inl$,

откуда $H = nI$ и $B = \mu \mu_0 H = \mu \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) 4\pi nI$.

5.4. Закон Фарадея и ток смещения Максвелла

Явления электро- и магнитостатики возможно изучать (как мы и делали) отдельно, т.к. постоянные электрические и магнитные поля не влияют друг на друга и описываются системами независимых уравнений:

$$\begin{cases} \oint \vec{D} d\vec{S} = \int \vec{r} dV, \\ \oint \vec{E} d\vec{l} = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \oint \vec{B} d\vec{S} = 0, \\ \oint \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S}. \end{cases} \quad (5.46)$$

В случае нестационарных полей дело обстоит иначе: электрические и магнитные поля не могут существовать независимо и реальностью является лишь электромагнитное поле. Впервые это было понято Фарадеем, когда в 1831 году им был открыт один из фундаментальных законов электродинамики – закон электромагнитной индукции: в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока Φ_B (потока векторного поля \vec{B}), охватываемого этим контуром, возникает электрический ток (этот ток называется

индукционным). Появление тока обусловлено ЭДС индукции e_i . Опыт показывает, что e_i зависит только от скорости изменения потока (закон Фарадея):

$$e_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (5.47)$$



Появление знака минус в (5.47) связано с выбором определенного правила, согласующего направления положительного ЭДС (тока) в контуре и нормали к поверхности, через которую вычисляется поток. Предполагается, что эти направления связаны друг с другом правилом правого винта (буравчика), как это показано на рисунке (если бы винт был левым, то минус в (5.47) отсутствовал бы). В соответствии с (5.47) и этим предположением направление индукционного тока задается **правилом Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей, т.е. индукционный ток создает магнитный поток, препятствующий изменению потока, генерирующему этот ток**. Правило Ленца отражает стремление системы сохранять свое состояние (аналогично сохранению постоянной скорости свободной м.т. в механике), проявляя свойство электромагнитной инерции.

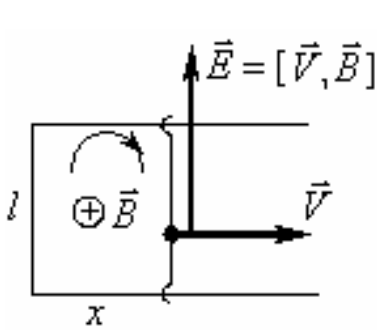
Замечательно, что (5.47) остается верным независимо от того, каким образом мы осуществляем изменение магнитного потока: меняя поле $\dot{\mathbf{B}}$ или перемещая и деформируя замкнутый контур в постоянном поле. Это тем более удивительно, если учесть различную природу возникновения ЭДС в этих двух случаях. Когда проводящий контур перемещается в постоянном во времени поле, то причиной ЭДС является магнитная часть силы Лоренца, действующая на движущиеся вместе с контуром заряды (см. пример 5.9). Однако ЭДС возникает и когда контур покоится, но изменяется само поле $\dot{\mathbf{B}}$. В этом случае возникновение индукционного тока уже нельзя объяснить магнитной силой и Максвелл предположил, что независимо от того, есть проводящий контур или его нет, меняющееся магнитное поле приводит к появлению электрического поля $\dot{\mathbf{E}}$, которое и создает ЭДС и ток, когда проводящий контур там имеется. Поскольку по определению ЭДС есть работа сил A по перемещению единицы положительного заряда, то из (5.47) имеем ($A = e_i = \oint \dot{\mathbf{E}} d\mathbf{l}$):

$$\oint \dot{\mathbf{E}} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_i}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} d\mathbf{S}. \quad (5.48)$$

Из (5.48) следует непотенциальность электрического нестационарного поля, возникающего из-за изменения магнитного поля, и его называют вихревым.

Пример 5.9. Рассмотрим как закон Фарадея получается из формулы (5.35) для магнитной части силы Лоренца в простейшем случае деформирования плоского проводящего

контура. Будем считать, что движется лишь одна металлическая перемычка в независи-



щем от времени однородном поле \dot{B} с постоянной скоростью \dot{V} (см. рисунок). Тогда вместе с перемычкой движутся и электроны проводимости, а следовательно, на них действует вдоль проводника магнитная сила $\dot{F}_M = -e[\dot{V}, \dot{B}]$ (e – величина заряда электрона, знак минус учитывает его отрицательность). Эта магнитная сила играет роль сторонней силы, создающей ЭДС,

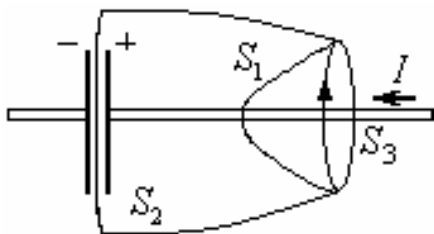
с напряженностью:

$$\dot{E} = \frac{\dot{F}_M}{-e} = [\dot{V}, \dot{B}],$$

откуда (положительное направление замкнутого контура, показанное на рисунке, выбрано так, чтобы нормаль к части плоскости, через которую считается поток вектора магнитной индукции, была параллельна \dot{B}):

$$e_i = \oint \dot{E} d\mathbf{l} = -\oint V B d\mathbf{l} = -V B l = -B l \frac{dx}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

После открытия Фарадея о том, что **меняющееся магнитное поле создает вихревое электрическое поле**, Максвелл гениально предположил верность обратного утверждения:



изменение электрического поля генерирует магнитное.

К этой идеи можно прийти из следующих рассуждений на конкретном примере с плоским конденсатором. Рассмотрим контур вокруг проводника, по которому идет заряд на конденсатор, и натянем на этот контур две поверхности: проходящую внутри конденсатора S_2 и вне его S_1 (см. рисунок). Тогда из (5.46):

$$\oint \dot{H} d\mathbf{l} = \int_{S_1} \dot{j} d\mathbf{S} \neq \int_{S_2} \dot{j} d\mathbf{S} = 0. \quad (5.49)$$

Согласно (5.49), циркуляция \dot{H} зависит от выбора поверхности, и возникает желание подправить второе уравнение (5.40) так, чтобы не зависела. Для этого надо по \dot{D} построить формальное поле \dot{j}' , обеспечивающее равенство интегралов по S_1 и S_2 (при выводе используется (5.29) и тот факт, что ограниченную контуром площадь S_3 , можно сделать сколь угодно малой, стягивая этот контур в точку на проводнике):

$$\int_{S_2} \dot{j}' d\mathbf{S} = \int_{S_1} \dot{j} d\mathbf{S} = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \dot{D} d\mathbf{S} = \frac{d}{dt} \int_{S_2+S_3} \dot{D} d\mathbf{S} = \frac{d}{dt} \int_{S_2} \dot{D} d\mathbf{S} = \int_{S_2} \frac{\partial \dot{D}}{\partial t} d\mathbf{S}.$$

Следовательно, $\mathbf{j}' = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ и эту поправку, которую Максвелл назвал током смещения,

надо ввести в формулу для циркуляции:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int (j + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) d\mathbf{S}. \quad (5.50)$$

Следует иметь в виду, что токи смещения аналогичны токам проводимости только в отношении способности создавать магнитное поле (например, в вакууме никаких носителей зарядов нет, а ток смещения может быть отличен от нуля).

5.5. Уравнения Максвелла.

С введением тока смещения макроскопическая теория электромагнитного поля была завершена. Характеристики поля в самом общем случае для неподвижных сред описываются четырьмя уравнениями Максвелла (УМ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int r dV, \\ \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \\ \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0, \\ \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int (j + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) d\mathbf{S}. \end{array} \right. \quad (5.51)$$

УМ играют в электродинамике такую же роль как уравнения Ньютона в механике. Для нахождения полей по заданным распределениям сторонних зарядов $r = r(x, y, z, t)$ и токов проводимости $\mathbf{j} = \mathbf{j}(x, y, z, t)$ УМ необходимо дополнить материальными уравнениями, описывающими свойства реальных сред, в которых рассматриваются поля. В случае не очень сильных, медленно изменяющихся полей и изотропных сред, не содержащих сегнетоэлектриков и ферромагнетиков, материальные уравнения имеют наиболее простой вид:

$$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = s(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*), \quad (5.52)$$

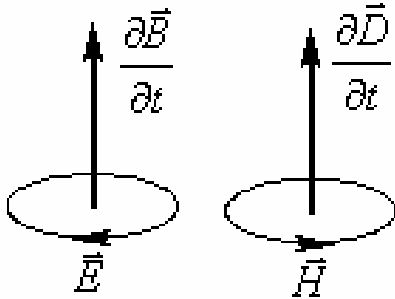
где \mathbf{E}^* – напряженность поля сторонних сил, обусловленная химическими или тепловыми процессами. Последнее из уравнений (5.52) представляет собой обобщение закона Ома, записанное в дифференциальной форме. Для расчета движения частиц под действием полей необходимо к УМ добавить уравнения движения с учетом соотношения (5.34) для силы Лоренца:

$$\frac{d \mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{V}, \mathbf{B}]. \quad (5.53)$$

Система уравнений (5.51)-(5.53) называется системой уравнений Максвелла – Лоренца.

Приведем некоторые свойства и следствия УМ.

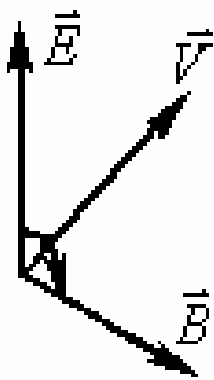
1. **Линейность УМ:** УМ содержат только первые степени производных по полям, плотностей сторонних электрических зарядов и токов проводимости. Из свойства линейности следует уже не раз нами используемый принцип суперпозиции.
2. **Одним из следствий УМ является закон сохранения заряда.** Поэтому вопрос о том, какие поля возникнут при рождении заряда, в рамках УМ не имеет смысла.
3. **УМ выполняются во всех инерциальных системах отсчета** и, следовательно, они инвариантны относительно преобразований Лоренца.
4. **УМ – несимметричны относительно электрических и магнитных полей.** В частности, это обусловлено тем, что в природе нет магнитных зарядов. Однако **если среда – ней-**



тральная, однородная и непроводящая, то УМ симметричны (остается несимметрия только в знаке минус, которой соответствуют различные направления вихря \dot{E} и $\frac{\dot{B}}{\partial t}$, с одной стороны, и вихря \dot{H} , $\frac{\dot{D}}{\partial t}$ с другой, как показано на рисунке):

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = 0, \\ \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0, \\ \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}. \end{array} \right.$$

5. Из УМ следует возможность существования электромагнитного поля без зарядов и токов. При этом изменение его состояния обязательно имеет волновой характер (характер распространения в пространстве). Поля такого рода называются электромагнитными волнами.



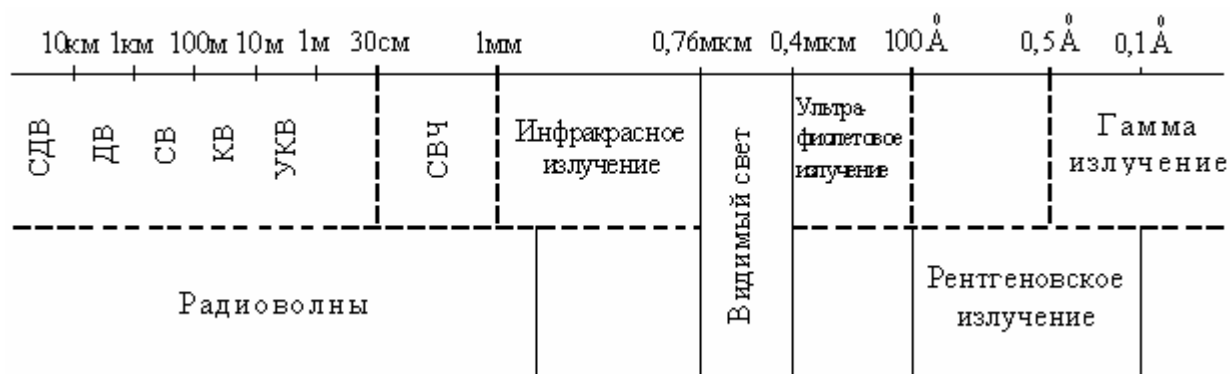
Распространение волн обеспечивается наличием в УМ членов $\dot{B}/\partial t$ и $\partial\dot{D}/\partial t$: изменение электрического поля приводит к генерации магнитного и наоборот. Из УМ устанавливаются следующие свойства электромагнитных волн в неограниченном пространстве, заполненном однородным веществом: волны распространяются со скоростью (точнее, их фазовая скорость равна) $V = C/\sqrt{\epsilon m}$ ($C = 1/\sqrt{\epsilon_0 m_0}$); векторы \dot{E} , \dot{B} и \dot{V} взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую систему (см. рисунок); поля \dot{E} и \dot{B} колеблются в фазе, причем между мгновенными значениями выполняется соотношение $E = (m_0 / \epsilon_0)^{1/2} H$ или $E = R_B H$, где $R_B \approx 377$ Ом – так называемое волновое сопротивление вакуума. Перечисленные свойства электромагнитных волн (в частности, совпадение электродинамической постоянной $C = 1/\sqrt{\epsilon_0 m_0}$ по значению со скоростью света)

позволили Максвеллу предположить, что свет представляет собой электромагнитные волны очень высокой частоты.

Таким образом, благодаря исследованиям Фарадея и Максвелла, теории электромагнетизма и оптических явлений соединились в единое целое.

VI. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Оптика – раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействия с веществом. Под светом понимается не только видимый свет, но и две большие области спектра, к нему прилегающие: инфракрасная и ультрафиолетовая. Вообще спектр электромагнитного излучения, к которому относится и свет (см. раздел V по электромагнетизму), условно делится в зависимости от своей основной характеристики – длины волны l – на радиоволны, инфракрасное, видимое, ультрафиолетовое и гамма-излучения (см. рисунок; оптический диапазон на нем заштрихован).



Выделение оптической области спектра обусловлено не только близостью соответствующих участков по длине волны, но и сходством методов теоретического описания и средств экспериментальных исследований. В этой области частота электромагнитных волн становится сравнимой с частотой колебаний частиц в атомах и молекулах, а длина волны оказывается сопоставимой с атомными размерами и поэтому наряду с волновыми начинают проявляться квантовые свойства света. Следовательно, изучая оптику, мы знакомимся как с волновыми закономерностями, характерными для радиоволн, так и с квантовым поведением, более присущим рентгеновскому и гамма-излучениям, ведущим себя подобно потоку частиц. Также следует отметить, что оптические явления тесно связаны с явлениями, изучаемыми в других разделах физики, а оптические методы измерений относятся к наиболее точным.

6.1. Интерференция и дифракция света

Волновые свойства света наиболее ярко проявляются в явлениях интерференции и дифракции. Рассмотрим, что происходит с интенсивностью света при наложении двух световых пучков. Так как уравнения Максвелла и замыкающие их материальные уравнения при не очень больших полях линейны, то для характеристик электромагнитных волн, являющихся решением этих уравнений, должен быть справедливым принцип суперпозиции. Пусть \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – напряженности полей в пучках, тогда для результирующей напряженности поля \vec{E} при наложении имеем

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (6.1)$$

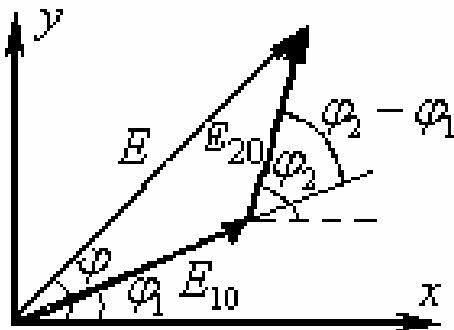
Приемникам света присуща инерционность, которая характеризуется временем разрешения приемника t . Так для глаза $t \approx 0,1$ с и он не может различить миганий (источник света кажется ему включенным постоянно), если они следуют через времена меньшие одной десятой секунды. У фотоматериалов $t = 10^{-4} - 10^{-2}$ с (при меньших временах фотобумага не засвечивается), в наиболее быстрых фотометрических приемниках $t \approx 10^{-10}$ с. Однако даже столь малые временные значения t велики по сравнению с периодом оптических колебаний (в видимой части спектра период колебаний света $t \approx 10^{-15}$ с). Поэтому для получения наблюдаемых (регистрируемых) величин необходимо в (6.1) провести усреднение по времени. Учитывая, что в оптике в качестве одной из основных характеристик света используется его интенсивность I (средний по времени поток энергии), которая пропорциональна $\langle E^2 \rangle$ ($\langle \rangle$ здесь означает усреднение по времени), возводим (6.1) в квадрат и, усредняя, получим

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \quad (6.2)$$

где $I_{12} = 2 \langle \dot{E}_1, \dot{E}_2 \rangle$ – интерференционный член, описывающий взаимодействие пучков. Если для пучков взять независимые источники света, то опыт показывает $I_{12} = 0$ и $I = I_1 + I_2$, т.е. интенсивности при наложении складываются. Однако при наложении не независимых пучков (например, получаемых расщеплением из одного) возможно $I_{12} \neq 0$ и $I \neq I_1 + I_2$. В этом случае говорят о наличии интерференции. Итак, **явление интерференции есть наложение волн, в результате которого получается устойчивая картина распределения интенсивности в пространстве, причем результирующая интенсивность света не равняется сумме интенсивностей складывающихся волн.**

Сформулируем условия, при которых интерференционный член отличен от нуля. Пусть для простоты в точке сложения вектора \dot{E}_1 и \dot{E}_2 – коллинеарны. Тогда можно отвлечься от их векторного характера и записать в скалярном виде для монохроматических волн:

$$E_1 = E_{10} \cos(\nu t + j_1) \quad \text{и} \quad E_2 = E_{20} \cos(\nu t + j_2). \quad (6.3)$$



Складывать эти колебания проще всего с помощью показанной на рисунке векторной диаграммы, из которой следует, что

$$E^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos(j_1 - j_2).$$

Откуда, усредняя, получаем

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(j_1 - j_2) \rangle. \quad (6.4)$$

Из (6.4) и (6.2) находим для интерференционного

члена соотношение

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(j_1 - j_2) \rangle. \quad (6.5)$$

Если разность фаз $j_1 - j_2$ меняется случайным образом, то $\langle \cos(j_1 - j_2) \rangle = 0$, $I_{12} = 0$, и интерференция отсутствует. Пусть теперь $j_1 - j_2 = const$ (источники, генерирующие излучение с постоянной по времени разностью фаз называются когерентными), тогда

$$\langle \cos(j_1 - j_2) \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t \cos(j_1 - j_2) dt = \cos(j_2 - j_1)$$

и из (6.4) находим

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(j_1 - j_2). \quad (6.6)$$

Если в (6.6) $j_1 - j_2 = 2kp$ ($k = 0, \pm 1, \mathbf{K}$), то интенсивность максимальна

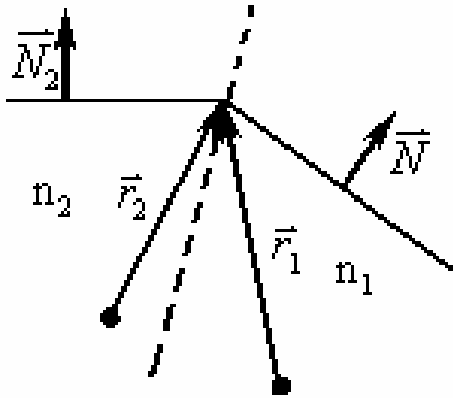
$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \quad (6.7)$$

и при $I_1 = I_2 = I_0$ имеем $I_{\max} = 4I_0$. Когда же $j_1 - j_2 = (2k + 1)p$, то интенсивность принимает минимальное значение

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2, \quad (6.8)$$

обращающееся в ноль при $I_1 = I_2 = I_0$.

Из выражения для интерференционного члена (6.5) следует, что для расчета интерференции нужно уметь находить разность фаз. В случае



плоских монохроматических волн имеем ($\mathbf{k} = (2p/l)\mathbf{N}$ – волновой вектор)

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega t - \mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1 + d_1), \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega t - \mathbf{k}_2 \mathbf{r}_2 + d_2),$$

$$\text{откуда: } j_1 = d_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1, \quad j_2 = d_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{r}_2 \text{ и}$$

$$j_1 - j_2 = d_1 - d_2 + \mathbf{k}_2 \mathbf{r}_2 - \mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1 = d_1 - d_2 + 2p (\mathbf{N}_2 \mathbf{r}_2 / l_2 - \mathbf{N}_1 \mathbf{r}_1 / l_1)$$

При $d_1 - d_2 = 0$ условия максимума и минимума запишутся в виде ($l_i = l_0 / n_i$, где l_0 – длина волны в вакууме, n_i – коэффициенты преломления, $i = 1, 2$ – индексы сред по которым распространяются волны)

$$2p / l_0 (n_2 \mathbf{N}_2 \mathbf{r}_2 - n_1 \mathbf{N}_1 \mathbf{r}_1) = 2kp,$$

$$\text{откуда} \quad n_2 \mathbf{N}_2 \mathbf{r}_2 - n_1 \mathbf{N}_1 \mathbf{r}_1 = k l_0 \text{ – максимум,} \quad (6.9)$$

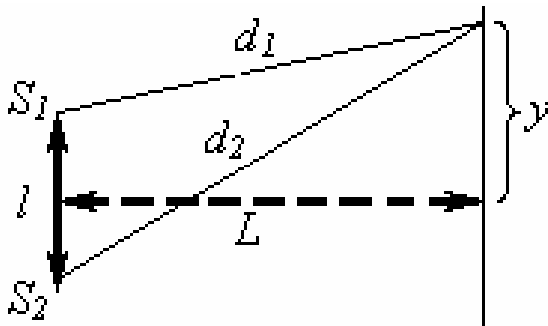
$$\text{аналогично} \quad n_2 \mathbf{N}_2 \mathbf{r}_2 - n_1 \mathbf{N}_1 \mathbf{r}_1 = (k + 1/2) l_0 \text{ – минимум.} \quad (6.10)$$

В (6.9) и (6.10) входит оптическая разность хода лучей Δ

$$\Delta = n_2 \mathbf{N}_2 \mathbf{r}_2 - n_1 \mathbf{N}_1 \mathbf{r}_1,$$

численно равная разности умноженных на показатели преломления сред путей, проходимых до наложения волновых фронтов.

Пример 6.1. Рассмотрим интерференцию волн от двух когерентных бесконечных ли-



нейных источников S_1 и S_2 . Найдем разность хо-

да лучей до точки с координатой y . Из теоремы

Пифагора следует

$$d_1^2 = L^2 + (y - l/2)^2,$$

$$d_2^2 = L^2 + (y + l/2)^2,$$

откуда $(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2yl$ или, полагая при-

ближенно $d_1 + d_2 \approx 2L$, имеем $d_2 - d_1 = (l/L)y$.

Так же, как и в рассмотренном выше случае плоских волн, **максимум будет, если разность хода равна целому числу длин волн** ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

$$y_{\max} l / L = k l_0,$$

а минимум – полуцелому

$$y_{\min} l / L = (k + 1/2) l_0.$$

Интерференция возможна только для когерентных пучков. В свою очередь, когерентность предполагает монохроматичность. Однако реальные излучатели – немонохроматичны: излучение от атомов идет в виде цугов конечной длины с целым спектром частот, ширина интервала которого обратно пропорциональна длине цуга. Для частичной когерентности двух цугов, полученных из одного начального, необходимо, чтобы при наложении интерферировали части одного и того же цуга. Это условие будет выполнено, если разность хода лучей Δd мала по сравнению с длиной цуга, называемой длиной когерентности $l_{\text{ког}}$ ($l_{\text{ког}} = C t_{\text{ког}}$, где $t_{\text{ког}}$ время излучения цуга). Тогда условие частичной временной когерентности сведется к неравенству

$$\Delta d \ll l_{\text{ког}}. \tag{6.11}$$

Для обычного источника света $l_{\text{ког}} \approx 1 \text{К}10 \text{см}$, а у лазеров $l_{\text{ког}}$ порядка километров и более. Так как известно, что $t_{\text{ког}} = 1/\Delta n$, то:

$$l = C/n, \text{ откуда } \Delta l = C/n^2 \Delta n = l^2 / C \Delta n, \text{ т.е. } \Delta n = C / l^2 \Delta l ..$$

Тогда связь времени и длины когерентности с параметрами излучения:

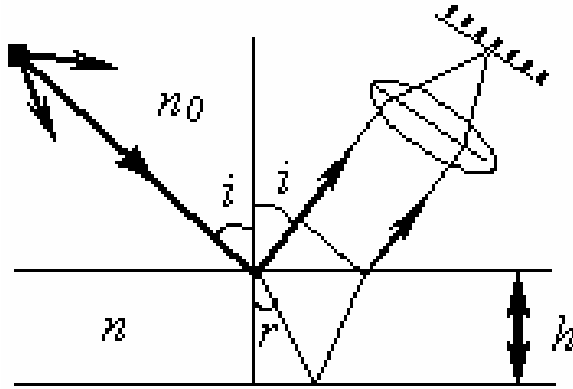
$$t_{\text{ког}} = \frac{l^2}{C \Delta l}, \tag{6.12}$$

$$l_{\text{ког}} = C / \Delta n = l^2 / \Delta l. \tag{6.13}$$

Из (6.11) и (6.12) получаем условие возможности интерференции

$$\Delta d \ll l^2 / \Delta l. \quad (6.14)$$

Пример 6.2. Рассмотрим интерференцию, возникающую при падении монохроматического света на стеклянную пластинку.



а) **Линии равного наклона.** Пусть толщина пластинки постоянна, а свет падает на нее под различными углами. Найдем оптическую разность хода Δd лучей, отраженных от верхней и нижней сторон пластинки, в зависимости от угла падения i или преломления r (учтено, что при отражении от более плотной среды появляется дополнительная разность хода $l/2$ и $\sin i / \sin r = n/n_0$):

$$\begin{aligned} \Delta d &= 2nh / \cos r - 2htgr \sin i n_0 - l/2 = 2nh / \cos r (1 - \sin^2 r) - l/2 = \\ &= 2nh \cos r - l/2 = 2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} - l/2. \end{aligned}$$

По найденному Δd определяем углы, соответствующие максимуму интенсивности:

$$2nh \cos r_{\max} - l/2 = m l,$$

$$2nh \cos r_{\max} = (m + 1/2) l$$

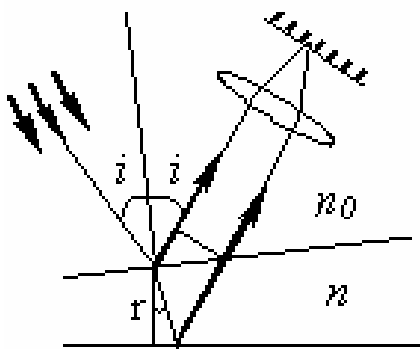
и ее минимуму

$$2nh \cos r_{\min} - l/2 = (m - 1/2) l,$$

$$2nh \cos r_{\min} = m l$$

Линии, определяемые этими соотношениями, называются **линиями равного наклона.**

б) **Линии равной толщины.** Пусть теперь угол падения i – постоянен, но зато меняется толщина пластины. Тогда уже при некоторых толщинах появляются максимумы или минимумы (**линии равной толщины**). Из предыдущего ясно, что:



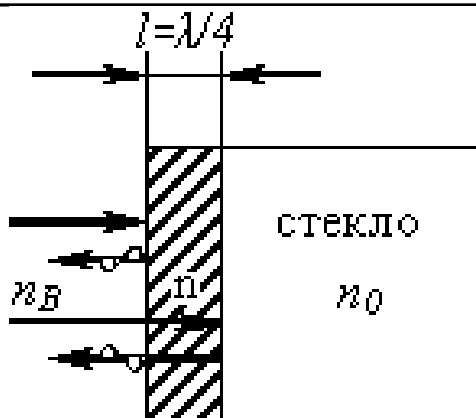
$$2h_{\max} \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} = (m + 1/2) l,$$

$$2h_{\min} \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} = m l.$$

Пример 6.3. Рассмотрим эффект так называемого

просветления оптики. Интерференцию можно применять для уменьшения отражения, что важно в оптических приборах. Чтобы отраженный свет был минимален, надо выполнить два условия: равенство амплитуд и равенство π разности фаз. Положим, что $n_0 > n > n_B = 1$ и $l = l/4$. Тогда $\Delta d = l/4 + l/4 = l/2$, что соответствует разности фаз

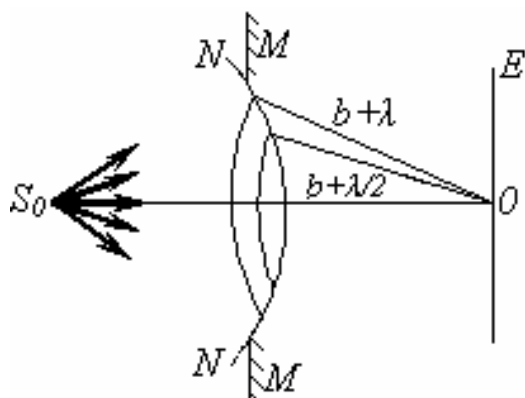
π . А равенство амплитуд дает $\frac{n-1}{n+1} = \frac{n_0-n}{n_0+n}$ и тогда $n = \sqrt{n_0}$. Толщина $l = l/4$ расчи-



тывается для длины волны $\lambda = 5555\text{Å}$, соответствующей максимуму чувствительности человеческого глаза. Тогда для краев видимого спектра условия малого отражения выполняться не будут. В частности, пурпурный (красно-синий) цвет просветленного объектива фотоаппарата объясняется сильным отражением синего и красного цветов.

Близкой по своей физической сути к интерференции является дифракция. **Дифракция это явление огибания волнами встречных препятствий, сопровождающееся искажением волнового фронта и перераспределением интенсивности света в пространстве. В основе расчета дифракции лежит принцип Гюйгенса-Френеля.** Гюйгенс дал рецепт для построения волнового фронта в последующие моменты времени по его известному состоянию в предыдущий: каждая точка волнового фронта является источником вторичных волн, огибающая которых дает форму и положение нового волнового фронта. Френель существенно расширил этот принцип, указав на то, что вторичные волны должны быть когерентными, а следовательно, **результатом дифракции является интерференционная картина, образующаяся при наложении вторичных когерентных волн.** Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет путем сложения вторичных волн с учетом их фаз рассчитать дифракцию.

При суммировании вторичных волн удастся избежать весьма сложных вычислений,

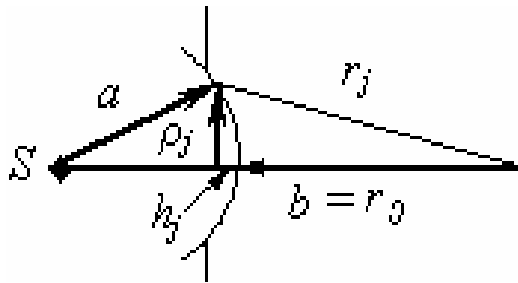


воспользовавшись **методом зон Френеля.** Рассмотрим это метод на примере дифракции от круглого отверстия в расходящихся лучах, т.е. дифракцию Френеля (случай, когда препятствие находится на конечном расстоянии от источника или экрана, или от того и другого, противоположный случай – дифракция Фраунгофера). **Зонами Френеля называются участки волнового фронта, границами которого являются линии, разность хода от которых**

до рассматриваемой точки кратна $\lambda/2$. В случае точечного источника волновой фронт будет сферическим, а зонами Френеля будут кольцевые участки, показанные на рисунке. Освещенность в точке O , лежащей напротив середины отверстия, будет, очевидно, зависеть от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстии (полагается, что только эти зоны создают вторичные волны, достигающие точки O , остальным мешает экран). Поскольку разность хода лучей от соседних зон $\lambda/2$ и можно показать, что они равновелики (имеют равную пло-

щадь), то свет от любых двух рядом расположенных зон при интерференции гасится. Следовательно, если в отверстии укладывается одна зона, то освещенность будет максимальной, при четном числе зон – практически нулевой, а при нечетном – равна действию последней некомпенсированной зоны.

Пример 6.4. Число зон j в рассмотренной выше дифракции Френеля легко связать с



размерами отверстия r_j , длиной волны l и расстояниями до экрана b и до источника a . Из теоремы Пифагора имеем (см. рисунок):

$$r_j^2 = r_j^2 - (b + h_j)^2 = r_j^2 - b^2 - 2bh_j - h_j^2 \approx r_j^2 - b^2 - 2bh_j.$$

Найдем h_j :

$$r_j^2 = a^2 - (a - h_j)^2 = r_j^2 - (b + h_j)^2.$$

Тогда

$$2ah_j = r_j^2 - b^2 - 2bh_j, \quad \text{т.е.} \quad h_j = \frac{r_j^2 - b^2}{2(a+b)} \approx \frac{jb l}{2(a+b)}.$$

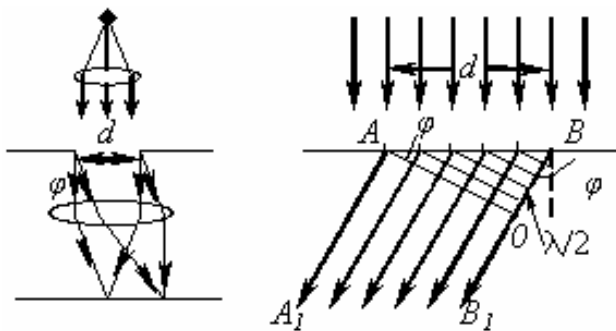
Итак,

$$r_j^2 = jb l - \frac{jb^2 l}{a+b} = \frac{ab}{a+b} j l$$

и

$$j = \frac{r_j}{l} \times \frac{r_j(a+b)}{ab}.$$

Теперь рассмотрим пример дифракции Фраунгофера: дифракцию на одной щели в параллельных лучах, которую, конечно, можно



наблюдать лишь с помощью линз. Лучи, идущие под определенным углом j , собираются линзой в узкую полоску на экране и там интерферируют. Максимумы и минимумы находятся методом зон Френеля (учитывается, что линза не может изменить оптической разности

хода лучей). Из рисунка видно: BO – есть разность хода крайних лучей, а число зон Френеля это число полуволн $l/2$, укладываемых на BO длиной $d \sin j$ (d – размер отверстия), т.е.

$$j = \frac{d \sin j}{l/2} = \frac{2d \sin j}{l}.$$

Когда j – четно, то будет минимум, в противном случае – максимум, следовательно, с учетом нулевого максимума имеем:

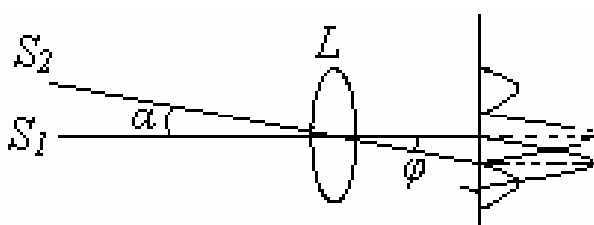
$$d \sin j = \begin{cases} ml & - \text{минимум} & m = \pm 1, \pm 2, \mathbf{K} \\ 0, (m + 1/2)l & - \text{максимум} & m = 0, \pm 1, \mathbf{K} \end{cases} \quad (6.15)$$

Можно рассмотреть дифракцию в параллельных лучах и для круглого отверстия, однако здесь расчет условия максимума и минимума значительно сложнее. Направление на первый минимум (первое темное кольцо) находится по формуле (D – диаметр отверстия)

$$\sin j = 1,22l / D. \quad (6.16)$$

6.2. Разрешающая способность оптических приборов

Под разрешающей способностью оптического прибора понимается его способность дать раздельное изображение двух светящихся точек. Рассмотрим, чем определяется



разрешающая способность зрительной трубы (телескопа). Даже если прибор свободен от различных видов aberrаций (отклонений оптических систем от их идеальных моделей), то из-за неизбежной дифракции на входном отвер-

стии вместо точки S_1 получатся чередующиеся темные и светлые кольца. Установлено, что способность глаза разрешать изображения теряется с того момента, когда светлое пятно второго изображения накладывается на первое темное пятно первого изображения, т.е.

$$\sin a_{\min} = \sin j = 1,22l / D,$$

откуда

$$\sin a_{\min} = 1,22l / D, \quad (6.17)$$

где D – входной диаметр телескопа.

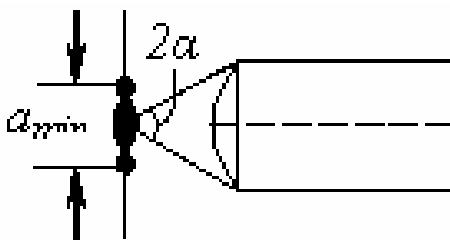
В бывшем СССР был построен телескоп с $D = 6,0 \text{ м}$, полагая в (6.17) $l = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ (длина волны видимого диапазона), получаем для него $a_{\min} = 0,02''$, что позволяет разрешать изображения звезд за пределами Млечного пути. Если $a < a_{\min}$, то, как бы мы ни увеличивали изображения, получающегося на входной линзе, добиться его улучшения невозможно, т.к. перекрытие будет сохраняться при любых увеличениях.

Дифракция на объективе микроскопа также задает предел разрешающей способности и этого прибора. Можно показать, что наименьшее разрешение линейных расстояний определяется соотношением

$$a_{\min} = \frac{l}{2n \sin a}, \quad (6.18)$$

где n – показатель преломления среды между объектом и объективом, а 2α – апертурный угол. В лучших современных микроскопах $n = 1,5$ (кедровое масло), $a = p/2$ и из (6.18) получаем

$$a_{\min} = 1/3. \quad (6.19)$$



Поэтому рассматривать изображения лучше всего в коротковолновой части спектра. В современных микроскопах предел $1/3$ уже достигнут, и для дальнейшего увеличения необходимо переходить к микроскопам с другими физическими принципами действия. Например,

электронные микроскопы имеют в десятки раз большую разрешающую способность, чем оптические.

6.3. Законы теплового излучения

Тепловое излучение – это электромагнитное излучение, возникающее за счет энергии теплового движения атомов и молекул. Теория теплового излучения развивалась в связи с необходимостью искусственного освещения городов и предприятий. Построение этой теории долгое время оставалось одним из центральных вопросов физики, т.к. противоречило классическим подходам. Вывести физику из затруднительной ситуации удалось Планку, который пришел к идее дискретности излучения (испускания его телами определенными порциями) и необходимости введения кванта действия $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ (часто пользуются другой постоянной $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$).

Важным свойством теплового излучения является наличие у него равновесных состояний (если нагретое тело поместить в полость, ограниченную идеально отражающей излучение оболочкой, то по истечении некоторого времени установится статистическое равновесие между излучающим телом и его излучением, заполняющим полость: тело будет поглощать столько же излучения, сколько излучает само). Эта способность образовывать равновесное состояние с излучающим телом характерна только для теплового излучения, и поэтому для него можно ввести понятие **равновесного излучения**, т.е. излучения, находящегося в термодинамическом равновесии с телом.

При падении на поверхность тела лучистого потока q_n (энергии в единицу времени и на единицу площади) происходят следующие явления:

- часть потока отражается обратно в окружающее пространство (зеркально или диффузно рассеиваясь во всех направлениях), **отношение отраженной энергии q_r ко всей падающей называется коэффициентом отражения**

$$r = q_r / q_n;$$

- часть потока q_t проходит через тело и, соответственно, вводится **коэффициент пропускания**

$$t = q_t / q_n;$$

- часть потока q_a поглощается и для **коэффициента поглощения** имеем

$$a = q_a / q_n.$$

Из закона сохранения энергии следует

$$r + t + a = 1. \quad (6.18)$$

Опыт показывает, что для заданного тела и состояния его поверхности введенные коэффициенты являются функциями длины волны λ падающего излучения и температуры тела T :

$$a = a(l, T), \quad t = t(l, T), \quad r = r(l, T).$$

Зависимость коэффициентов a, t, r от длины волны является во многих случаях физической причиной окрашенности тел, которые при данной температуре сами излучают слабо. Например, если тело при освещении его белым светом имеет красный цвет, то это значит, что его коэффициент поглощения a для коротковолновой (зелено-фиолетовой) части спектра близок к единице, а для длинноволновой (красной) близок к нулю. Когда же это тело будет освещено синими лучами, то оно их поглотит и будет иметь черный цвет. Так что понятие цвета тела не абсолютно, оно зависит от условий его освещений.

Тело, которое поглощает все падающее на него излучение любой длины волны и при любой температуре, называется **абсолютно черным телом** (а.ч.т.), его коэффициент поглощения тождественно равен единице $a = 1$.

Свойство нагретого тела создавать электромагнитное излучение в заданном интервале длин волн характеризуется спектральной излучательной способностью $e = e(l, T)$ так, что $e(l, T)dl$ есть энергия, излучаемая телом с единицы площади в единицу времени и в интервале длин волн от l до $l + dl$. Исходя из законов термодинамики, Кирхгоф показал, что **отношение спектральной излучательной способности тела к его поглощательной способности является универсальной функцией, одинаковой для всех тел (закон Кирхгофа):**

$$\frac{e_1(l, T)}{a_1(l, T)} = \frac{e_2(l, T)}{a_2(l, T)} = e_{\text{ачт}}(l, T). \quad (6.19)$$

Последнее равенство соответствует тому, что для а.ч.т. $a(l, T) \equiv 1$. Соотношение (6.19) показывает, что при заданной температуре наибольшей излучательной способностью обладает а.ч.т., т.е. те тела, которые хорошо поглощают, они же хорошо излучают. Например, горячее, но прозрачное для излучения, пламя спиртовой горелки почти не испускает света, но

ярко светит более холодное пламя керосиновой лампы, содержащее хорошо поглощающую сажу.

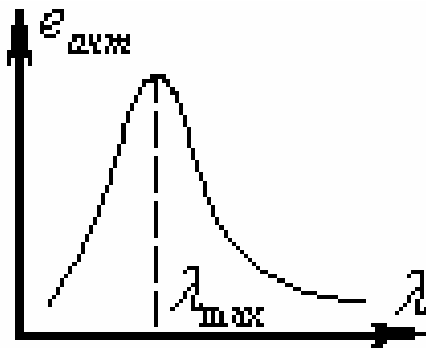
Из закона Кирхгофа следует важность определения спектральной излучательной способности а.ч.т. как универсальной функции для всех веществ независимо от их состава и структуры. Эту функцию в 1900г. вывел Планк, исходя из предположения о дискретном механизме испускания света веществом, а именно – порциями (квантами) с энергиями пропорциональными частоте (с коэффициентом пропорциональности введенным Планком – квантом действия h)

$$e = hn = hc/l. \tag{6.20}$$

Для спектральной излучательной способности а.ч.т. он получил **распределение Планка**:

$$e_{a\text{чт}} = e_{a\text{чт}}(l, T) = 2p \frac{C}{l} \cdot \frac{1}{l^2} \cdot \frac{1}{l} \cdot \frac{hc}{l} \cdot \frac{1}{e^{hc/lkT} - 1} = 2p \cdot \frac{hc^2}{l^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/lkT} - 1}. \tag{6.21}$$

Из графика зависимости (6.21), представленного на рисунке, видно, что существует длина волны l_{max} , на которой излучение тела максимально.



Приравнявая производную $de_{a\text{чт}}/dl$ нулю и решая полученное уравнение, приходим к **закону смещения Вина**:

$$l_{\text{max}} = b/T, \tag{6.22}$$

где $b = \frac{hc}{5kT} \approx 0,2886\text{см} \cdot \text{град}$ - постоянная Вина. Из (6.21)

можно определить и интегральную (для всех длин волн) плотность излучения или поток излучения q для а.ч.т.:

$$q = \int_0^{\infty} e_{a\text{чт}}(T, l) dl = s T^4. \tag{6.23}$$

Соотношение (6.23) называется **законом Стефана-Больцмана**, а

$$s = \frac{2}{15} \frac{p^5 k^4}{h^3 C^2} \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{град}}$$

называется, соответственно, постоянной Стефана-Больцмана.

6.4. Применение законов теплового излучения

Законы теплового излучения применяются в расчетах тепловых источников света и в оптической пирометрии (косвенных методах измерения температур тел по параметрам испускаемого ими теплового излучения).

Тепловые источники. Глаз обладает чувствительностью в узком интервале длин волн $\lambda = 0,4 \dots 0,76$ мкм (см. рисунок). При этом максимальной чувствительности глаз достигает на длине волны $\lambda = 5,5 \times 10^{-5}$ см. Следовательно, согласно закону смещения Вина, наилучший для человека тепловой источник света должен иметь температуру (здесь мы предполагаем, конечно, что этот источник является абсолютно черным телом)

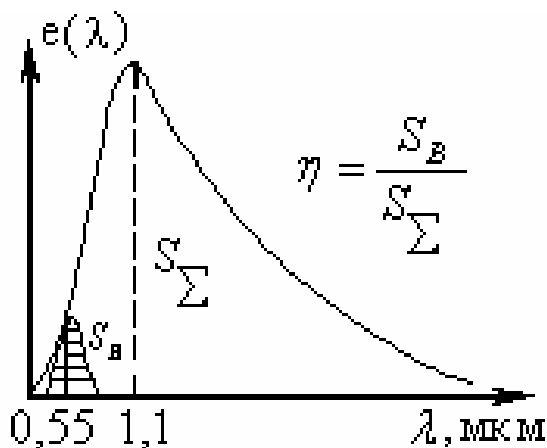
$$T = \frac{0,2886 \text{ см} \cdot \text{град}}{0,55 \cdot 10^{-4} \text{ см}} \approx 6000^{\circ} \text{ K}.$$



Именно такова температура поверхности фотосферы Солнца, что является результатом биологического приспособления человеческого зрения к реальному спектральному распределению солнечного излучения. Однако К.П.Д. источника с $T = 6000^{\circ} \text{ K}$ невелик и составляет 14 – 15 % для а.ч.т.. Под К.П.Д. понимается величина h :

$$h = \frac{\text{энергия излучения, воспринимаемая глазом}}{\text{энергия излучения по всему спектру}},$$

которая равна отношению площадей S_B / S_{Σ} , показанных на рисунке, построенном для слу-



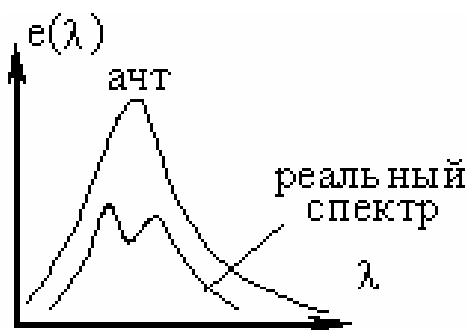
чая искусственного источника с $T = 3000^{\circ} \text{ K}$. Такая температура соответствует современным вольфрамовым лампам (температура плавления вольфрама $T_{пл} = 3660^{\circ} \text{ K}$) с максимальной излучающей способностью в инфракрасной области $\lambda_{max} \approx 1,1$ мкм и КПД равным $h \approx 1\%$. Следовательно, в лучшем случае, лишь одна сотая той электроэнергии, за которую мы платим по счетчику, идет на обеспечение освещения, а остальная

просто греет комнату.

Оптическая пирометрия – применение законов теплового излучения для измерения температуры. Во многих случаях непосредственное (прямое) измерение температуры путем осуществления контакта измерительного прибора с нагретым телом оказывается невозможным либо из-за недоступности к этому телу, либо из-за слишком высокой температуры тела или малого времени ее существования. Тогда используются **косвенные методы измерения** на основе расчетов по законам теплового излучения. Различают цветовую, радиационную и яркостную температуры.

Цветовая температура измеряется на основе закона смещения Вина. Измеряется I_{\max}

– длина волны, на которую приходится максимум излучения, а затем по (6.22) определяется



температура $T = b / I_{\max}$. Если максимумов несколько (в этом случае, очевидно, спектральная излучательная способность тела сильно отличается от спектра, излучаемого а.ч.т.), то ошибка может быть велика в любую сторону. Для серого тела (у него, как и у черного тела, коэффициент постоянен, но меньше 1) ошибка будет отсутствовать, т.к. его спектр подобен спектру а.ч.т.

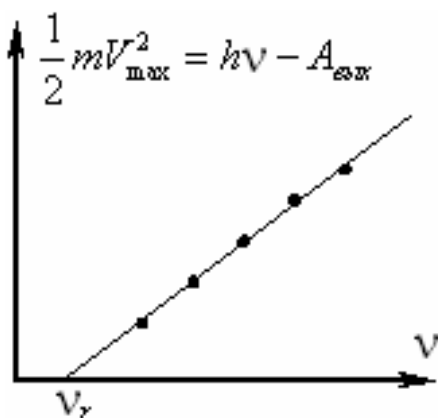
Радиационная температура измеряется на основе закона Стефана-Больцмана и определяется температурой а.ч.т. с той же интегральной излучательной способностью, т.е. измеряют q и вычисляют T по формуле $T = (q/S)^{1/4}$. Очевидно, что истинная температура всегда больше радиационной, т.к. реальное тело излучает хуже а.ч.т.

Яркостная температура определяется сравнением яркости тела и яркости нити лампы пирометра в узком участке спектра. Сравнение осуществляется визуально (глаз используется как прибор). Поскольку прибор проградуирован на а.ч.т., то также истинная температура оказывается выше измеренной.

6.5. Внешний и внутренний фотоэффекты и их применение

Внешним фотоэффектом называется вырывание электронов из вещества под действием электромагнитного излучения (света). Внутренним фотоэффектом называется увеличение числа свободных электронов в веществе под действием электромагнитного излучения.

Явление внешнего фотоэффекта обнаружил Герц в 1887 г., а подробно экспериментально исследовал Столетов в 1888 г. В частности, было обнаружено, что максимальная энергия вырываемых электронов линейно зависит от частоты света (см. рисунок) и вообще не зависит его интенсивности. Такая зависимость противоречит классической физике, и для объяснения фотоэффекта Эйнштейну пришлось предположить, что свет не только испускается квантами, как у Планка, но и при взаимодействии с веществом проявляет квантовые свойства (дискретную структуру). Каждый квант света (фотон), обладая энергией $e = h\nu = hc / \lambda$, пол-



энергия вырываемых электронов линейно зависит от частоты света (см. рисунок) и вообще не зависит его интенсивности. Такая зависимость противоречит классической физике, и для объяснения фотоэффекта Эйнштейну пришлось предположить, что свет не только испускается квантами, как у Планка, но и при взаимодействии с веществом проявляет квантовые свойства (дискретную структуру). Каждый квант света (фотон), обладая энергией $e = h\nu = hc / \lambda$, пол-

ностью передает ее электрону, который, в свою очередь, расходует полученную энергию на работу выхода $A_{\text{вых}}$ и на неупругие столкновения $A_{\text{неуп}}$ с атомами вещества (остаток энергии и есть кинетическая энергия вылетевшего электрона):

$$h\nu = mV^2 / 2 + A_{\text{вых}} + A_{\text{неуп}}. \quad (6.24)$$

В «удачных» случаях, когда фотозэлектрон не испытывает неупругих столкновений или фотон взаимодействует с электроном у поверхности, имеем $A_{\text{неуп}} = 0$, и энергия электрона – максимальна (**уравнение Эйнштейна для фотозффекта**):

$$h\nu = (mV^2 / 2)_{\text{max}} + A_{\text{вых}}. \quad (6.25)$$

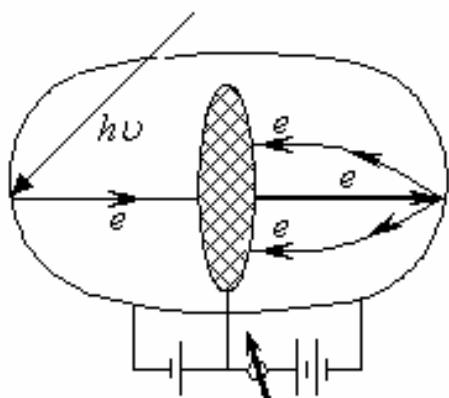
Из (6.25) следует, в частности, экспериментально обнаруженная линейная зависимость максимальной энергии электронов от частоты ν , показанная на последнем рисунке.

При достаточно малой частоте $\nu = \nu_r$ (малой энергии фотонов) максимальная энергия электрона может обратиться в ноль и фотозффект наблюдаться не будет при всех $\nu < \nu_r$, т.к. электроны не смогут покинуть поверхности твердого тела. Из (6.25) и требования $mV_{\text{max}}^2 / 2 = 0$ следует

$$\nu_r = A_{\text{вых}} / h \quad \text{или} \quad I_r = hc / A_{\text{вых}}. \quad (6.26)$$

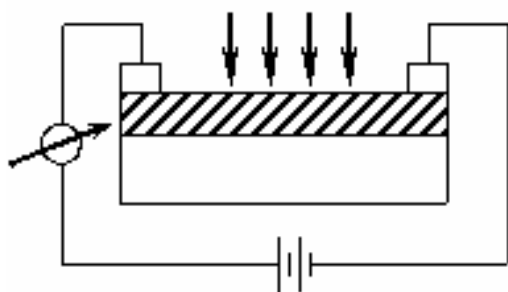
Получаемая из (6.26) частота называется красной границей фотозффекта (конечно, цвет света, при котором прекращается фотозффект, не всегда красный, например, для Na и K имеем $I_r = 5500 \text{ \AA}$, для цезия 6200 \AA , а для меди вообще невидимый свет – ультрафиолет с $I = 2700 \text{ \AA}$).

Внешний фотозффект применяется в фотоэлементах – приборах, регистрирующих



световой поток. Схема фотоэлемента показано на рисунке. Фототок в элементах очень мал, и используют усиление тока за счет вторичной электронной эмиссии. Такой прибор называется ФЭУ – фотозэлектронный умножитель. Его схема представлена на рисунке для случая однокаскадного усиления. Как правило, делаются многокаскадные ФЭУ.

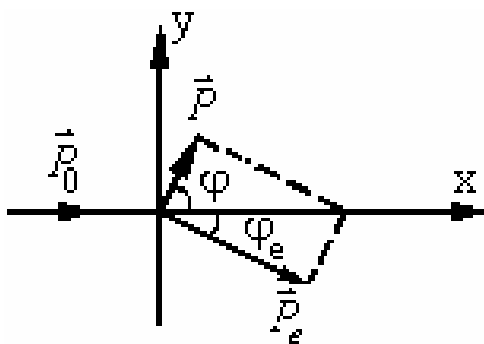
Внутренний фотозффект характерен для полупроводников и диэлектриков. В металлах концентрация свободных электронов так велика, что добавление фотозэлектронов не существенно. Устройство для регистрации светового потока на основе внутреннего фотозффекта называется фотосопротивлением (см. рисунок). Фотосопротивление представляет собой стеклянную пластину,



на которую нанесен тонкий слой полупроводника (сернистого свинца, сернистого висмута, сернистого кадмия) и все покрыто прозрачным лаком. Чувствительность фотосопротивлений в $10^2 \text{ К} 10^3$ раз больше чувствительности фотоэлементов с внешним фотоэффектом.

6.6. Эффект Комптона

Квантовые свойства электромагнитного излучения проявляются также в эффекте Комптона. **Эффектом Комптона называют изменение длины волны электромагнитного излучения при его рассеянии.** В соответствии с классической теорией, электромагнитное поле раскачивает электроны с той же частотой, которую имеет само. Электроны, в свою очередь, будут излучать (рассеивать) свет с частотой поля и эффекта Комптона – изменения длины волны – быть с этой точки зрения не должно. Это квантовый эффект, и он характерен



для коротковолнового гамма - рентгеновского излучения, где корпускулярные свойства проявляются наиболее сильно. Рассчитывается эффект Комптона, исходя из законов сохранения энергии и импульса, поскольку с квантовой точки зрения длина волны увеличивается из-за потери части энергии фотоном при взаимодействии с электроном. Закон сохранения импульса в проекциях на оси x и y (см.рисунок) имеет вид (импульс фотона $p = E / C = hn / C$):

тона $p = E / C = hn / C$):

$$\begin{cases} hn_0 / C = hn / C \cos(j) + p_e \cos(j_e), \\ 0 = hn / C \sin(j) - p_e \sin(j_e). \end{cases} \quad (6.27)$$

Запишем закон сохранения энергии, используя соотношения СТО из главы III:

$$hn_0 + m_e C^2 = hn + \sqrt{m_e^2 C^4 + p_e^2 C^2}. \quad (6.28)$$

Исключая из (6.27) и (6.28) неизвестные p_e и j_e , а также выражая частоту света через длину волны, получаем формулу Комптона:

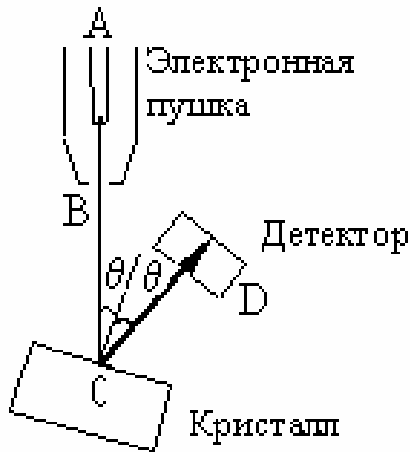
$$\Delta l = l - l_0 = \Lambda_e (1 - \cos j). \quad (6.29)$$

Входящую в (6.29) постоянную $\Lambda_e = \frac{h}{m_e C} \approx 2.42 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$ называют комптоновской дли-

ной волны электрона. Поскольку Λ_e составляет сотые доли ангстрема, то изменение Δl можно обнаружить лишь для излучения порядка ангстрема и меньше, т.е. рентгеновского диапазона.

VII. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

7.1. Волновые свойства частиц. Гипотеза де Бройля.



В предыдущем разделе мы убедились, что в одних опытах свет ведет себя как волна, а в других как поток частиц – фотонов. Оказывается и частицы в свою очередь обнаруживают волновые свойства. Классическими опытами, в которых частицы ведут себя подобно волне, являются опыты Дэвиссона - Джермера. В этих опытах удаётся наблюдать дифракцию электронов при рассеянии на кристалле (схема опыта показана рисунке). Измерения интенсивности электронов в зависимости от угла рассеяния q показали, что эта зависимость подобна зависимости наблюдаемой при рассеянии рентгеновских лучей. Оказалось, что и в случае электронов, также как и для рентгена, справедлива формула Брэгга - Вульфа для положения дифракционных максимумов:

$$2d \cos q = n\lambda. \quad (7.1)$$

В формулу (7.1) входит длина волны электрона, связанная с импульсом соотношением, первоначально полученным применительно к фотонам. Для фотона имеем:

$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda = \hbar k,$$

т.е.

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad (7.2)$$

где \vec{k} – волновой вектор плоской волны. Де Бройль распространил соотношение (7.2) на все микрочастицы, поставив в соответствие каждой свободной частице с импульсом \vec{p} плоскую волну с волновым вектором $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$. Из (7.2) следует соотношение для длины волны частицы массой m , движущейся со скоростью V :

$$\lambda = 2\pi p / k = 2\pi \hbar / p = h/mV. \quad (7.3)$$

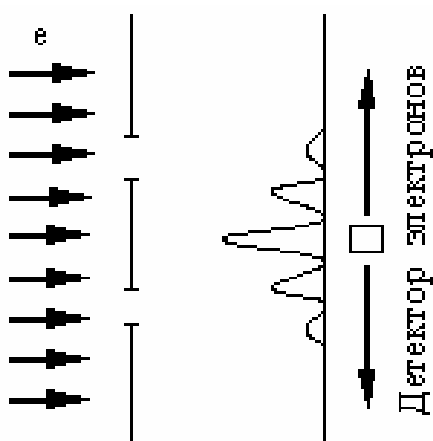
Пример 7.1. Найдём длину волны электронов λ в опыте Дэвиссона - Джермера, учитывая, что ускоряющая разность потенциалов была порядка $U \sim 50$ В. Импульс электронов p определится из условия перехода электрической работы eU в кинетическую $p^2/2m = eU$, откуда $p = \sqrt{2meU}$. Тогда по формуле де Бройля (7.3) имеем, учитывая, что энергия покоя электрона $mC^2 = 0,5$ Мэв:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{h}{mC^2 eU} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ} \cdot 50 \text{ В}}} \approx 1,6 \text{ \AA}.$$

Поскольку найденная длина волны электрона порядка длин волн рентгеновского излучения, а также порядка размера кристаллической решетки, то этим и объясняется возможность наблюдения в опыте Девиссона - Джермера дифракции электронов.

Опыты Девиссона - Джермера произвели огромное впечатление на физиков. Стало ясно, что классические частицы обладают ярко выраженными волновыми свойствами. Дифракционная картина была получена и при рассеянии атомных и молекулярных пучков на кристаллах (опыты Штерна). Итак, **нет принципиального различия между частицами и фотонами: и те и другие обладают как свойствами частицы, так и свойствами волны.**

Рассмотрим дифракцию электронов на двух щелях (см. рисунок). Наблюдается обычная дифракционная картина. Закроем одну из щелей и пусть при этом интенсивность (число



электронов в единицу времени) будет A^2 в центре. Когда же откроем вторую щель, то число электронов в центре не удвоится (не станет $2A^2$), как подсказывает здравый смысл, а учетверится: $(A + A)^2 = 4A^2$, как это имеет место и при дифракции света (фотонов). Следовательно, проход через каждую щель (число электронов в точке максимума, например) зависит от того, открыта или закрыта другая. Электроны "чувствуют" другую щель и это нельзя объяснить их взаимодействием (коллективными эффектами), т.к.

дифракционная картина наблюдается и в случае если пускать их по одному (опыты Бибермана и Фабриканта). Зависимость прохождения от наличия второй щели особенно ярко проявляется для минимума интенсивности. Если открыть две щели, то в минимуме электронов нет, а если одну закрыть, то через другую электроны уже будут двигаться иначе, и в бывшем минимуме они появятся.

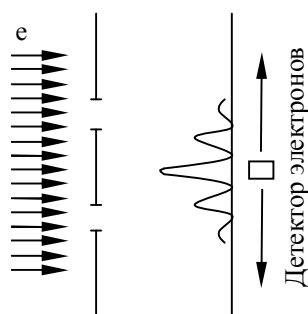
Остается открытым вопрос: "Почему мы не замечаем волновых свойств у макрообъектов (у пылинки, у камня и т.д.)?" В физике имеет место следующая аналогия. Волновая оптика соответствует квантовой механике, а геометрическая – классической физике. В свою очередь, геометрическая оптика является предельным случаем волновой, когда длина волны λ становится малой по сравнению с характерными размерами оптической системы ($\lambda \ll L$). Аналогично нет необходимости учитывать волновые свойства частиц, если их длина волны мала по сравнению с объектами, с которыми они взаимодействуют. Оценим длину волны у пылинки с $m = 1\text{ мг}$ и $V = 1\text{ мк/с}$:

$$\lambda = \frac{h}{mV} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \times \text{с}}{10^{-6} \text{ кг} \cdot 10^{-6} \text{ м/с}} = 6,6 \cdot 10^{-22} \text{ м} = 6,6 \cdot 10^{-20} \text{ см.}$$

Таким образом, даже у небольшого макроскопического объекта длина волны чрезвычайно мала (из-за малости кванта действия \hbar), и применять для его описания квантовую механику так же неразумно, как и рассчитывать на основе волновой оптики оптические приборы в условиях, где выполняются законы геометрической оптики. Ничего, не меняя в результате, это приводит к усложнению задачи, сводя возможность получения результата к безнадежным мечтаниям.

7.2. Волновая функция и ее статистический смысл. Соотношение неопределённости Гейзенберга

Поскольку распространение частиц описывается волнами, то по аналогии с плоской



волной фотонов, имеющих волновую функцию

$$E(\mathbf{r}, t) = A e^{-(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = A e^{-(i/\hbar)(E t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})},$$

можно и свободной частице с энергией E и импульсом \mathbf{p} поставить в соответствие плоскую волну де Бройля (так называемую пси-функцию):

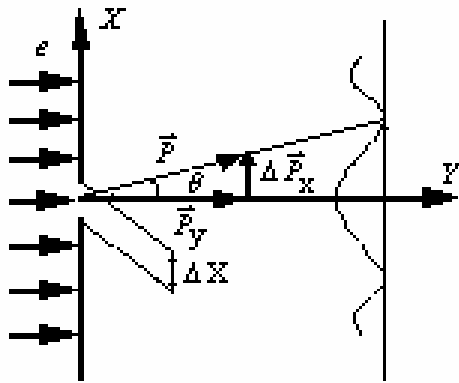
$$\psi(r, t) = A e^{-(i/\hbar)(E t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})}. \quad (7.4)$$

В чём же физический смысл пси-функции? Борн предложил рассматривать амплитуду волны де Бройля как амплитуду вероятности нахождения частицы в заданной точке пространства, т.е. вероятность нахождения в объеме dV есть $|\psi|^2 dV = \psi \psi^* dV$ (значок * означает комплексно - сопряженную величину, например для комплексного числа $a + i b$ имеем $(a + i b)^* = a - i b$). Предложение Борна не противоречит определению интенсивности света, которая, с одной стороны, пропорциональна квадрату амплитуды поля E^2 , а с другой стороны, плотности фотонов в каждой точке пучка, т.е. вероятности нахождения в ней. Следует отметить, что нельзя считать частицу, находящейся в одной определенной точке пространства, место которой неизвестно, а волновая функция указывает вероятность ее нахождения. Более правильно представлять частицу размазанной по пространству с вероятностью, задаваемой пси-функцией. Однако и это не совсем верно, модельные представления в квантовой механике уже не играют роли, как в классической, и невозможно добиться ясного построения модели микрочастицы в терминах и понятиях макроскопической физики. Макроскопические тела не могут вести себя как размазанные по пространству, так как их длина волны чрезвычайно мала. Таким образом, для микрочастиц оказывается неприменимым понятие траектории, поскольку они, подобно волне, находятся сразу (!) во многих точках пространства. От классических частиц у них остался **определенный заряд, масса, энергия и импульс, расходуемые так, как если бы они (энергия и импульс) принадлежали одному микрообъекту.**

Пример 7.2. Найдём групповую и фазовую скорости волн де Бройля. Из оптики известно, что $V_{ph} = w/k$, $V_{gr} = dw/dk$. Найдём эти скорости для нерелятивистских частиц. Поскольку $V_{ph} = w/k = \mathbf{h}w/\mathbf{h}k = E/p = \frac{mV^2}{2mV} = \frac{V}{2} = V_{ph}(V) = V_{ph}(E)$, то дисперсия волн де Бройля не равна нулю в вакууме. Физический смысл имеет групповая скорость и она равна скорости частицы:

$$V_{gr} = dw/dk = d(\mathbf{h}w)/d(\mathbf{h}k) = dE/dp = \frac{d}{dp} \left(\frac{p^2}{2m} \right) = p/m = V.$$

Важной особенностью поведения квантовой системы, состоящей из микрочастиц, является неустранимость влияния опыта на её состояние: после измерения состояние системы меняется, и чем точнее проводится измерение, тем существеннее изменяется состояние.



Например, в рассмотренном опыте с дифракцией на двух щелях до взаимодействия электроны были размазаны в соответствии с дифракционной картиной, а после каждый из них оказался в окрестности определенного места на пластинке, т.е. состояние электронов в результате взаимодействия с пластинкой кардинальным образом изменилось. Многочисленные опыты показывают, что это явление типично для микромира. Измеряя один параметр все более точно, мы все сильнее влияем на другие и повышаем их неопределенность. Рассмотрим пример. Пусть мы задались целью фиксировать (измерить) координаты электрона в промежутке длиной Δx (с точностью Δx), пропустив его через щель с шириной Δx (см. рисунок). Тогда приобретаемый электроном в результате попытки измерения координаты по оси x разброс в составляющей импульса Δp_x можно оценить из наблюдаемой на экране дифракционной картины. Будем считать направлением движения электрона направление на первый минимум, определяемое углом q . На самом деле возмущение может быть и больше, но в половине случаев электроны попадают в центральную часть главного максимума. Тогда $\Delta x \sin q = l$, откуда находим:

$$\Delta p_x \geq p_y \tan q \approx p_y l / \Delta x \approx (h/l) \times (l / \Delta x) \approx h / \Delta x$$

или

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h \tag{7.5}$$

Хотя соотношение (7.5) получено в частном случае, оно имеет всеобщую применимость и называется соотношением неопределенностей (здесь две неопределенности: по координате и по импульсу) Гейзенберга: чем точнее мы определяем координату, тем неопределенней становится проекция импульса на эту координату. Невозможность одновременного

задания координат и скорости (импульса) микрочастицы означает отсутствие у нее траектории. Поэтому **физический смысл соотношения Гейзенберга заключается в количественном определении точности, с которой может быть описано поведение частицы в рамках классического понятия траектории.** Кроме того, из (7.5) следуют ограничения на способы измерения параметров микрочастиц. Например, мы хотим определить импульс по измерениям скорости, которая, в свою очередь, определяется по измерениям координат:

$$p_x = mV_x = m(x_2 - x_1)/t.$$

Но измеряя x_1 , мы изменили импульс, а измеряя x_2 – тоже изменили. Т.к. импульс в процессе измерения дважды изменился, то так определенный импульс не будет соответствовать ни импульсу до, ни импульсу после измерений. Конечно, отсюда не следует, что импульс нельзя измерить вообще. В частности, его можно определить по известной энергии частицы (для частицы, имеющей заряд, энергия задаётся той разностью потенциалов, которую прошла микрочастица в электрическом поле).

Таким образом, в отличие от классической физики, исходящей из предопределенности мира (зная начальное состояние системы, можно по классическим законам рассчитать ее состояние через любой промежуток времени), квантовая механика позволяет рассчитывать лишь вероятности (волновые функции). Какая из возможностей реализуется – дело случая, и это вытекает не из-за несовершенства квантовой механики, а из существа законов, действующих в природе и правильно описываемых квантовой механикой (на самом деле, согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, мы не только не можем предсказать дальнейшее поведение системы, но нам не дано знать и её начальное состояние с той степенью детализации, которую требует от нас классическая механика, т.е. одновременно – все координаты и скорости частиц системы).

7.3. Уравнение Шредингера

Поскольку движение микрочастицы описывается пси-функцией, определяющей ее распределение по координате, то и другие характеристики (импульс, энергия и т.д.) также должны, по-видимому, находиться через ψ . Рассмотрим, как через пси-функцию рассчитываются средние величины (это интересно, т.к., если величина имеет постоянное значение – сохраняется, то среднее с ним совпадает). Из физического смысла пси-функции как амплитуды вероятности следует формула для среднего значения координаты:

$$\langle x \rangle = \int x |\psi(x)|^2 dx = \int \psi^*(x) x \psi(x) dx. \quad (7.6)$$

В квантовой механике показывается, что соотношение (7.6) можно обобщить для любой физической величины f :

$$\langle f \rangle = \int \psi^*(x) \hat{f} \psi(x) dV, \quad (7.7)$$

где \hat{f} – дифференциальный оператор, соответствующий величине f . Так, в (7.6) в качестве оператора \hat{x} координаты x служит оператор умножения на x . Вся задача в том, чтобы определить вид оператора \hat{f} , соответствующего различным физическим величинам f . В квантовой механике найдены выражения для операторов компонент импульса:

$$p_x = -i\hbar \partial / \partial x, \quad p_y = -i\hbar \partial / \partial y, \quad p_z = -i\hbar \partial / \partial z. \quad (7.8)$$

Оказывается, что знания операторов $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ и $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$ достаточно для построения других по следующему **правилу соответствия: формулы классической физики для связи физических величин в квантовой механике следует рассматривать как формулы для связи операторов**. Вычислим согласно правилу соответствия оператор полной механической энергии:

$$\begin{aligned} \hat{E} &= \hat{T} + \hat{U} = \hat{p}^2 / 2m + \hat{U} = \frac{1}{2m} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2) + \hat{U} = \\ &= \frac{1}{2m} [(-i\hbar \partial / \partial x)^2 + (-i\hbar \partial / \partial y)^2 + (-i\hbar \partial / \partial z)^2] + U(x, y, z) = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z). \end{aligned} \quad (7.9)$$

Пример 7.3. Вычислим среднюю энергию, соответствующую волне де Бройля, распространяющейся по оси x :

$$\langle T \rangle = \int \psi^* \hat{T} \psi \, dV = \frac{1}{2A} \int_{-A}^A e^{-(i/\hbar)p_x x} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \right) e^{(i/\hbar)p_x x} = \frac{P}{2m}.$$

Так и должно быть, поскольку волна де Бройля описывает поведение свободной частицы с постоянным импульсом p и энергией $T = p^2 / 2m$.

Среди задач о нахождении пси-функции важное место занимает задача о нахождении состояний, в которых некоторая величина имеет определенное значение (сохраняется). В квантовой механике показывается, что состояние с определенным значением физической величины f равным f_0 описывается пси-функцией, удовлетворяющей уравнению

$$\hat{f} \psi = f_0 \psi. \quad (7.10)$$

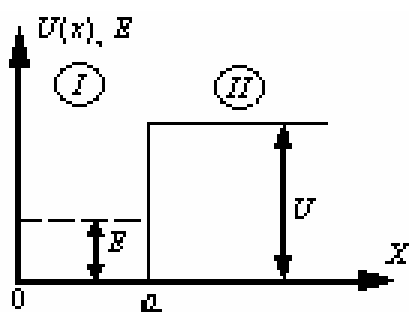
Если при некотором измерении в квантовой механике получена величина f_0 , то это необязательно значит, что до измерения система находилась в состоянии с постоянным $f = f_0$, но после измерения она уже в нем находится и ее пси-функция удовлетворяет (7.10). Следовательно, измерить мы можем только те f_0 , для которых у (7.10) имеется решение. Очень часто ограниченное, непрерывное и гладкое решение (7.10), удовлетворяющее условию $\int \psi^* \psi \, dV = 1$ (условию существования частицы: вероятность найти частицу хоть где-

нибудь равна, очевидно, единице), имеет место только для дискретного набора значений f_n , называемых собственными значениями, и соответствующих им собственным функциям y_n . То, что получаются дискретные значения, тесно связано с одним из существенных различий микро- и макромира. В макромире все объекты, в том числе и одного сорта, различны, в микромире – одинаковы (люди – различны, песчинки – различны, а все электроны – абсолютно одинаковы и спектры различных атомов водорода идентичны полностью). Но одинаковыми могут быть лишь те объекты, которые характеризуются дискретными значениями. Например, длины отрезков, изменяющиеся непрерывно, не могут характеризовать в точности двух одинаковых отрезков: хоть в каком-то знаке будет отличие при их измерении. Поэтому если бы квантовая механика не приводила к дискретности, можно было бы утверждать, что она, вообще говоря, неверна. В случае изолированных физических систем у них должна сохраняться полная энергия и, следовательно, такая система должна описываться уравнением для y , соответствующим определенным значениям энергии E . Из (7.9) и (7.10) получаем

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta y + Uy = Ey. \quad (7.11)$$

Уравнение (7.11) играет существенную роль в квантовой механике и носит название уравнения Шредингера (УШ). В отличие от уравнений классической механики Ньютона, уравнение Шредингера есть не просто дифференциальное уравнение, а дифференциальное уравнение в частных производных. Такие уравнения, как правило, не имеют аналитического решения, и существует очень узкий круг задач, решаемых в квантовой механике до конца.

Пример 7.4. Рассмотрим задачу о движении микрочастицы в прямоугольной потенциальной яме (см. рисунок). Классическая частица может



быть только там, где $E = mV^2/2 + U \geq U$, т.е. только в пределах ямы: $0 < x < a$. Подходя к стенкам $x = 0$ и $x = a$, она отражается и с равной вероятностью находится в любом месте ямы. Частицы в квантовой механике, как сейчас будет видно, ведут себя существенно иначе. Поскольку U – непрерывная и гладкая, она не может оборваться у правой границы, хотя за краем ямы полная энергия и меньше потенциальной. Следует ожидать, что этот заход будет тем меньше, чем тяжелее частица, поскольку крупные макроскопические частицы заходить в область $x > a$ ($E < U$) не могут. Теперь рассмотрим математическое решение. В области $0 < x < a$ УШ имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{dy_1}{dx} = Ey_1,$$

а в области $a < x < \infty$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{dy_2}{dx} + Uy_2 = Ey_2.$$

Пусть $k_1^2 = 2mE/\hbar^2$ и $k_2^2 = 2m(U - E)$, тогда получаем:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y_1}{dx^2} + k_1^2 y_1 = 0, \\ \frac{d^2 y_2}{dx^2} - k_2^2 y_2 = 0. \end{cases}$$

Решения этих уравнений имеют вид:

$$y_1 = A \sin(k_1 x + j) \quad \text{и} \quad y_2 = B e^{k_2 x} + C e^{-k_2 x}.$$

Из требования ограниченности y_2 на бесконечности следует $B = 0$, а из прерывности и гладкости решения получаем:

$$\begin{cases} y_1|_{x=a} = y_2|_{x=a}, \\ \frac{dy_1}{dx}|_{x=a} = \frac{dy_2}{dx}|_{x=a}. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} A \sin(k_1 a + j) = C e^{-k_2 a}, \\ k_1 A \cos(k_1 a + j) = -k_2 C e^{-k_2 a}. \end{cases}$$

Деля одно уравнение на другое, находим

$$\operatorname{tg}(k_1 a + j) = -k_1 / k_2.$$

Исследуем полученное уравнение в случае $U \rightarrow \infty$. Поскольку $\lim_{U \rightarrow \infty} k_1 / k_2 = 0$, а это возможно лишь при $\sin(k_1 a + j) = 0$ (только тогда $\operatorname{tg}(k_1 a + j) = 0$), то мы получаем в случае $U \rightarrow \infty y_1|_{x=a} = 0$. Но слева у нас уже сначала была задана y как бесконечная ступенька. Теперь мы знаем, что при $x = 0$ надо тоже потребовать $y_1 = 0$, откуда получаем $j = 0$ и уравнение для собственных значений энергии принимает вид:

$$\operatorname{tg}(k_1 a) = -k_1 / k_2.$$

Поскольку это трансцендентное уравнение имеет лишь дискретный набор решений, то и решение исходной задачи (УШ совместно с граничными условиями и требованиями гладкости и ограниченности) существует только для дискретного ряда значений энергии E_n .

Рассмотрим более простой случай потенциальной ямы с обеими бесконечными стенками ($U \rightarrow \infty$). Тогда задача решается аналитически и уравнение для дискретного набора энергий принимает вид ($k_1 / k_2 = 0$)

$$\operatorname{tg}(k_1 a) = 0, \quad \text{откуда} \quad k_1 a = \pi n \quad (n = 1, 2, \dots).$$

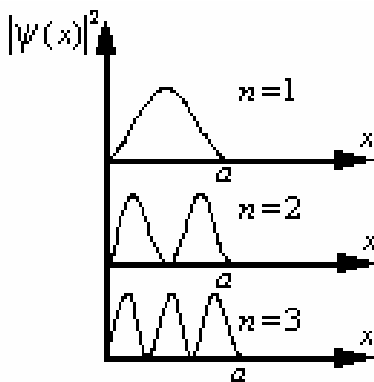
Значение $n=0$ дает $k_1=0$ и, соответственно, $y_1=0$, что невозможно, т.к. $\int y^* y dV = 1$. Подставляя вместо k_1 его выражение через энергию, находим искомый дискретный набор энергий ($n = 1, 2, \dots$)

$$E_n = \frac{\hbar^2 p^2}{2ma^2} n^2.$$

Итак, мы получили, что полная энергия микрочастицы в потенциальной яме квантуется – принимает дискретный набор значений. В квантовой механике показывается, что энергия всегда квантуется у систем, которые не могут уходить на бесконечность, и не квантуется в обратном случае. Если, например, $E > U$, то никакого квантования не происходит.

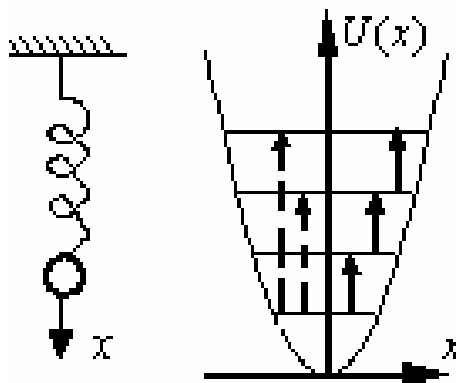
Решение для y в случае $U \rightarrow \infty$ имеет вид

$$n=0 y = A \sin(p n x / a).$$



Из графика $y^2 = A \sin^2(p n x / a)$ видно (см. рисунок), что при $n=1$ вероятность найти частицу в середине ямы больше, а у краев близка к нулю. Кроме того, квантовая частица не может, в отличие от классической, находиться на дне ямы с $E = 0$, т.е. покоиться (это следует и из соотношения неопределенностей Гейзенберга), т.к. $E_{\min} = E_1 = \frac{\hbar^2 p^2}{2ma^2}$.

Пример 7.5. Рассмотрим квантовомеханическую задачу о гармоническом осцилляторе. Классический гармонический осциллятор представляет собой грузик, подвешенный на пружине. Потенциальная энергия системы грузик – пружина есть $U = kx^2 / 2$, где отсчёт потенциальной энергии ведётся от состояния недеформированной пружины, а k – её жесткость. Уравнение движения шарика (из закона сохранения энергии $dE/dt = 0$, где $E = mV^2 / 2 + kx^2 / 2$)



или

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mV^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \right) = 0$$

или

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0.$$

Из решение последнего дифференциального уравнения следует, что собственная круговая частота гармонических колебаний $w_0^2 = k/m$, откуда $w_0 = \sqrt{k/m}$. Зависимость потенциальной энергии от координаты $U = kx^2/2$ является параболой и квантовомеханическая задача о гармоническом осцилляторе есть задача о поведении микрочастицы (микророзурика) в потенциальной яме параболической формы. В атомной физике к осциллятору сводятся многие важные задачи, например, о собственных колебаниях молекул. Поведение частицы в параболической потенциальной яме описывается однозначными, непрерывными, гладкими и ограниченными решениями УШ:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{kx^2}{2} y = E y.$$

Поскольку движение частицы происходит в ограниченной области, то, как и ранее, энергия должна квантоваться, т.е. УШ будет иметь решение с требуемыми свойствами лишь при определенных значениях E_n (математические выкладки слишком длины, и мы их опустим):

$$E_n = \hbar w_0 (n + 1/2) = \hbar \sqrt{k/m} (n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Как и следовало ожидать, наименьшее значение энергии не равно нулю (при $n = 0$ $E_0 = \frac{\hbar}{2} \sqrt{k/m}$), поскольку соотношение неопределенностей не позволяет частице упасть на дно ямы. В отличие от энергий в прямоугольной яме, $E_n \sim n$ (а не $E_n \sim n^2$) и уровни оказываются равноотстоящими друг от друга (эквидистантными, как показано на рисунке). Чтобы "раскачать" осциллятор, нужно добавить энергию, равную разности уровней:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \sqrt{k/m} \hbar.$$

Это может сделать фотоном с частотой

$$w = \Delta E / \hbar = \sqrt{k/m},$$

которая совпадает с частотой классического осциллятора w_0 .

На первый взгляд, квантовый осциллятор способен поглощать фотоны и с частотами $2w_0$, $3w_0$ и т.д. при переходе между несоседними уровнями (на рисунке такие переходы показаны пунктирными стрелками). Однако описание такого перехода нестационарными u -функциями (поиск нестационарных решений в квантовой механике далеко выходит за рамки нашего курса) показывает, что допустимы лишь переходы между соседними уровнями, а все остальные запрещены. Этот результат можно получить и без расчета (конечно, не строго) с помощью **принципа соответствия между квантовой и классической механиками**. При больших n результаты квантового решения должны переходить в классические,

где есть всего лишь одна резонансная частота $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Значит, по крайней мере, при больших n должен существовать запрет на несоседние переходы. Но так как картина уровней от n не зависит (вообще говоря, слабый аргумент, т.к. u -функции то зависят), то следует ожидать справедливости запрета на несоседние переходы для любого n .

7.4. Квантование момента импульса и магнитного момента систем микрочастиц

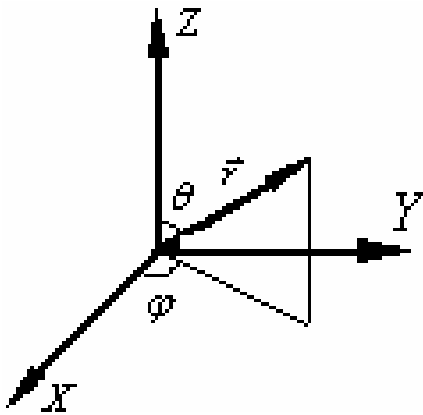
Момент импульса является одной из важнейших характеристик отдельных частиц и их систем (например, атомов и молекул). Для замкнутой системы и в центральных полях (относительно центра сил), как известно (см. главу II по классической механике), он сохраняется (N - число частиц):

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N m_i [\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{r}}_i] = \sum_{i=1}^N [\mathbf{r}_i, \mathbf{P}_i] = const.$$

В атомных системах поле практически центрально-симметрично (в атоме водорода – строго, а в сложных атомах – в первом приближении: каждый электрон движется в близком к центрально-симметричному поле ядра и других электронов) и \mathbf{L} , так же как и в классической физике, – важная характеристика движения. Найдём собственные значения проекции момента импульса на ось z , т.е. оператора \hat{L}_z :

$$\hat{L}_z y = L_z y. \tag{7.12}$$

Уравнение (7.12) наиболее просто решается в сферической системе координат (см. рисунок).



Оказывается в ней оператор \hat{L}_z , зависит только от угла j (оператор \hat{L}_z может быть найден, как это делалось раньше для \hat{E} из правила соответствия)

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial j}. \tag{7.13}$$

Из (7.12) и (7.13) для собственных функций оператора \hat{L}_z имеем

$$-i\hbar \frac{\partial y}{\partial j} = L_z y,$$

откуда, учитывая что $\int_0^{2\pi} y^* y dj = 1$, находим

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i(L_z j / \hbar)}.$$

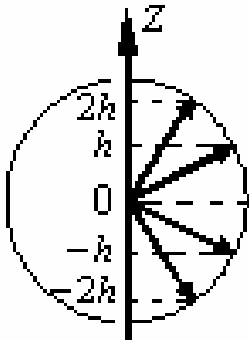
Функция y будет однозначна, если при изменении угла j на (возврат в ту же точку, см. рисунок) она принимает то же значение. Учитывая, что период функции e^{ix} равен 2π , получаем условие однозначности ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

$$L_z 2\pi / \hbar = m 2\pi,$$

откуда следует правило квантования проекции момента импульса

$$L_z = m\hbar. \quad (7.14)$$

Согласно (7.14), проекция момента импульса на любую ось квантуется и равна целому



числу \hbar , включая 0 . Удивительно, что в отличие от энергии, которая принимает дискретные значения только, когда система не может уходить на бесконечность, проекция момента импульса квантуется для свободной частицы. В качестве классической модели, как-то поясняющей (7.14), вроде бы можно представить образование вектором \hat{L} только определенных углов с осью z (см. рис.). Однако это не имеет смысла, поскольку ось z может быть направлена произвольно, и углы придется

менять. Для нахождения собственных значений оператора квадрата модуля момента импульса необходимо решать уравнение

$$\hat{L}^2 y = L^2 y. \quad (7.15)$$

Оператор \hat{L}^2 имеет громоздкий вид, а решение задачи требует знакомства со специальными функциями (полиномами Лежандра). Результат же довольно прост: величина модуля момента импульса также принимает набор дискретных значений ($l = 0, 1, 2, \dots$), рассчитываемый из соотношения

$$\hat{L}^2 = \hbar^2 l(l+1). \quad (7.16)$$

Из (7.16) видно, что \hat{L}^2 может принимать только четное число значений \hbar^2 и причём не любое (этот ряд: $0, 2, 6, 12, 20, \dots$), например не может быть $L^2 = 4\hbar^2$. Также из решения следует диапазон изменения m в формуле (7.14) при заданном l : $-l \leq m \leq l$. Тогда имеем:

$$L_{z \max}^2 = l^2 \hbar^2 < l(l+1)\hbar^2 = \hat{L}^2,$$

т.е. проекция момента всегда строго меньше его модуля (не может быть равна). Физический смысл этого состоит в невозможности одновременного определения проекции \hat{L} на две оси (в квантовой механике показывается, что задание двух величин \hat{L}^2 и L_z полностью определяет состояние системы в отношении ее момента импульса), аналогично тому, как невозможно для микрочастицы одновременно знать координату x и проекцию импульса p_x . По-

скольку при определённом L_z уже не могут быть выполнены условия $\langle L_x^2 \rangle = 0$ и $\langle L_y^2 \rangle = 0$ (из этих условий следует определённая проекция $L_x = L_y = 0$), то получаем:

$$\mathbf{L}^2 = \langle \mathbf{L}^2 \rangle = \langle L_x^2 \rangle + \langle L_y^2 \rangle + \langle L_z^2 \rangle > \langle L_z^2 \rangle = L_z^2.$$

Весьма своеобразными оказываются и правила сложения моментов импульса. Пусть складываются моменты импульса с квантовыми числами l_1 и l_2 (например, частица вращается вокруг некоторого центра и вокруг собственной оси и требуется найти суммарный момент импульса). Тогда всё, что можно сказать о результирующем квантовом числе момента импульса l , это выполнения для него неравенства:

$$|l_1 - l_2| \leq l \leq l_1 + l_2. \quad (7.17)$$

Займёмся теперь правилами квантования магнитного момента. Из электродинамики нам известно: вокруг всякого электрического тока образуется магнитное поле. Возьмём для определённости электрон, вращающийся вокруг ядра по круговой орбите с радиусом r . Ясно, что при его вращении образуется круговой ток с магнитным моментом \mathbf{m} (определение магнитного момента смотрите в разделе V, посвященном законам электромагнетизма):

$$\mathbf{m} = I S \mathbf{n} = \frac{qV}{2\pi r} \pi r^2 \mathbf{n} = \frac{qVr}{2} \mathbf{n} = \frac{q m_e V r}{2 m_e} \mathbf{n} = -\frac{e}{2 m_e} \mathbf{L}.$$

Здесь учтён отрицательный знак заряда электрона $q = -e$ с массой m . Итак, в классической механике магнитный момент и момент импульса связаны множителем $e/2m_e$, называемым гиромангнитным отношением. В квантовой механике должна быть аналогичная связь между операторами моментов и операторами проекций:

$$\hat{m}_z = -\frac{e}{2m_e} \hat{L}_z \quad \text{и} \quad \mathbf{m} = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L}. \quad (7.18)$$

Тогда из (7.14), (7.16) и (7.18) следуют правила квантования характеристик модуля и проекции магнитного момента ($-l \leq m \leq l$):

$$m_z = -\frac{e}{2m_e} \hbar m = -M_B m, \quad (7.19)$$

$$\mathbf{m}^2 = M_B^2 l(l+1),$$

где введена величина $M_B = \frac{\hbar e}{2m_e} = 9,3 \cdot 10^{-34} \text{ Джс/Тл}$ называемая магнетоном Бора для электрона.

Во внешнем магнитном поле круговой ток с магнитным моментом \mathbf{m} обладает энергией (считаем, что ось z направлена по полю \mathbf{B}):

$$U = -(\mathbf{m}, \mathbf{B}) = -m_z B_z = -m_z B. \quad (7.20)$$

Из (7.20) и правил квантования (7.19) получаем:

$$U = -m_z B = M_B B m. \quad (7.21)$$

Итак, из-за квантования частица, обладающая магнитным моментом, приобретает во внешнем магнитном поле ряд дискретных значений, зависящих от m . Число этих значений $2l+1$ ($m = 0, \pm 1, \dots \pm l$) является нечетным ($l = 0, 1, 2 \dots$). Штерн и Герлах для определения магнитного момента атомов водорода пропустили их пучок через неоднородное магнитное поле, ожидая расщепления под действием силы

$$\mathbf{F} = -\text{grad}U = \text{grad}(\mathbf{m}, \mathbf{B})$$

на $2l+1$ пучков. Однако пучок, вопреки ожиданиям, расщепился не на три, не на пять, а на два пучка! Пришлось пересмотреть представления об электроне (в данном случае ответственном за магнитный момент в атоме водорода).

Исследования показали, что в основном состоянии электрон в атоме водорода вообще не вращается вокруг ядра ($l = 0$), однако обладает собственным моментом импульса (из-за вращения как бы вокруг своей оси), характеризуемым квантовым числом S . Тогда из результатов опыта Штерна - Герлаха следует $2S + 1 = 2$, откуда $S = 1/2$. Собственное вращение электрона называется спином. Благодаря спину, электрон обладает моментом импульса:

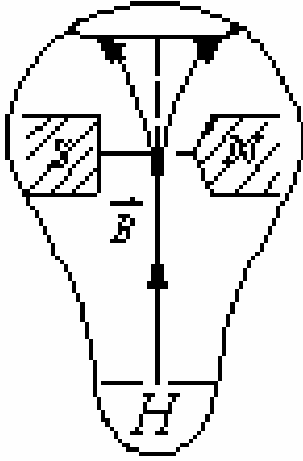
$$|\mathbf{S}| = \hbar \sqrt{S(S+1)} = \hbar \sqrt{1/2 \cdot (1/2+1)} = \hbar \sqrt{3/4} \quad (7.22)$$

с проекциями $S_z = \pm \hbar/2$.

Кроме того, измерения Штерна - Герлаха показали, что гиромангнитное отношение для спина вдвое больше, чем для орбитального движения вокруг ядра:

$$|\mathbf{m}_s| = 2M_B \sqrt{S(S+1)} = \sqrt{3}M_B.$$

Спиновое вращение настолько существенно отличается от обычного, что появление новой связи между механическим и магнитным моментами не является удивительным. Спин нельзя представить как истинное собственное вращение, поскольку в этом случае наружным частям электрона для создания механического момента $\hbar \sqrt{3/4}$ придётся иметь скорость большую скорости света.



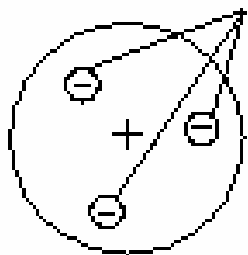
VIII. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

В атомной и ядерной физике рассматриваются вопросы строения мельчайших химически неделимых частицы материи – атомов и входящих в их состав ядер, условия устойчивости этих структур и законы, которые описывают происходящие в них процессы (явления).

8.1. Атомы и их электронная структура

Одной из первых моделей атома была модель Томсона, по которой атом есть шарообразный положительный заряд с вкрапленными в него электронами,

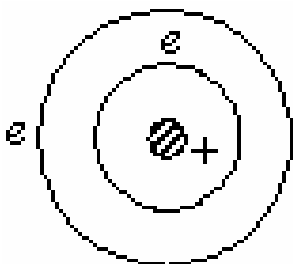
Электронны



обеспечивающими его электронейтральность в целом (модель образно назвали пудингом с изюмом). Однако опыты Резерфорда, Гейгера и Марсдена по рассеянию альфа-частиц на тонких фольгах из металлов убедительно показали, что в действительности атом скорее напоминает планетарную систему: в центре его находится плотное положительное ядро, а вокруг ядра на расстояниях, примерно в 10^5 раз

превышающих размеры ядра, вращаются лёгкие отрицательные электроны (при рассеянии большинство α -частиц проходило через металл без помех, словно сквозь вакуум, и лишь некоторые из них, столкнувшись (проваимодействовав) с весьма малым ядром, имеющим плотность $\rho \approx 10^{17} \text{ кг/м}^3$, значительно отклонялись от своей первоначальной траектории, иногда даже рассеиваясь назад).

С точки зрения классической физики модель атома Резерфорда не могла быть устойчивой, т.к. движение электрона по круговой орбите есть движение с ускорением, а согласно законам



электромагнетизма всякое ускоренное движение заряда сопровождается потерей энергии на излучение. Поэтому электрон, растратив всю свою энергию, должен быстро упасть на ядро, двигаясь по спиральной траектории (подобно спутникам, падающим на Землю из-за торможения в разреженных слоях атмосферы). Бор попытался несколько подправить законы классической физики, введя в них два

следующих постулата (эти постулаты пытаются примирить уже введенные Планком дискретность излучения и квант действия h с наличием у электрона классической траектории).

Первый постулат (постулат о стационарных состояниях). Атомы могут длительно пребывать только в определенных (стационарных) состояниях, в которых, несмотря на происходящие в них движения электронов, они не излучают энергии. В этих состояниях атомы обладают энергиями, образующими дискретный ряд: E_1, E_2, \dots, E_n . Состояния эти характеризуются своей устойчивостью; всякое изменение энергии $E_m \rightarrow E_n$ (в результате поглощения

или испускания электромагнитного излучения, также в результате соударения) может происходить скачком только при полном переходе из одного состояния в другое.

Второй постулат (условие частот). При переходе из одного стационарного состояния в другое атомы испускают или поглощают излучение только строго определенной частоты. Излучение, испускаемое или поглощаемое при переходе из стационарного состояния с энергией E_m в стационарное состояние с энергией E_n — монохроматично и его частота определяется соотношением

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}. \quad (8.1)$$

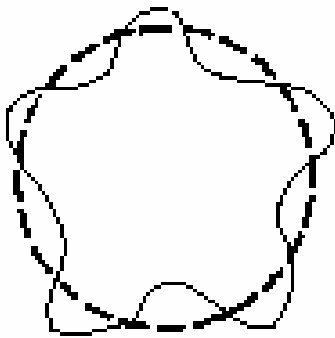
Если согласно постулату Бора электрон находится на некоторой круговой орбите с радиусом r , то его скорость V определяется по второму закону Ньютона уравнением

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mV^2}{r}. \quad (8.2)$$

Из этого уравнения нельзя определить два неизвестных V и r , а значит и нельзя найти полные энергии стационарных состояний. Бор постулировал, что стационарным состояниям атома водорода соответствуют такие круговые траектории, для которых выполняется условие

$$mVr = \frac{nh}{2\pi}. \quad (8.3)$$

Согласно результатам главы VII по квантовой механике, соотношение (8.3) есть просто



закон квантования проекции момента импульса. Де Бройль дал условию Бора следующее наглядное толкование: если электрон движется по замкнутой орбите, то на этой орбите должно укладываться целое число длин волна (см. рисунок) и т.к. длина волны

электрона $\lambda = \frac{h}{m_e V}$, а длина орбиты $2\pi r$, то имеем

$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{m_e V}$, что эквивалентно (8.3). Из (8.2) и (8.3) следует

система:

$$\begin{cases} m_e V^2 r = \frac{Z}{4\pi\epsilon_0} e^2, \\ m_e V r = n\hbar, \end{cases}$$

откуда получаем, разделив первое уравнение на второе и вводя постоянную тонкой структуры

$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ и комptonовскую длину волны электрона $\lambda_e = \frac{h}{m_e c}$:

$$V = \frac{Z}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar} \frac{1}{n} = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar C} \right] \frac{Z}{n} C = \frac{aZ}{n} C,$$

$$r = \frac{\hbar n}{m_e V} = \frac{\hbar n}{m_e a Z C / n} = \frac{\hbar}{m_e C} \frac{1}{a} \frac{n^2}{Z} = \frac{\Lambda_e}{a} \frac{n^2}{Z} \approx 0.5 \text{ \AA} \times \frac{n^2}{Z}, \quad (8.4)$$

$$E = \frac{m_e V^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = \frac{m_e}{2} \left(\frac{aZ}{n} C \right)^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2 e^2 a}{\hbar n^2} m_e C =$$

$$= -\frac{m_e C^2}{2} a \frac{Z^2}{n^2} = -\frac{0.5 \times 10^6 \text{ \AA} B}{2(137)^2} \frac{Z^2}{n^2} = -13.6 \text{ \AA} B \times \frac{Z^2}{n^2}.$$

Из (8.1) и (8.4) получается формула Ридберга для атомного спектра водорода $Z=1$ ($n=1, 2, \dots; k=n+1, \dots; R_\infty \approx 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ - постоянная Ридберга):

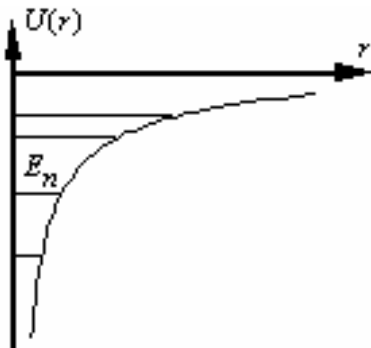
$$\frac{1}{l} = R_\infty \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (8.5)$$

которая хорошо подтверждается спектральными измерениями. Однако успехи полуклассической теории Бора ограничились только атомом водорода. Уже для атома гелия она оказалась малоэффективной.

Последовательная теория поведения электронов в атомах может быть развита только с квантовомеханических позиций. Рассмотрим простейшую атомную систему – атом водорода или водородоподобный атом, т.е. когда в поле ядра движется один единственный электрон (однократно ионизированный атом гелия He^+ с $Z=2$ или двукратно ионизированный атом лития Li^{++} с $Z=3$). Эта система изолирована и в ней сохраняется полная энергия. Поэтому задача сводится к решению уравнения Шредингера для электрона в потенциальной яме кулоновского взаимодействия $U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta y - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} y = E_n y. \quad (8.6)$$

Необходимо определить дискретный набор E_n (см. рис.), при которых (8.6) имеет одно-



значные, конечные, непрерывные и гладкие решения. Наиболее просто решение для y -функции находится в сферической системе координат r, j, q . Оно определяется главным квантовым числом n , орбитальным квантовым числом $l=0, 1, \dots, n-1$ и магнитным квантовым числом $m_l=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Уровень энергии определяется только главным квантовым числом

$$E_n = -\frac{m_e C^2}{2} a^2 \frac{Z^2}{n^2}, \quad (8.7)$$

что совпадает с результатом теории Бора (8.4).

Так как при заданном n орбитальное квантовое число меняется от 0 до $n-1$, а при каждом l электрон может быть в $2l+1$ состояниях с различной проекцией, характеризуемой числом m_l , то число состояний с одной и той же E_n есть

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = \frac{1+(2n)}{2} n = n^2.$$

На самом деле число состояний равно $2n^2$, поскольку электрон характеризуется спином с двумя проекциями $\pm \hbar/2$. Когда одному и тому же уровню соответствуют несколько состояний, он называется вырожденным, а число состояний – кратностью вырождения. Таким образом, в водородоподобных атомах кратность вырождения уровня энергии с главным квантовым числом n есть $2n^2$.

Из (8.7) также следует формула Ридберга, но теперь с позиций квантовой механики мы её можем несколько подправить. При решении уравнения Шредингера мы не учитывали движения ядра, которое из-за его массивности по сравнению с электроном мало, но, тем не менее, может быть обнаружено с помощью спектрометров: Экспериментальное значение постоянной Ридберга атома водорода R_H оказывается меньше теоретического R_∞ . В классической механике показывается, что задача двух тел сводится к задаче одного тела с приведенной массой m :

$$m = \frac{m_e M_{яд}}{m_e + M_{яд}} = \frac{m_e}{1 + m_e / M_{яд}}.$$

Так как $R \sim m$, то (R_∞ - постоянная Ридберга, когда ядро столь массивно, что его можно считать неподвижным, т.е. $M_{яд} = \infty$):

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + m_e / M_{яд}} = \frac{R_\infty}{1 + 1/1836.1}. \quad (8.7)$$

При учете поправки (8.7) получается прекрасное согласие экспериментального и теоретического значений постоянной Ридберга. Для изотопов водорода - дейтерия (ядро состоит из нейтрона и протона) и трития (ядро состоит из двух нейтронов и протона) - из-за большей массы ядра постоянная Ридберга увеличивается $R_H < R_D < R_T < R_\infty$. **Различие в длинах волн идентичных линий в спектрах различных изотопов одного и того же элемента называется изотопическим сдвигом.**

В случае водородоподобных ионов также справедлива формула Ридберга (8.5), но в ней необходимо учесть увеличение заряда ядра в Z раз. Например, для однократно ионизированного гелия ($Z = Z_{\text{He}} = 2$) имеем:

$$\frac{1}{l} = Z_{\text{He}}^2 R_{\text{He}} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{4R_{\infty}}{1 + m_e / M_{\text{He}}} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (8.8)$$

Применительно к водородоподобному атому мы нашли, что энергия системы электрон-ядро принимает набор дискретных значений. То, что у уровней энергии нет ширины – приближение, не соответствующее истине. В УШ надо ввести взаимодействие электрона с рождающимся электромагнитным излучением (фотонами), и тогда у уровня появится конечная ширина. Уравнение Шредингера, очевидно, будет нестационарным, что далеко выходит за рамки нашего курса. Однако результат для уширения уровня достаточно прост

$$\Delta E t \sim h, \quad (8.9)$$

где t - время испускания световой волны атомом. Хотя (8.9) и похоже на соотношение неопределенностей для импульса и координаты, но физическая сущность этих соотношений различна. В первом случае причиной неопределенности является невозможность одновременного измерения p_x и Δx . Энергию же фотона во втором случае можно измерить сколь угодно точно в заданный момент времени. Разброс по энергии связан с конечной шириной энергетических уровней возбужденных атомов (стационарное состояние с $n=1$ может сколь угодно долго существовать, для него $t = \infty$ и нет уширения $\Delta E = 0$).

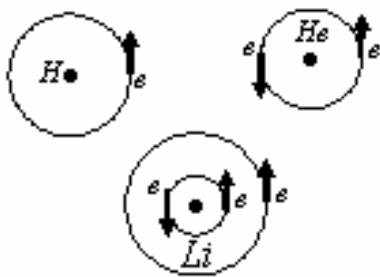
При рассмотрении оптических спектров неводородоподобных атомов бросается в глаза их сложность. Число линий в спектрах тяжелых атомов достигает нескольких десятков тысяч. Для написания УШ надо учесть не только взаимодействие электронов с ядром, но и взаимодействие электронов друг с другом. Получающиеся дифференциальные уравнения сложны и в общем виде не решаются. Разработаны приближенные методы решения, которые нет возможности здесь изложить, но для понимания электронной структуры сложных атомов этого и не нужно. Каждый электрон движется в почти центральном поле и ему можно приписать те же квантовые числа, что и в водородоподобных атомах: n, l, m_l, m_s (можно и другие четыре: n, l, j, m_j , где j - квантовое число полного момента импульса $|l - 1/2| \leq j \leq (l + 1/2)$). Используя эти числа, принцип Паули и некоторые эмпирические правила, определяющие порядок заполнения электронных оболочек в сложных атомах, можно понять их структуру. В сложных атомах поле не кулоновское и не следует закону $1/r$ (спадает существенно быстрее). Поэтому вырождение по l отсутствует: при одинаковых n уровни лежат тем глубже, чем меньше l . В тяжелых атомах расщепление по l столь велико, что при некоторых n уровни с большим значением l лежат выше уровней $n + 1$ с $l = 0$. Наличие спин-орбитального взаимо-

действия (взаимодействия магнитного момента орбитального движения с собственным магнитным моментом электрона) приводит к дополнительному расщеплению уровней с одинаковыми l , но различной ориентацией спина (различным j). Остаётся вырождение только по m_j с кратностью $(2j+1)$.

Чтобы задать электронную структуру атома, следует описать состояние всех его электронов. С точки зрения обычных представлений все электроны атома в невозбужденном состоянии должны занимать уровень с наименьшей возможной энергией ($n = 0$ и $l = 0$). Но опыт показывает, что этого не происходит: по мере увеличения заряда ядра Z происходит последовательное заполнение уровней. Чтобы это объяснить, Паули в 1924 году сформулировал общий принцип, который оказался не только универсальным, но и имеющим важнейшее значение, например, для понимания природы различия статистики бозонов (частиц с целым спином) и фермионов (частиц с полуцелым спином). Применительно к электрону принцип гласит: **в любом квантовом состоянии может находиться только один электрон (принцип исключения Паули)**. Принцип справедлив не только для электронов одного атома, но и для всех электронов во Вселенной.

Рассмотрим теперь в качестве примера заполнение уровней в атомах с $Z=1, \dots, 5$. В спектроскопии приняты обозначения: $l = 0 \sim s$; $l = 1 \sim p$; $l = 3 \sim d$ и т.д. Электрон атома водорода с $n = 1$, $l = 0$ и $j = 1/2$ записывается в виде ${}_1H \sim 1s_{1/2}$. Оба электрона гелия ${}_2He$ также размещаются в первой оболочке, несмотря на принцип Паули, т.к. они обладают противоположно направленными спинами:

$${}_2He \sim (1s_{1/2})^2 \quad (n=1, l=0, j=1/2, m_s = \pm 1/2)$$



У лития ${}_3Li$ третьему электрону размещаться на оболочке с $n=1$ не позволяет принцип Паули, поэтому он начинает заполнять следующую оболочку с главным квантовым числом $n=2$:

$${}_3Li \sim (1s_{1/2})^2 2s_{1/2}$$

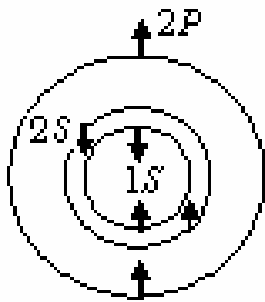
На рисунке показаны относительные размеры атомов водорода, гелия и лития (заряд гелия вдвое больше, следовательно, и орбита двух электронов вдвое меньше, чем у водорода, у лития размер уже задает третий электрон с орбитой порядка первой возбужденной орбиты H). Аналогично происходит заполнение и далее:

$${}_4Be \sim (1s_{1/2})^2 (2s_{1/2})^2; \quad {}_5B \sim (1s_{1/2})^2 (2s_{1/2})^2 2p_{1/2}; \quad {}_6C \sim (1s_{1/2})^2 (2s_{1/2})^2 2p_{1/2} 2p_{3/2}$$

В подоболочке $2p$ имеется $2(2 \cdot l + 1) = 6$ различных состояний, и принципа Паули уже оказывается недостаточно для выбора всех квантовых чисел. Используется эмпирическое **правило Хунда: наименьшей энергией обладает состояние с наибольшим возможным S**

и наибольшим возможным при таком значении S значением L . При этом $J = |L - S|$, если заполнено не более половины подоболочки и равно $L + S$ в противном случае. Таким образом, из всех разрешаемых квантовой механикой значений $|L - S| \leq J \leq L + S$ реализуются граничные.

Например, для углерода (см. рисунок) с $Z=6$ распределим по правилу Хунда два электрона на $2p$ подоболочке. Максимум S при $m_{s1} = 1/2$ и $m_{s2} = 1/2$. Теперь максимум $L: m_{l1} = 1$ и $m_{l2} = 0$ (сделать $m_{l1} = 1$ нельзя, т.к. оба окажутся в одном состоянии). Итак,



$$S = 1/2 + 1/2 = 1 \quad \text{и} \quad L = 1 + 0 = 1,$$

а $J = |L - S| = 0$, т.к. заполнено меньше половины подоболочки. Теперь общее состояние всего атома ${}_6\text{C}$ в целом записывается в виде 3P_0 (P означает $L = 1$; цифра 0 означает $J = 0$; цифра 3 означает $2S + 1 = 3$, так называемую мультиплетность при $S \leq L$).

Внешние электроны с высокими квантовыми числами занимают обычно отдаленные от атома области и обладают наибольшей энергией. Работа их полного извлечения из атома (энергия ионизации) меньше чем для электронов внутренних подоболочек. Именно внешние электроны, легче подвергаясь воздействию извне, определяют физические и химические свойства данного вещества: плотность, температуру плавления и кипения, растворимость, образование химических соединений (валентность), оптические спектры. Поэтому у тех элементов, атомы которых имеют одинаковое число электронов в своей самой внешней подоболочке, физические и химические свойства оказываются чрезвычайно близкими, хотя общее число электронов и заряд ядра у них различен. Эта периодичность, обусловленная поведением внешних электронов незавершенных подоболочек, и проявляется в периодическом законе, установленном Д.И.Менделеевым. Свойства же электронов внутренних оболочек изменяются монотонно с ростом порядкового номера элемента Z .

8.2. Состав и характеристики атомного ядра

Ядро – система сильно взаимодействующих между собой частиц – нуклонов, удерживаемых вместе ядерными силами притяжения и движущихся внутри ядра с нерелятивистскими скоростями (характерная энергии нуклона в ядре $E \sim 40$ МэВ):

$$V = \sqrt{\frac{2E}{m_p}} \approx C \sqrt{\frac{2E}{m_p C^2}} \approx C \sqrt{\frac{2 \times 40 \text{ МэВ}}{1836 \times 0,5 \text{ МэВ}}} \approx 0,3C.$$

Как и любая квантовая система, ядро характеризуется набором квантовых чисел, связанных с интегралами движения (законами сохранения). Такими интегралами являются энер-

гия, момент импульса, спин (импульс ядра выпадает из рассмотрения, т.к. удобнее перейти к системе центра масс).

Основными характеристиками стабильного ядра являются: заряд, масса, энергия связи, радиус, энергетический спектр, поляризация испускаемых частиц и т.д. Ядро, будучи квантовой системой, может находиться в различных энергетических состояниях. Состояние с наименьшей энергией является стабильным (основным). Всякое возбужденное состояние ядра неустойчиво, и в результате спонтанных переходов с испусканием g -квантов или других частиц осуществляется возврат в основное состояние.

Кратко перечислим основные характеристики частиц, составляющих ядро (нуклонов: протонов и нейтронов), протон (р)-положительно заряженная частица с $q = |e|$ и $m_p = 1836,15 m_e = 938,26 \text{ МэВ} = 1,00759 \text{ а.е.м.}$ (в ядерной физике за единицу массы 1 а.е.м. принята $1/12$ массы ядра атома углерода С: $1 \text{ а.е.м.} = 1/N_A = 1,66 \cdot 10^{27} \text{ кг} = 931 \text{ МэВ}$, в последнем равенстве килограмм переведен в энергию по формуле Эйнштейна $E = mC^2$, а затем джоули переведены в электрон-вольты: $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$). Протон является фермионом ($S = 1/2$) с магнитным моментом $m_p = 2,793M_{Bp}$, где магнитон Бора для протона M_{Bp} равняется

$$M_{Bp} = \frac{eh}{2m_p} = 0,505 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} / \text{Тл}.$$

Нейтрон (n)- нейтральная частица с $q = 0$ и $m_n = 1838,68 m_e = 939,55 \text{ МэВ} = 1,00898 \text{ а.е.}$, также как и протон является фермионом с $S = 1/2$. Несмотря на отсутствие заряда, обладает магнитным моментом $m_n = -1,913M_{Bp}$ (минус означает, что момент направлен противоположно спину).

Масса нейтрона больше массы протона $m_n - m_p = 1,3 \text{ МэВ} \approx 2,5 m_e$, и поэтому возможен распад ($\tilde{\nu}$ – антинейтрино)

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu},$$

который и осуществляется с периодом полураспада (время, за которое распадется половина частиц) $T_n \approx 615\text{с}$. В свободном состоянии протон – стабильная частица, но в ядре возможна реакция (e^+ – позитрон, ν – нейтрино)

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu.$$

Взаимные превращения $p \rightarrow n$ и $n \rightarrow p$, а также близость свойств позволяют рассматривать p и n как одну частицу – нуклон в различных состояниях.

Основными характеристиками ядра являются зарядовое число Z и массовое число A . Зарядовое число совпадает с числом протонов и определяет заряд ядра $q = Z |e|$. Массовое число определяет число нуклонов. Ядра обозначаются символом ${}^A_Z X$ (например, ядро гелия

${}^4_2\text{He}$). Элементы с одинаковыми Z , но различными A называются изотопами (изотопы, очевидно, не отличаются по химическим свойствам, т.к. у них одинаковая структура электронных оболочек, определяющаяся числом Z). В настоящее время известно 280 устойчивых и 2000 радиоактивных изотопов.

Размер ядра является довольно условной характеристикой, т.к. поведение частиц описывается квантовыми законами. В первом приближении ядро можно считать шаром с радиусом $r = r_0 A^{1/3}$, где $r_0 \approx (1,2 \dots 1,3) \times 10^{-15} \text{ м} = (1,2 \dots 1,3) \text{ ферми}$. Так как $r \sim A^{1/3}$, то плотность ядерного вещества приблизительно одинакова $\rho \sim 10^{17} \text{ кг/м}^3$.

Спин ядра складывается из собственных (спиновых) и орбитальных моментов импульса нуклонов:

$$|\mathbf{L}_s| = \hbar \sqrt{s(s+1)} \quad \text{и} \quad |\mathbf{L}_l| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

и согласно квантовой механике:

$$\dot{\mathbf{L}}_{s\Sigma} = \dot{\mathbf{L}}_{s1} + \dot{\mathbf{L}}_{s2} + \dots + \dot{\mathbf{L}}_{sA} \quad \text{и} \quad \dot{\mathbf{L}}_{l\Sigma} = \dot{\mathbf{L}}_{l1} + \dot{\mathbf{L}}_{l2} + \dots + \dot{\mathbf{L}}_{lA}.$$

И соответственно $|\dot{\mathbf{L}}_{s\Sigma}| = \hbar \sqrt{S(S+1)}$, $|\dot{\mathbf{L}}_{l\Sigma}| = \hbar \sqrt{L(L+1)}$, $|\dot{\mathbf{L}}_{\Sigma}| = \hbar \sqrt{I(I+1)}$, $|L-S| < I < L+S$. Здесь $\dot{\mathbf{L}}_{\Sigma}$ является интегралом движения, а $\dot{\mathbf{L}}_{s\Sigma}$ и $\dot{\mathbf{L}}_{l\Sigma}$ не являются из-за спин-орбитального взаимодействия. Поскольку для нуклонов $S = 1/2$, то ядро является ферми-частицей при нечётном A и бозе-частицей при чётном. В основном состоянии I невелико, т.е. моменты импульсов взаимно компенсируются. У всех чётно-четных ядер (A - чётно и Z - чётно) спин основного состояния равен нулю $I = 0$. Наряду с механическим, ядра обладают и магнитным моментом

$$m_{\text{я}} = M_{\text{вр}} g \sqrt{I(I+1)},$$

где $g = -4 \dots +6$ – фактор Ланде.

Точные измерения показали, что масса ядра меньше суммы масс входящих в него нуклонов

$$m_{\text{я}} = Zm_p + (A-Z)m_n - \Delta m,$$

где Δm - дефект массы. Разность Δm характеризует энергию связи в ядре, т.е. энергию, которую надо затратить, чтобы расщепить ядро на нуклоны. По формуле Эйнштейна энергия связи определяется соотношением:

$$E_{\text{св}} = \Delta m C^2 = C^2 [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{яд}}], \quad (8.10)$$

но $m_{\alpha} \approx m_{\text{я}} + Zm_e$ и $Zm_p + Zm_e \approx Zm_H$, следовательно,

$$E_{\text{св}} = C^2 [Zm_H + (A-Z)m_n - m_{\alpha}]. \quad (8.11)$$

Последнее равенство более удобно для расчетов, чем (8.10), т.к. в литературе чаще приводятся массы атомов m_a , а не их ядер $m_{яд}$.

8.4. Ядерные реакции

Атомные ядра способны вступать в соединение с другими ядрами (особенно с лёгкими: дейтроном 2_1H , тритием 3_1H , гелием 4_2He) и отдельными ядерными частицами. Возможно также отщепление от ядра некоторой его части – разложение ядра. **Соединение ядер с другими ядрами или ядерными частицами, а также их разложение называют ядерными реакциями (ЯР).**

При ЯР число нуклонов не меняется и, следовательно, при их протекании сохраняется суммарный заряд ядер и массовое число.

Например, в случае реакции распада:

$${}^A_ZN = {}^{A_1}_{Z_1}M + {}^{A_2}_{Z_2}L, \quad A = A_1 + A_2, \quad Z = Z_1 + Z_2.$$

При обычных температурах скорости ЯР, в отличие от химических реакций, практически равны нулю по двум причинам:

- размеры ядер малы по сравнению с размерами атомов (взаимодействие атомов является химической реакцией) и вероятность их встречи на необходимом для осуществления ЯР расстоянии также оказывается меньше;
- атомные ядра положительно заряжены и их сближение возможно лишь при условии преодоления потенциального барьера кулоновских сил отталкивания.

Осуществить ЯР удаётся лишь при значительном увеличении температуры (до десятков миллионов градусов) или с помощью потоков заряженных частиц, имеющих энергии достаточные для преодоления потенциального барьера (такие потоки могут быть получены искусственным путём на основе ускорения частиц в различного рода установках: генераторах Ван - дер - Граафа, синхротроне, синхрофазотроне и бетатроне). Приятным исключением, снимающим ограничение на возможность протекания ЯР в обычных условиях, является нейтрон, поскольку отсутствие у него заряда делает возможным его проникновение в атомное ядро даже при самых малых энергиях. Неудивительно, что нейтроны играют весьма важную роль в ядерных реакциях, в частности, в цепной ЯР (см. ниже).

Основной особенностью ЯР, которые возбуждаются частицами, способными проникнуть в атомное ядро, оказывается факт образования составного ядра, называемого компаунд-ядром. Из-за сильного взаимодействия внутри ядра проникающая частица не пробегает его за характерное время $\Delta t = 2 \times r / V$ (V - скорость частицы, Δt - ядерное время), а обменивается энергией с другими частицами, оставаясь внутри ядра на время много большее Δt (иногда превышающее его в миллионы раз) и образуя вместе с ним единую составную систему – компаунд-ядро. В составном ядре все ядерные частицы равноправны и имеют равную сред-

ную кинетическую энергию, определяемую "ядерной температурой" T (ядерная температура вводится формально в предположении, что распределение кинетической энергии частиц подчиняется максвелловскому закону):

$$\left\langle \frac{mV^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2}kT = \frac{E}{A}, \quad (8.12)$$

где E – энергия возбуждения ядра, представляющая собой сумму энергии связи и кинетической энергии проникшей в ядро частицы. По порядку величины E/A может составлять доли МэВ и тогда, согласно (8.12), ядерная температура будет несколько миллиардов градусов. При столь высокой температуре, даже в присутствии ядерных сил притяжения, вещество компаунд-ядра способно "испаряться", т.е. выбрасывать из себя частицы, в которых из-за перераспределения энергии сосредоточилась её значительная часть. Поскольку процесс перераспределения энергии между взаимодействующими частицами в ядре является случайным, то испаряться могут различные частицы. Кроме того, часть или всё возбуждение ядра может быть снято не испарением наиболее энергетичных частиц, а излучением g -кванта ещё до сосредоточения избытка энергии на группе частиц.

Рассмотрим основные типы ЯР, которые отличаются друг от друга характером превращений, происходящих с компаунд - ядром.

Реакция радиационного захвата – ЯР, при которой возбужденное ядро переходит в нормальное ("охлажденное") состояние без испарения частиц путём излучения одного или нескольких g - квантов.

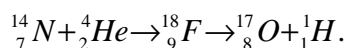
Реакции с излучением заряженных частиц (например, протонов или α - частиц) требуют для своей реализации сосредоточения достаточно большой энергии на этих частицах для преодоления потенциального барьера. Вылет частицы при этом будет тем более вероятен, чем меньше частиц в составном ядре (легче ядро) и чем больше энергия возбуждения. Во многих случаях избытка энергии не хватает на превышение потенциального барьера, однако излучение заряженных частиц всё равно имеет место, благодаря туннельному эффекту (как показано в главе VII, в квантовой механике допустима ненулевая вероятность нахождения частицы в области, где полная энергия меньше потенциальной, а следовательно, возможно преодоление барьера с энергией меньшей его высоты, т.е. как бы под ним через туннель).

ЯР с испусканием нейтронов оказываются преобладающими для ядер средней массы и небольших уровней возбуждения, т.к. для испарения нейтрона не требуется большого избытка энергии из-за отсутствия кулоновского потенциального барьера. Если возбуждение ядра произошло в результате проникновения в него нейтрона, то после его испускания ядро по своему составу вернётся к исходному, хотя нет гарантии, что будет испарён тот же самый

нейтрон (здесь существенным моментом является полная тождественность всех частиц одного типа). По сути, никакой ЯР не произойдёт, однако нейтрон в общем случае будет иметь другую энергию и направление движения (импульса). Описанный процесс получил название неупругого рассеяния (в отличие от него упругое рассеяние, как правило, происходит без образования компаунд - ядра).

При ЯР может иметь место, как выделение, так и поглощение энергии. Энергетический эффект реакции определяется путём составления массово - энергетического баланса на основе соотношения Эйнштейна, связывающего полную энергию вещества или поля с его массой (см. главу III).

Пример 8.1. Определим энергетический эффект первой ЯР, осуществленной в лаборатории Резерфордом, который установил, что если азот бомбардировать α -частицами, то наблюдается появление протонов ${}^1_1\text{H}$.



Энергетический баланс этой реакции записывается в виде

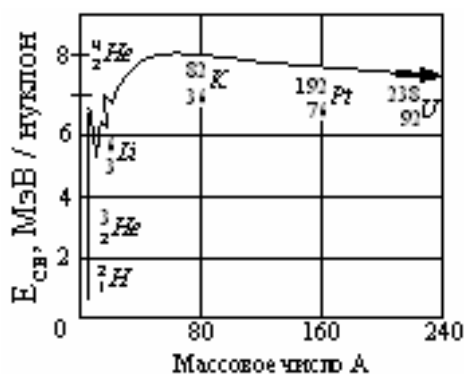
$$(m_N + m_a) \times c^2 + T_a = (m_o - m_p) \times c^2 + T_o + T_p,$$

откуда

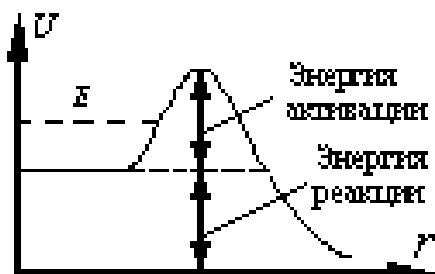
$$\Delta E = T_o + T_p - T_a = (m_N + m_a - m_o - m_p) \times c^2.$$

Используя табличные значения масс ядер, получаем (1 а.е.м. $\sim 931\text{МэВ}$)

$$\Delta m = m_N + m_a - m_o - m_p = 1.24 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.м.} \approx 1,16\text{МэВ}.$$



твой), а для лёгких – синтез (соединение нескольких ядер в одно).



Рассмотрим теперь условия распада ядра без его предварительного возбуждения. **Самопроизвольный распад ядер с испусканием нескольких частиц называется радиоактивностью.** Из показанной на рисунке зависимости, удельной энергии связи $e = E_{св} / A$, от массового числа видно, что для тяжелых ядер энергетически выгоден процесс деления (распад ядра на несколько частей), а для лёгких – синтез (соединение нескольких ядер в одно).

Необходимым условием ЯР деления является положительный энергетический баланс (сумма масс продуктов деления должна быть меньше массы исходного ядра). Расчёты показывают, что деление энергетически выгодно при $A > 100$. Однако элементы с $A > 100$ – устойчивы, т.к. энергетическое условие является лишь необходимым. При рас-

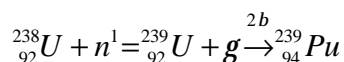
паде нужно преодолевать энергию активации, аналогично тому, как это имеет место в химических реакциях (см. рисунок). Одним из физических путей преодоления энергии активации является уже упоминаемый туннельный эффект, который, как правило, осуществляется с весьма малой вероятностью. Деление ядер в этом случае представляет разновидность радиоактивности и называется спонтанным (периоды полураспада для процессов спонтанного деления из-за их малой вероятности весьма велики, например, в случае урана-235 имеем $T_{1/2} = 10^{12}$ - 10^{13} лет, а урана-238 – $T_{1/2} \sim 10^{17}$ лет). В качестве другого пути преодоления энергии активации может служить внедрение в ядро нейтрона, например,



Энергия связи n с ${}_{92}^{235}\text{U}$ 5,81 МэВ, а энергия активации ${}_{92}^{236}\text{U} \sim 6$ МэВ, т.е. для деления достаточно тепловых нейтронов. Для урана ${}_{92}^{238}\text{U}$ энергия связи с $n \sim 5,3$ МэВ, а энергия активации ${}_{92}^{239}\text{U} \sim 6,3$ МэВ и, соответственно, тепловые нейтроны не приводят к делению, поскольку требуется около 1 МэВ энергии.

8.5. Цепная ядерная реакция и её осуществление

В процессе деления выделяется не только большая энергия, но и некоторое число нейтронов. Использование этих нейтронов для дальнейшего деления приводит к цепной реакции – ядерному горению. Препятствуют этому различные явления, вызывающие потерю нейтронов. Проследим за судьбой быстрого нейтрона с энергией $E > E_f$, достаточной для инициирования деления ${}_{92}^{238}\text{U}$. Вероятность захвата ядром для быстрого нейтрона мала, а основные процессы это упругое и неупругое рассеяние. Неупругое рассеяние наиболее вероятно при $E > 0,1$ МэВ и приводит к быстрому уменьшению до $E < E_f$. Далее основным процессом становится упругое рассеяние. Вероятность деления ${}_{92}^{235}\text{U}$ наиболее велика при взаимодействии с тепловыми нейтронами $E \sim 1/40$ эВ $\approx 0,025$ эВ (в этом случае и вероятность проникновения нейтрона в ядро – велика: она тем больше, чем больше эффективные площади сечений нейтрона и ядра, но в случае тепловых нейтронов их длина волны $\lambda = h/\sqrt{2mE}$ – не мала, поэтому, благодаря волновым свойствам нейтрона, оказывается большой и эффективная площадь взаимодействия пропорциональная λ^2). Следовательно, процесс замедления полезен, но ему мешает радиационный захват:



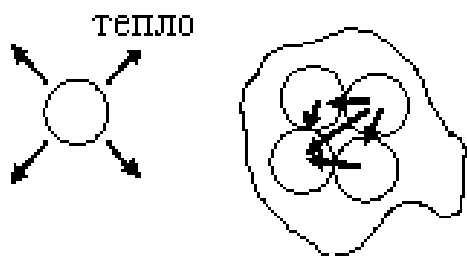
Захват имеет резонансный характер с резонансом при $E = 6,75$ эВ. Поэтому для осуществления цепной реакции надо обогатить природный уран-238 ураном-235 и использовать замедлители: угольные стержни или тяжёлую воду (что дороже).

Пусть P – вероятность прохождения нейтроном резонансного радиационного захвата, f

– вероятность захвата тепловых нейтронов ураном-235

(часть будет захвачена замедлителем), ν – среднее число нейтронов, образующихся при делении ${}^{236}_{92}U$. Тогда

число нейтронов будет изменяться по закону геометрической прогрессии с коэффициентом $K = P f \nu$ (коэффициентом размножения нейтронов). Если $K > 1$, то про-



грессия оказывается возрастающей и возникает цепная ядерная реакция. Необходимо также учесть потери нейтронов через стенки ядерного котла. Чем больше размер котла, тем отношение площади поверхности к объему урана меньше и, следовательно, существует критический размер (аналогично существованию критического размера костра, начиная с которого он горит устойчиво, т.к. тепло уходит не в стороны, а в соседние поленья, см. рисунок). Расчеты приводят к значению критического диаметра D , определяемого по формуле

$$D = \frac{L}{\sqrt{k-1}},$$

где L – длина пути нейтрона от рождения до захвата. Для котла Ферми (1942 год), например, $L = 5.5$ м, $K = 1.06$ и получаем $D \approx 10$ метров.

Побочным продуктом работы котла является ${}^{239}_{94}Pu$, образующийся при радиационном захвате нейтронов ураном-238. Однако он не совсем побочный, т.к.

делится под действием тепловых нейтронов как ${}^{235}_{92}U$. Кроме того,

плутоний по своим химическим свойствам отличен от урана и его легче получить в чистом виде, чем отделить от природного урана изо-

топ ${}^{235}_{92}U$. Возможность получения ${}^{239}_{94}Pu$ позволяет осуществить

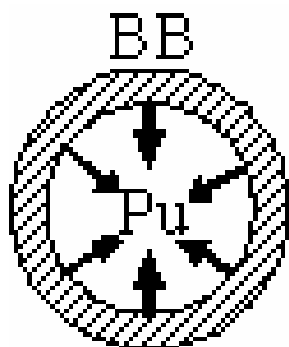
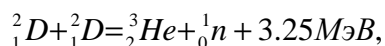
весьма быструю реакцию без замедлителей нейтронов, т.е. создать

атомную бомбу, схема которой показана на рисунке. Надкритические

условия создаются сжатием с помощью взрыва обычного взрывчатого вещества (при этом резко уменьшается длина пробега нейтронов до их захвата ядром).

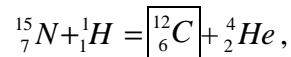
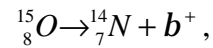
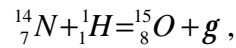
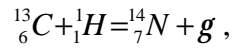
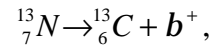
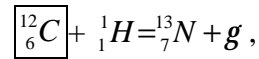
8.6. Реакция синтеза

Для реакции синтеза энергия активации $E \sim 1$ МэВ откуда следует $T \sim E/k \sim 10^{10} K^0$. Более точные расчеты с учетом Максвелловского распределения (максвелловского "хвоста") приводят к значениям $T \sim 10^7 K^0$. При низких температурах возможен синтез только лёгких ядер с $Z = 1$:

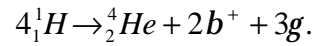


$${}^2_1D + {}^1_1D = {}^1_1H + {}^3_1T + 4MэВ.$$

В случае высоких температур в ЯР синтеза могут участвовать и более тяжёлые ядра. Например, одним из источников энергии на Солнце является углеродно-азотный цикл:



т.е. горит водород, а углерод работает как катализатор, не расходуясь сам. При этом четыре протона сливаются в ядро гелия и весь углеродно-азотный цикл эквивалентен реакции:



IX. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Из чего мы состоим? Какие элементарные частицы лежат в основе мироздания? Человечество давно ищет ответы на эти вопросы. Еще две с половиной тысячи лет назад греческие философы заложили основы понимания природы, когда попытались свести разнообразие окружающего мира к взаимодействию небольшого числа первичных составных частей – элементов.

Так, Фалес в VI веке до н.э. считал первичным элементом воду, позднее прибавилось еще три: земля, воздух и огонь. Считалось, что эти элементы сохраняются в природе, но образуют различные сочетания (и по форме, и по составу). Небесным телам отводилась пятая субстанция – эфир. Анаксагор в V веке до н.э. усовершенствовал эту теорию, введя представление о бесконечности Вселенной, заполненной бесконечным числом атомов. Он ввел и предположение, едва не стоившее ему жизни: небесные тела состоят из того же вещества, что и Земля. Развитие атомистической теории продолжили Демокрит и Эпикур.

С развитием химии как науки атомистическая теория подверглась пересмотру и из умозрительной теории развилась в научную. Английский химик Дальтон в начале XIX века привел свидетельства в пользу того, что атомы имеют различные веса и, комбинируясь в определенных пропорциях, образуют различные соединения. В конце XIX века с открытием электрона и радиоактивности существование атомов стало общепризнанным. Началось изучение строения атома и развитие физики элементарных частиц.

Физика элементарных частиц (ФЭЧ) занимает особое место не только в физике, но и во всем естествознании. Эта выделенность обусловлена тем, что в других областях науки основные фундаментальные законы уже установлены, хотя и имеется еще много неясных вопросов и продолжает открываться большое количество новых и интересных явлений (например, создание лазеров, выделение полупроводников в отдельный класс материалов, имеющих огромное практическое значение, открытие эффекта Мессбауэра и т.д.). В ФЭЧ рассматриваются явления, для которых фундаментальные законы природы, к сожалению, не установлены. Главной целью ФЭЧ является изучение свойств вещества на сверхмалых расстояниях в течение сверхмалых промежутков времени и при сверхвысоких энергиях частиц. Согласно соотношению неопределенностей малые расстояния и большие энергии тесно связаны (для ультрарелятивистских частиц из СТО имеем $E = cP$)

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2},$$

откуда, умножая на C , получаем

$$\Delta E \Delta x \geq \frac{c\hbar}{2}$$

или после подстановки числовых значений

$$\Delta E \geq \frac{0,1}{\Delta x}, \quad (9.1)$$

где $[\Delta E] = \text{ГэВ}$, $[\Delta x] = \text{ферми}$. Соотношением (9.1) определяется, какая энергия необходима для исследования расстояний определенного порядка малости. Так, для изучения строения ядра (проникания в области размеров, составляющих десятые доли радиуса ядра, т.е. размеров порядка $10^{-14} \text{см} = 0,1 \text{ферми}$) нужны частицы с энергией более $1 \text{ГэВ} = 10^9 \text{эВ}$.

Такая высокая энергия достигается при столкновении субатомных частиц в специальных установках-ускорителях. Ускорители поражают своими размерами и стоимостью, они могут достигать нескольких километров в поперечнике (длина кольцевого протонного ускорителя в Протвино (вблизи Серпухова) на 76ГэВ полтора километров, в Батавии (вблизи Чикаго) на 1000ГэВ – около семи километров). Двигаясь внутри кольца навстречу друг другу (ускорители на встречных пучках называются коллайдерами), пучки электронов и позитронов испытывают лобовые столкновения, при которых электроны и позитроны аннигилируют, высвобождая энергию, достаточную для рождения десятков других частиц.

Что это за частицы? Некоторые из них – те кирпичики, из которых построены мы с вами – протоны и нейтроны, составляющие ядра, и электроны. Другие частицы обычно в окружающем нас мире не встречаются, поскольку их век очень короток, и они быстро распадаются на обычные частицы. Число таких нестабильных короткоживущих частиц несколько сотен. Они слишком многочисленны, и многие из них не имеют даже собственного имени, обозначаясь просто буквой или числом.

9.1. Общие свойства элементарных частиц

Главным свойством элементарных частиц можно считать их способность рождаться при столкновениях других частиц. Возможность рождаться – релятивистский эффект, основанный на эйнштейновской эквивалентности энергии и массы (вернее, возможности перехода любого вида энергии в энергию покоя). В баланс энергии при столкновениях входят как кинетические энергии частиц, так и их энергии покоя причем эти энергии могут переходить друг в друга (например, два протона с кинетическими энергиями, превышающими энергию в 150МэВ, соответствующую массе покоя пиона, столкнувшись могут его породить: $p^+ + p^+ = p^+ + p^+ + p^0$). Конечно, не все реакции рождения частиц возможны даже при достаточно большой кинетической энергии столкновения, т.к. многие из них запрещены законами сохранения (например, законом сохранения заряда). Однако при дальнейшем увеличении энергии возможно рождение каких угодно частиц (например, закон сохранения заряда не позволяет при столкновении двух протонов родиться третьему, но, если энергии хватит и на одновременное рождение антипротона \bar{p}^- с противоположным зарядом, то третий протон

может родиться. Из симметрии законов микромира относительно направления течения времени следует, что если частицы могут рождаться, то они могут и исчезать при столкновениях (более того, в одном и том же столкновении может быть и рождение и исчезновение частиц, например, $g + p^+ = n^0 + p^+$).

Существование процессов рождения и исчезновения элементарных частиц приводит к тому, что для них в значительной мере теряет смысл понятие "состоит из", т.к. неясно (экспериментально неопределимо) состояло что-то из этих частиц или они образовались при распаде этого чего-то. Тем не менее, фраза "**частица X состоит из частиц X_1, X_2, \dots, X_n** " имеет четкий смысл, если одновременно выполняются два условия:

- частица X может быть раздроблена на частицы X_1, X_2, \dots, X_n при каких либо столкновениях;
- энергия связи E_i каждой частицы X_i в X на много меньше энергий покоя любой из них (M_j — масса покоя $j^{\text{ой}}$ частицы)

$$E_i < M_j c^2.$$

При соблюдении обоих условий существует область энергий $\max(E_i) < E < \min(M_i c^2)$, в которой может происходить раздробление составной частицы, но гарантировано отсутствие рождения частиц её составляющих (например, энергии ионизации – отрыва электрона от атома – составляют десятки эВ, а масса покоя электрона 0,5 МэВ, поэтому мы можем с полной уверенностью рассматривать атом как сложную частицу, состоящую из ядра и электронов).

На начальном этапе исследований физики были сбиты с толку многочисленностью и разнообразием новых частиц. Невозможно было понять, для чего их столько? Ныне в существовании четкой структуры и порядка в микромире нет сомнений. Первый шаг к пониманию микромира был сделан в результате систематизации всех известных частиц, аналогично каталогам, составленным в XX веке биологами для растений и животных.

К числу наиболее важных характеристик элементарных частиц, взятых за основу при систематизации, относятся масса, электрический заряд и спин. Частицы с большой массой называют "тяжелыми". При этом, говоря о массе, имеют в виду, конечно, массу покоя.

Частицы, имеющие нулевую массу покоя, движутся со скоростью света (фотон, например). Самой легкой из частиц с ненулевой массой считается электрон (протон и нейтрон почти в 2000 раз тяжелее). Самая тяжелая частица, которую удалось создать в лаборатории (z -частица), в 200000 раз тяжелее электрона.

Электрический заряд меняется в довольно узком диапазоне и всегда кратен фундаментальной единице – заряду электрона. Некоторые частицы (фотон, нейтрон) не имеют электрического заряда.

Есть ещё одна характеристика частиц – спин, с которым мы уже сталкивались в квантовой механике и атомной физике. Он тоже всегда принимает значения, кратные некоторой фундаментальной величине, которую приняли в своё время равной кванту действия \hbar . Так, протон, нейтрон и электрон имеют спин $1/2$, а спин фотона равен 1. Известны также частицы со спином 0, $3/2$, 2. Значения спина больше двух не обнаружено.

В зависимости от величины спина частицы разделяются на два класса. Частицы со спинами 0, 1 и 2 называются бозонами в честь индийского физика Д. Бозе, а частицы с полуцелым спином ($1/2$ и $3/2$)-фермионами в честь Э. Ферми.

Другая важная характеристика частицы – её время жизни. Считается, что электроны, протоны, фотоны и нейтрино абсолютно стабильны, т.е. имеют бесконечно большое время жизни. Нейтрон остается стабильным, пока он заперт в ядре, но свободный нейтрон распадается с периодом полураспада около 10 минут. Все остальные известные частицы в высшей степени нестабильны, их времена жизни колеблются в пределах от нескольких микросекунд до 10^{-23} с. Такие интервалы времени кажутся очень малыми, однако, учитывая, что большинство частиц рождается на ускорителях и движется со скоростью близкой к скорости света, за микросекунду они успевают пролететь около 300 метров, и их можно зарегистрировать.

Вообще говоря, распад, который претерпевают нестабильные частицы, представляет собой квантовый процесс, в нем всегда есть элемент неопределенности. Поэтому продолжительность жизни конкретной частицы невозможно предсказать заранее, можно говорить лишь о среднем времени жизни.

Свойства частиц определяются не только перечисленными выше характеристиками, но и характером сил, действующих на них. Частицы, участвующие в сильном взаимодействии, образуют особый класс и называются **адронами**. Частицы, участвующие в слабом взаимодействии и не участвующие в сильном, называются **лептонами**.

9.2. Лептоны

Наиболее известен из лептонов электрон. Подобно всем лептонам, он является точечным объектом, т.е. не имеет внутренней структуры. Спин у всех лептонов равен $1/2$, следовательно, они относятся к фермионам. Заряд лептоны могут иметь (как электрон), но могут и не иметь.

Другой хорошо известный лептон – нейтрино. Так как нейтрино не участвуют ни в сильном, ни в электромагнитном взаимодействии, они почти полностью игнорируют вещество, проникая через него, что делает их неуловимыми и очень затрудняет экспериментальное

подтверждение их существования. Три десятилетия после предсказания их не удавалось обнаружить в лаборатории. Только в результате создания ядерных реакторов, при работе которых испускается огромное количество нейтрино, удалось зарегистрировать лобовое столкновение одной частицы с ядром.

Несмотря на свою неосязаемость, нейтрино занимают особое место среди других частиц, поскольку наиболее распространены во Вселенной (их число в миллиарды раз превышает числа электронов и протонов). Вселенная представляет собой море нейтрино, в котором встречаются вкрапления в виде атомов.

Одной из первых нестабильных субатомных частиц, зарегистрированных в 1936г. в продуктах взаимодействия космических лучей, является лептон, названный мюоном. Во всех отношениях, кроме стабильности, мюон напоминает электрон – имеет тот же заряд и спин, участвует в тех же взаимодействиях. Но масса его значительно больше, и примерно за две миллионные доли секунды мюон распадается на электрон и два нейтрино. Мюоны широко распространены в природе, на их долю приходится значительная часть фонового излучения, которое регистрируется на поверхности Земли счетчиком Гейгера.

Долгие годы электрон и мюон оставались единственными известными заряженными лептонами. Затем в конце 70^{ых} XX века был обнаружен третий заряженный лептон, названный "тау-лептон". Его масса составляет 3500 масс электрона, но во всём остальном он ведёт себя подобно электрону и мюону.

Этим список известных лептонов отнюдь не исчерпывается. Было установлено, что существует несколько видов нейтрино. Нейтрино одного вида рождается вместе с электроном при распаде нейтрона, а нейтрино другого типа – при рождении мюона. Их и назвали, соответственно, электронное нейтрино и мюонное нейтрино. Скорей всего должно существовать и нейтрино третьего типа – сопровождающее рождение тау-лептона. Таким образом, общее число разновидностей нейтрино равно трём, и общее число лептонов (с учетом того, что у каждой из шести перечисленных частиц есть своя античастица) равно двенадцати.

9.3. Адроны.

В отличие от горстки известных лептонов, адронов существуют сотни. Это уже наводит на мысль, что адроны – не элементарные частицы, а построены из более мелких составляющих. Все адроны участвуют в сильном, слабом и гравитационном взаимодействии и могут быть электрически заряженными и нейтральными. Стабильными адронами являются нейтрон и протон. Остальные – короткоживущие и распадаются либо менее чем за одну миллионную секунды за счёт слабого взаимодействия, либо гораздо быстрее ($\sim 10^{-23}$ с) за счёт сильного взаимодействия.

Адроны классифицируют по трём признакам: масса, заряд и спин. Решающим шагом было создание в 1913 г. М. Гелл - Маном и Г. Цвейгом теории кварков. Основная её идея – очень проста. Все адроны построены из более мелких частиц, называемых кварками. В настоящее время уже введено пять типов (ароматов) кварков, чтобы учесть все известные адроны: u (up), d (down), s (strange), c (charm), b (bottom). Здесь кварки перечислены в порядке возрастания их массы: $m_u = 5\text{МэВ}$, $m_d = 7\text{МэВ}$, $m_s = 150\text{МэВ}$, $m_c = 1,3\text{ГэВ}$, $m_b = 5\text{ГэВ}$. Предполагают, что существуют и более тяжелые адроны, а, следовательно, и шестой кварк t (top) с массой более 20ГэВ.

Все кварки имеют спин 1/2, т.е. относятся к фермионам. Они несут дробный электрический заряд (1/3 или 2/3). Тогда их комбинации дают суммарный заряд, равный нулю или единице.

Внутри адронов кварки могут находиться в возбуждённом состоянии, сходном с возбуждёнными состояниями атомов, но со значительно большими энергиями. Избыток энергии, заключённый в возбужденном адроне, настолько увеличивает его массу, что физики первоначально принимали возбуждённые адроны за другие частицы.

Различные комбинации кварков обеспечивают существование разнообразных адронов. Кварки могут соединяться либо тройками, либо парами кварк – антикварк. Из трёх кварков состоят тяжёлые частицы – барионы. В частности, к ним принадлежат протон и нейтрон:

$$p = uud, \quad n = ddu.$$

Из состава нуклонов становится понятно, что нейтрон оказывается тяжелее протона, вследствие большей массы d -кварка по сравнению с u -кварком. Однако следует отметить, что масса нуклонов почти на два порядка превышает массу кварков, из которых они состоят. Рост массы связан с окружением кварков тяжелыми облаками из глюоннов (о глюоннах см. далее), но поскольку u -кварком тяжелее, то и его облако тоже массивнее. Если в состав адрона входят не только первые два кварка, то такие барионы называются гиперонами. Например, самый легкий Λ - гиперон имеет состав $\Lambda = uds$.

Более лёгкие частицы – мезоны образованы парой кварк - антикварк. Очевидно, что из первых трех кварков (u , d , s) и трех их антикварков можно построить девять различных состояний:

$$\begin{array}{ccc} u\bar{u} & u\bar{d} & u\bar{s} \\ d\bar{u} & d\bar{d} & d\bar{s} \\ s\bar{u} & s\bar{d} & s\bar{s} \end{array}$$

Этим состояниям соответствуют следующие частицы (частицы разбиты на группы в порядке возрастания масс), в некоторых случаях представляющие собой, как это и бывает обычно в квантовой механике, суперпозиции базовых состояний:

а) π – мезоны (масса около 140МэВ)

$$p^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\tilde{u} - d\tilde{d}), \quad p^+ = u\tilde{d}, \quad p^- = d\tilde{u}.$$

б) K – мезоны (масса около 500МэВ и для их состава уже нужны s -кварки)

$$K^0 = d\tilde{s}, \quad \tilde{K}^0 = s\tilde{d}, \quad K^+ = u\tilde{s}, \quad K^- = s\tilde{u}.$$

в) η – мезоны (как и π^0 – мезон истинно нейтральные частицы; массы около 550МэВ и 960МэВ, соответственно)

$$h^0 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\tilde{u} + d\tilde{d} - 2s\tilde{s}) \quad h' = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\tilde{u} + d\tilde{d} + s\tilde{s}).$$

Рассмотренные мезоны являются самыми легкими и имеют нулевые спины. Это обусловлено тем, что в них кварки имеют нулевые орбитальные моменты, а спины кварков и антикварков противоположно направлены и также в сумме дают ноль. Следовательно, и в целом спины этих девяти мезонов нулевые. Если же при том же составе мезона спины кварка и антикварка параллельны, то уже суммарный спин кварков будет равен единице (таким же станет и спин всего мезона) и частица потяжелее. В результате образуется более тяжелая девятка мезонов с ненулевым спином:

а) r^0, r^+, r^- (масса около 770МэВ);

б) $K^{*0}, \tilde{K}^{*0}, K^{*+}, K^{*-}$ (масса около 890МэВ);

в) w^0 (масса 780МэВ), j^0 (масса около 1020МэВ).

Комбинации кварков по три также дают все известные барионы. Так барионы со спином 3/2 образуют следующую группу десяти частиц.

$$\Delta^- = ddd, \quad \Delta^0 = udd, \quad \Delta^+ = uud, \quad \Delta^{++} = uuu,$$

$$\Sigma^- = dds, \quad \Sigma^0 = uds, \quad \Sigma^+ = uus,$$

$$\Xi^- = dss, \quad \Xi^0 = uss,$$

$$\Omega^- = sss.$$

Последняя из этой десятки частица – Ω^- -гиперон – была открыта уже значительно позже (в 1964г.) после создания кварковой теории, но ее масса оказалась именно такой, какой ее эта теория предсказывала.

Кварки скрепляются между собой сильным взаимодействием, но участвуют и в слабом. Слабое взаимодействие изменяет аромат кварков. Именно так происходит распад нейтрона. Один из s -кварков превращается в u -кварк, а избыток энергии уносит рождающийся электрон. Существование s -кварков необходимо для построения "странных" частиц так называют тяжелые адроны, открытые в конце 50^{ых} годов. Странность их поведения проявилась в не-

способности распадаться за счёт сильного взаимодействия, хотя и они, и продукты их распада были адронами. Теория кварков разрешила эту загадку. Сильное взаимодействие не может изменять аромат кварков, на это способно только слабое взаимодействие. А без изменения аромата, сопровождающегося превращением s -кварка в u - или d -кварк, распад невозможен.

То обстоятельство, что из различных комбинаций трёх основных частиц можно получить все известные адроны, является главным триумфом теории кварков. Однако число кварков приходится все время расширять. Сначала их было лишь три: u -кварк, d -кварк и s -кварк. Открытие в 1974г. ψ -мезона, состав которой не мог быть описан этими тремя кварками ($u = s\bar{c}$), вынудило физиков ввести четвертый (очарование). Открытие в 1977 г. эпсилон-мезона заставило физиков без колебаний ввести ещё один, пятый аромат (прелесть). Итак, уже сейчас кварков пять и, как отмечалось, ожидается открытие шестого.

Постепенное расширение списка известных ароматов происходило параллельно увеличению числа мезонов. И возник вопрос – есть ли этому конец? Кварки были введены, чтобы упростить описание всего многообразия адронов, но их список растёт слишком быстро.

Со времён Демокрита основополагающая идея атомизма состоит в том, что должны существовать действительно элементарные частицы, из которых состоит окружающее нас вещество. И коль скоро число кварков оказывается слишком большим, возникает искушение предполагать, что и они сами состоят из более мелких частиц. Однако большинство физиков продолжает считать кварки подлинно элементарными частицами – точечными, неделимыми и не обладающими внутренней структурой.

Интересно отметить, что все вещество во Вселенной состоит лишь из двух легчайших лептонов (электрона и электронного нейтрино) и двух легчайших кварков (u и d). Если бы все остальные лептоны кварки внезапно исчезли, мир, по-видимому, мало бы изменился.

9.4. Частицы – переносчики взаимодействия

Лептоны и кварки не исчерпывают мира известных частиц. Некоторые из них, например, фотон, не включаются в кварковую схему. Эти частицы не являются "кирпичиками мироздания", они образуют своего рода клей, не позволяющий распасться миру на части. Все они связаны с четырьмя фундаментальными взаимодействиями.

Рассмотрим такое явление, как приливы и отливы океана. Не очень понятно, откуда океан узнает, где находится Луна. Слова "гравитационное поле" проясняют дело, но сам механизм остаётся непонятным. Кажется, что между Луной и океаном должен происходить какой-то обмен сигналами, чтобы вода знала, куда двигаться.

Или рассмотрим более простое явление: два электрона сближаются, а затем под действием электростатического отталкивания разлетаются в разные стороны. При этом они не сталкиваются, а взаимодействуют на расстоянии. Это называется рассеянием электронов.

Опять встаёт вопрос: откуда частица знает, где находится другая и почему соответственным образом меняет своё движение. На квантовом уровне акт рассеяния электрона на электроне можно представить как испускание одним из них и поглощение другим порции энергии и импульса (фотона). Фотон определяет изменение в поведении электронов. Успешное описание взаимодействия с помощью частицы-переносчика сопровождалось расширением понятия фотон. Фотон оказался не только частицей видимого нам света (реальный фотон), но и призрачной частицей, которую "видят" только заряженные частицы (виртуальный фотон). Описание электромагнитного взаимодействия с использованием понятия виртуальных фотонов – его переносчиков – стало основой квантовой электродинамики, удовлетворяющей как основным принципам квантовой теории, так и теории относительности.

Затем для описания гравитации был введен гравитон, играющий такую же роль, как фотон. Именно гравитон переносит сигналы от Луны океанам, вызывая приливы. Гравитоны, снующие между Землей и Солнцем, удерживают нас на орбите. Подобно фотонам, гравитоны движутся со скоростью света, это частицы с нулевой массой покоя. Однако на этом их сходство кончается. В то время как фотон имеет спин 1, спин гравитона равен 2. Это важное различие определяет направление силы. При электромагнитном взаимодействии одноименно заряженные частицы отталкиваются, а при гравитационном – все частицы притягиваются друг к другу. Гравитоны также могут быть реальными и виртуальными, реальный гравитон – это квант гравитационной волны, но детектировать его непосредственно очень трудно, т.к. гравитационное взаимодействие очень слабое.

Основная идея обмена частицами - переносчиками распространяется и на остальные взаимодействия – слабое и сильное. Сильное взаимодействие, как мы уже знаем, обеспечивает связь между кварками. **Частицы-переносчики взаимодействия между кварками, связывающие их попарно или тройками, называют глюонами.**

В случае слабого взаимодействия, радиус которого очень мал, переносчиками могут быть только частицы с большой массой покоя. Энергию, заключенную в такой массе, приходится "брать в долг" в соответствии с принципом неопределённости Гейзенберга на некоторое время. Поскольку эта масса (энергия) столь велика, срок погашения такого долга должен быть очень коротким (10^{-26} с). Столь короткоживущие частицы не успевают отойти далеко, и радиус их действия очень мал. Оказалось, что существует два сорта таких частиц (1983г.). Это *Z*-частицы, которые во всём, кроме массы покоя, подобны фотону, и *W*-частицы, отличающиеся от *Z*-частиц наличием электрического заряда.

Классификация частиц на кварки, лептоны и переносчики взаимодействия завершает перечень известных субатомных частиц. Каждая из них играет свою роль во Вселенной. Не будь частиц-переносчиков, не существовало бы взаимодействий, и каждая частица не ведала

бы о существовании своих партнеров, не могли бы возникнуть вообще какие-либо сложные системы. Без кварков не было бы атомных ядер, а значит и солнечного света. Без лептонов не могли бы существовать атомы, не возникли бы химические структуры и, конечно, мы с вами.

9.5. Законы сохранения в физике элементарных частиц.

Законы сохранения (ЗС) играют важную роль в ФЭЧ по трём основным причинам:

- не существует последовательной теории для элементарных Частиц, но хорошо выполняются законы сохранения;
- в мире частиц имеется большое количество законов сохранения (анalogии в макроскопическом мире для многих из этих законов отсутствуют);
- в микромире законы сохранения действуют более эффективно (в отличие от макромира, где законы сохранения только запрещают что-то им противоречащее, в микромире всё, что не запрещено полной совокупностью законов сохранения, должно обязательно свершиться если этого не происходит, то надо искать новый закон сохранения, нарушение которого и сдерживает протекание ожидаемого превращения)

Каждый ЗС связан с какой-либо симметрией законов природы (например, ЗС импульса обусловлен однородностью пространства – независимостью законов, описывающих явление, от места его реализации), и это используется при их классификации. Все ЗС делятся на три группы (см. таблицу). **Первая группа** объединяет законы связанные с геометрией четырёхмерного пространства – времени: ЗСЭ – однородность времени; ЗСИ – однородность трёхмерного подпространства; ЗСМИ – изотропность трёхмерного подпространства; ЗСЦИ (закон сохранения центра инерции) – равноправность инерциальных систем отсчета; два ЗС, соответствующих отражению в пространстве и времени. **Вторая группа** ЗС – точные законы сохранения зарядов. Таких зарядов пять: электрический Q , барионный B и три лептонных L , L' , L'' . Физический смысл зарядовых симметрий пока не выяснен. Загадочным свойством остается и их целочисленность. **Третья группа** – разнородные ЗС, выполняющиеся не для всех видов взаимодействий. Все эти законы уже не точные, а приближенные. Чем сильнее взаимодействие, тем более оно симметрично и, соответственно, большее число ЗС для него выполняется. Наиболее точными из приближенных ЗС являются законы сохранения странности и шарма. Физическая природа этих ЗС также неизвестна.

Таблица. Законы сохранения в физике элементарных частиц					
Тип ЗС	N	Название сохраняющейся величины	Обозначение	Физическое происхождение	в каких взаимодействиях сохраняется
ЗС, связанные с геометрией четырехмерного пространства - времени	1	Энергия	E	Однородность времени	Во всех
	2	Импульс	\vec{P}	Однородность пространства	Во всех
	3	Момент импульса	\vec{M}	Изотропность пространства	Во всех
	4	Центр инерции	\vec{X}	Равноправие инерциальных систем отсчета	Во всех
	5	ЗС, связанный с отражением пространственных осей	CP	Право-левая симметрия пространства	Почти во всех
	6	ЗС, связанный с отражением времени	T	Симметрия относительно изменения знака времени	Почти во всех
ЗС зарядов	7	Электрический	Q	Неизвестно	Во всех
	8	Барионный	B	Неизвестно	Во всех
	9	Лептонный	L	Неизвестно	Во всех
	10	Второй лептонный	L'	Неизвестно	Во всех
	и	Третий лептонный	L''	Неизвестно	Во всех _
	12	Странность (гиперзаряд)	S	Неизвестно	В сильных и электромагнитных полях
	13		Y		
Приближенные интегралы движения	14	Полный изотопический спин	C	Изотопическая симметрия	В сильных и электромагнитных полях
	15		T		
		Зарядовое сопряжение	c	Неизвестно	

X. СПИСОК ТЕМ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. ИСТОРИЯ И ФИЛОСОФИЯ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

1. Эволюция научных идей в астрономии.
2. Год великих астрономических открытий Галилея (1610г.).
3. Развитие механики от Аристотеля до Ньютона.
4. Великая книга Исаака Ньютона (Математические начала натуральной философии).
5. Итальянский физик Амедео Авогадро.
6. Даниил Бернулли.
7. Научная деятельность Бенджамина Франклина.
8. Генри Кавендиш.
9. Шарль Кулон: военный инженер и ученый.
10. Джеймс Клерк Максвелл.
11. Три знаменитые работы А. Эйнштейна.
12. Физики России XX века (А.Ф. Иоффе, Л.И. Мандельштам, П.Л. Капица, Л.Д. Ландау, Я.И Френкель, Н.А. Черенков, И.Е. Тамм, С.И. Вавилов, Н.Г. Басов, А.М. Прохоров, и др.).
13. История открытия рентгеновских лучей и радиоактивности.
14. Развитие физической теории в первой трети XX века.
15. Польза и вред физических знаний.
16. Создание ракетно-ядерного щита в СССР и США.
17. История рождения компьютера.
18. Интуиция и логика в науке.
19. Проблема познаваемости мира в квантовой механике.
20. Физика и материализм.
21. Физика и религия.

2. ФИЗИКА

22. Физика вокруг нас.
23. Физика и научно-технический прогресс.
24. Фундаментальные направления развития современной физики.
25. Теория великого объединения.
26. Геометрия и физика.
27. Великие законы сохранения.
28. Роль математической физики в физике.

2.1. Классическая механика

29. Закон всемирного тяготения.
30. Классическая механика и космодинамика.
31. Законы Кеплера.
32. Гравитационный захват в задаче трёх массивных тел (Солнце, планета, комета)
33. Ракетные двигатели для космических путешествий.
34. Плазменные двигатели и перспективы их практического применения.
35. Космическая весна человечества (полет Ю.А. Гагарина в космос).
36. Космические станции – лаборатории для научных исследований.
37. Маневрирование в космосе

38. Полет человека на Луну – триумф классической механики.
39. Пилотируемый полет на Марс (планы и реальность).
40. Космические экспедиции и их практическая значимость.
41. Система защиты Земли от астероидной опасности.
42. Трение: вредное, полезное, любопытное.
43. Играя в бильярд, беру уроки физика (законы упругих столкновений).
44. Теория гироскопов и ее применение в системах атомного управления морскими судами и летательными аппаратами.
45. О чем не думает горнолыжник (механика горнолыжного спорта).
46. Устойчивость автомобиля.
47. Плавуемость и устойчивость судов.
48. Инверсоры (шарнирные механизмы, реализующие инверсию; параллелограмм Уатта, спрямляющий механизм Чебышева инверсоры Поселье и Гарта).
49. Автоколебания – полезные и вредные.
50. Резонанс в природе и технике.
51. Метод размерностей в механике сплошных сред.
52. О волнах на море и ряби на лужах.
53. Кавитация.
54. Конвекция и самоорганизующиеся структуры в жидкости,
55. Турбулентность.
56. Горение и детонация.
57. Ударные и детонационные волны.
58. Высокоскоростной удар и защита от него.
59. Потеря устойчивости тонкостенных конструкций – причина катастроф.
60. Физика музыкальной гармонии (теория колебаний струны; пифагорова и хроматическая гаммы)
61. Электроакустика.
62. Ультразвук.

2.2. Теория относительности

63. Принципы относительности Галилея и Эйнштейна.
64. Пространство и время в специальной теории относительности.
65. Пространство и время в общей теории относительности.
66. Экспериментальное подтверждение специальной и общей теорий относительности.
67. Парадоксы специальной теории относительности.
68. Парадоксы общей теории относительности.
69. Общая теория относительности и ее применение в астрофизике.
70. Столкновения частиц в релятивистской механике.
71. Эффект Доплера в специальной теории относительности.

2.3. Молекулярная физика

72. Энергия – царица мира, а энтропия её тень.
73. Закон сохранения энергии для тепловых процессов (первое начало термодинамики).
74. Второе начало термодинамики и теория тепловых машин.
75. Необратимые процессы и статистическое истолкование энтропии.

76. Классическая статистика Больцмана.
77. Флуктуации физических величин.
78. Диаграмма состояния
79. Термодинамика фазовых переходов.
80. Парадокс Гиббса.
81. Д. Фаренгейт и его термометры.
82. Законы термодинамики и проблема теплообеспечения квартир.
83. Термодинамика и холодильные установки.
84. Молекулярная физика в бане.

2.4. Электромагнетизм

85. Опыты Мелликена по определению заряда электрона.
86. Работы Фарадея по экспериментальному изучению законов электромагнетизма.
87. Электромагнитная индукция.
88. Уравнения Максвелла и электромагнитные волны.
89. Электромагнитная масса электрона.
90. Передача информации радиоволнами.
91. Радиоастрономия.
92. Электричество в атмосфере.
93. Физическая природа шаровой молнии.
94. Электродвигатели

2.5. Оптика

95. Спектр электромагнитных волн, их получение и использование.
96. Законы геометрической оптики.
97. Псевдолинза Роберта Вуда.
98. Корпускулярно-волновой дуализм.
99. Интерференция, и её практическое применение (интерферометры, просветление оптики, интерференционная спектроскопия).
100. Принцип Гюйгенса - Френеля. Метод зон Френеля.
101. Парадокс Вавилова.
102. Дифракционной решётке 200 лет.
103. Радуга.
104. Что возможно и что невозможно в оптике?
105. Разрешающая способность оптических приборов.
106. Оптика глаза человека и насекомых.
107. Теория цвета и ее использование в искусстве и дизайне.
108. Ультрафиолетовая катастрофа в физике теплового излучения.
109. Законы теплового излучения и их использование при освещении городов.
110. Фотоэффект и его применение на практике.
111. Эффект Комптона и закон сохранения энергии.
112. Световое давление. Опыты Лебедева.
113. Молекулярное и комбинационное рассеяние света.
114. Почему небо голубое?

115. Люминесцентное излучение.

116. Излучение Вавилова - Черенкова.

117. Инфракрасные лучи и их использование в тепlopеленгации. приборах ночного видения и фотографии.

2.6. Квантовая механика

118. Соотношение неопределённости Гейзенберга.

119. Принцип суперпозиции в электродинамике и квантовой механике?

120. Принцип минимального действия (в механике, оптике и квантовой механике).

121. Туннельный эффект.

122. Свойства физического вакуума.

123. Столкновения тождественных частиц в квантовой механике.

124. Бозе–газ и Ферми–газ (квантовая статистика)

125. Вырожденный электронный газ.

126. Электрические и магнитные свойства веществ при низких температурах.

127. Высокотемпературная сверхпроводимость и перспективы её применения.

128. Что такое СКВИД? (сверхпроводящие квантовые интерференционные приборы: Superconducting Quantum Interferens Devices).

129. Жидкий гелий и сверхтекучесть.

130. Электрон – хозяин твердого тела (зонная теория кристаллов).

131. Дефекты в кристалле и их влияние на свойства твердого тела.

132. Физика поверхности.

133. Атомы блуждают по кристаллу (диффузия в твёрдых телах).

134. Квантовый эффект Холла.

135. Солитоны в океане и твердом теле

136. Эффект Ганна.

137. Выпрямители, усилители и генераторы (транзисторы).

138. Жидкие кристаллы.

139. Аномальные свойства обычной воды.

2.7. Атомная и ядерная физика

140. Законы сохранения при ядерных превращениях.

141. Принцип Паули и периодический закон Менделеева.

142. Эффект Мёссбауэра и его применение в точных физических измерениях.

143. Проблемы ядерной и термоядерной энергетики.

144. Лазерный термоядерный синтез.

145. Эксплуатация ядра (практическое использование достижений ядерной физики).

2.8. Физика элементарных частиц

146. Космические лучи и странные частицы.

147. Нейтрино – частица-призрак.

148. Ускорители частиц.

149. Конденсация света в вещество.

3. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ

150. Наша планета – Земля.

151. Атмосфера Земли.

152. Процессы в геосфере.
 153. Периодические изменения климата на Земле.
 154. Физика моря.
 155. Течения в океане.
 156. Приливы, отливы и закон всемирного тяготения.
 157. Акустика в океане.
 158. Восстановительные процессы на Земле (землетрясения, цунами, тайфуны, вулканическая деятельность).
 159. Физика Солнца.
 160. Далёкий и загадочный Плутон.
 161. Юпитер – планета из кристаллического водорода.
 162. Сатурн и его спутники.
 163. Кометы.
 164. Тунгусский метеорит.
 165. Прошлое в будущее Вселенной.
 166. Масштабы Вселенной и ее строение.
 167. Строение и эволюция звезд.
 168. Сверхновые звезды, пульсары и черные дыры.
 169. Белые карлики – кристаллические звезды.
 170. Судьба нейтронных звезд.
 171. Размагничивание кораблей
 172. Что случилось с лампочкой? (Почему разрушаются нити в лампах накаливания).
 173. Физика люминесцентных ламп.
 174. МГД - генераторы.
 175. Полупроводниковые термоэлементы и холодильники.
 176. Как делают алмазы?
 177. Шестидесятиатомный углерод.
 178. Лазеры в их практическое применение.
 179. Рентгеновский лазер.
 180. Нелинейная оптика.
 181. Что может голография?
 182. Взаимодействие мощного лазерного излучения с веществом.
 183. Лазерная диагностика плазмы.
 184. Физические процессы при ядерном взрыве в атмосфере.
 185. Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом.
 186. Программа стратегической оборонной инициативы (СОИ) (физические проблемы и политические перспективы).
 187. Объяснение аномальных явлений на основе законов физики.
 188. ЭВМ управляет физическим экспериментом.
 189. Информатика и мировой океан.
- 4. НАУКИ О ЖИВОЙ ПРИРОДЕ И ЧЕЛОВЕКЕ**
190. Взаимосвязь физических, химических и биологических знаний.
 191. Физика организма человека.

192. Химия организма человека.
193. Происхождение жизни на Земле.
194. Теория эволюции и современное естествознание.
195. Эволюция биосферы.
196. Космические воздействия и эволюция биосферы.
197. От молекулы – к первой клетке.
198. От сине-зеленых водорослей до человека.
199. Фотосинтез.
200. Самая главная молекула (молекула ДНК).
201. Молекулярные основы обмена веществ.
202. Молекулярные механизмы генетической репродукции и биосинтеза белка.
203. Воздействие гелео- и геофизических факторов на организм человека.
204. Воздействие излучений и потоков частиц на биообъекты.
205. Симметрия живой природы и алгоритмы самоорганизации.
206. С какой скоростью растет зеленый лист?
207. Резервы прочности конструкции человеческого тела.
208. Физико-химические аспекты обоняния.
209. Глаз – совершенный оптический прибор.
210. Физика слуха.
211. Гидромеханика кровообращения.
212. Возникновение разума – не неизбежный результат эволюции живых систем.
213. Роль подсознания в мышлении.
214. Работа мозга – война его полушарий.
215. Что такое экосистемы и как они функционируют?
216. Биосфера и экология.
217. Глобальные экологические проблемы и пути их решения.
218. Основные принципы и направления охраны окружающей среды.

*****#####*****