Оглавление

От автора: 2

Введение 3

Практическое занятие 1. Состав и структура ЕГЭ. Информация и ее свойства. 5

Практическое занятие 2. Информация и ее кодирование. Системы счисления. 16

Практическое занятие 3. Системы счисления. Базовые формулы ИКТ. 27

Практическое занятие 4. Двоичная арифметика. Кодирование отрицательных двоичных чисел. Повторение пройденного материала. 36

Практическое занятие 5. Логика и алгоритмы. 49

Практическое занятие 6. Логика и логические задачи. 62

Практическое занятие 7. Таблицы истинности. Нормальные формы логических выражений. Упрощение логических выражений. Решение логических задач с помощью таблиц истинности. 77

Практическое занятие 8. Логика и алгоритмы. Повторение. 91

Практическое занятие 9. Логические основы устройств ПК. 105

Практическое занятие 10. Тема: Логические основы устройств ПК (продолжение). 115

Практическое занятие 11. Измерение информации. Вероятностный подход. 128

Практическое занятие 12. Двоичные числа с плавающей точкой. 146

Практическое занятие 13. Контроль знаний первого семестра. 160

Заключение 167

Приложение 1 168

Приложение 2 171

Приложение 3 186

От автора: Представленное автором методическое пособие отражает их десятилетний опыт проведения подготовительных курсов по подготовке к сдаче Единого Государственного Экзамена (ЕГЭ) по информатике в основном для школьников старших классов. Программа курсов основана на рекомендациях Федерального Института Педагогических Измерений (ФИПИ), которые ими были представлены в соответствующих документах, регламентирующих структуру и содержание контрольных измерительных материалов ЕГЭ. Пособие состоит из двух частей, первая его часть представляет собой подробный конспект из 13 занятий, проводимых авторами в первом (осеннем) семестре учебного года. Каждое занятие включает лекционный материал (в виде презентаций), разбор задач с алгоритмами решений, домашние задания и проведение контрольных работ, как правило, в виде электронных тестов. При этом слушатели должны конспектировать материалы по занятиям на бумажных носителях, решать задачи без использования электронных средств, чтобы максимально подготовить себя к успешной сдаче экзамена. Накопленный автором опыт показывает, что закончившие данные курсы школьники довольно успешно преодолевают порог баллов, необходимый для поступления в высшие учебные заведения по направлениям, связанными с информационными технологиями.

Введение

Первая часть занятий, проводимых в осеннем семестре, включает материалы по основным разделам школьной информатики, например, по кодированию информации, системам счисления, логике и алгоритмам, архитектуре компьютеров, обработке числовой информации. Структура каждого занятия имеет следующий состав: домашнее задание, подробный разбор задач по предыдущему домашнему заданию, теоретический материал по заявленной теме занятия. Кроме того, непосредственно на занятии слушателям предлагается выполнить небольшие по объему, как правило, электронные тесты, состоящие обычно из 10 практических примеров. В течение семестра обязательно проводится разбор заданий демонстрационного варианта контрольных измерительных материалов (КИМ) Единого Государственного Экзамена 2018 года по информатике и ИКТ, который считается базовым набором заданий ЕГЭ на данный год. Согласно рекомендациям ФИПИ, задания, включенные в демонстрационный вариант не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2018 году. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на Едином Государственном Экзамене 2018 года, приводится в кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения ЕГЭ 2018 года по информатике и ИКТ. Перечень элементов содержания, проверяемых на Едином Государственном Экзамене по информатике и ИКТ, составлен на основе раздела «Обязательный минимум содержания основных образовательных программ» Федерального компонента государственных стандартов

среднего (полного) общего образования по информатике и ИКТ (базовый и профильный уровни).

Основными разделами содержания, согласно кодификатору, являются: информация и информационные процессы, информационная деятельность человека, средства ИКТ. При этом ЕГЭ должен проверять умения или способы действий выпускников в форматах «знать/понимать/уметь» и «использование приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни». Данные требования подразумевают, например, моделирование объектов, систем и процессов; построение данных моделей в виде таблиц истинности для логических высказываний; осуществление поиска и отбора информации; создание и использование структур хранения данных.

Автор надеется, что представленное им пособие позволит выпускнику выработать собственную стратегию и навыки самостоятельной подготовки к ЕГЭ по информатике.

Практическое занятие 1. Состав и структура ЕГЭ. Информация и ее свойства.

Организационная часть.

О себе. Распорядок проведения занятий:

Четверг (аудитория 202-204) с 17.30 до 20.30. Перерыв с 19.00 10-15 минут. Дисциплина на перерыве.

Домашние задания обязательны. Очень желательно ведение краткого конспекта с решением задач.

Вопросы к слушателям:

1. Изучали ли вы информатику в школе, и в каких классах?
2. Сколько уроков информатики у вас было в неделю?
3. Занимались ли с вами в школе подготовкой к ЕГЭ?
4. Пытались ли вы самостоятельно пройти подготовку к ЕГЭ?
5. Какую литературу по информатике вы изучали?

Тема: Состав и структура ЕГЭ.

Примерная литература для подготовки:

1. **Учебные пособия** авторов Ушакова, Крылова, Полякова. Издательства – ФИПИ (Федеральный институт педагогических измерений).
2. **Учебники по информатике** авторов Ершова, Угриновича, Богомолова, Семакина, Басовой и других**.**

Вопросы к слушателям:

1. **Что такое информатика?** Примерный ответ (информация + автоматика) – обработка информации в автоматическом режиме (без участия человека).

2. **Что такое ИКТ?** Примерный ответ: Информационно-коммуникационные технологии – способы обмена информацией по разнообразным средствам связи.

   Базовые знания по информатике и ИКТ: прикладная математика + физика

Материалы презентации «Состав и структура ЕГЭ».

Краткая инструкция

1. Экзаменационная работа состоит из двух частей (27 заданий)
2. Часть 1 содержит 23 задания с кратким ответом.
3. Часть 2 содержит 4 задания с развернутым ответом.
4. На выполнение экзаменационной работы по информатике и ИКТ отводится 3 часа 55 минут (235 минут).
5. Ответы к заданиям 1–23 записываются в виде числа, последовательности букв или цифр. Ответ записывается в поле ответа в тексте работы, а затем переносится в бланк ответов №

Пояснения к заданиям ЕГЭ

1. Не включены задания, требующие простого воспроизведения знания терминов, понятий, величин, правил из-за их простоты.
2. При выполнении любого задания требуется решить тематическую задачу: либо прямо использовать известное правило, алгоритм, умение, либо выбрать из общего количества изученных понятий и алгоритмов наиболее подходящее и применить его в известной или новой ситуации.

Разделы ЕГЭ (записать в конспект)

1. **Информация и ее кодирование**
2. **Моделирование и компьютерный эксперимент**
3. **Системы счисления**
4. **Логика и алгоритмы**

5. **Элементы теории алгоритмов**
6. **Программирование**
7. **Архитектура компьютеров и компьютерных сетей**
8. **Обработка числовой информации**
9. **Технологии поиска и хранения информации**

Структура заданий ЕГЭ

Структура задач ЕГЭ представлена на рисунке 1.

Рисунок 1 – Структура заданий ЕГЭ

Часть 1 ЕГЭ, как правило, содержит:

– задания на вычисление определенной величины;

– задания на установление правильной последовательности, представленной в виде строки символов по определенному алгоритму.

Ответ на задания части 1 дается соответствующей записью в виде натурального числа или последовательности символов (букв или цифр), записанных без пробелов и других разделителей.

Задания части 2 направлены на проверку формирования важнейших умений записи и анализа алгоритмов. Эти умения проверяются на повышенном и высоком уровнях сложности. Также на высоком уровне сложности проверяются умения по теме «Технология программирования».

Вопросы к слушателям:

1. Что такое алгоритм?
2. Изучали ли вы в школе логарифмирование и основы теории массивов?

Примерный состав части 1 ЕГЭ содержит следующие типы задач:

1. Нахождение минимума и максимума двух, трех, четырех данных чисел без использования массивов и циклов.
2. Нахождение всех корней заданного квадратного уравнения.
3. Запись натурального числа в позиционной системе с основанием меньшим или равным 10. Обработка и преобразование такой записи числа.
4. Нахождение сумм, произведений элементов данной конечной числовой последовательности (или массива).
5. Использование цикла для решения простых переборных задач (поиск наименьшего простого делителя данного натурального числа, проверка числа на простоту и т.д.).
6. Заполнение элементов одномерного и двумерного массивов по заданным правилам.

7. Операции с элементами массива. Линейный поиск элемента. Вставка и удаление элементов в массиве. Перестановка элементов данного массива в обратном порядке. Суммирование элементов массива. Проверка соответствия элементов массива некоторому условию.

8. Нахождение второго по величине (второго максимального или второго минимального) значения в данном массиве за однократный просмотр массива.

9. Нахождение минимального (максимального) значения в данном массиве и количества элементов, равных ему, за однократный просмотр массива.

10. Операции с элементами массива, отобранных по некоторому условию (например, нахождение минимального четного элемента в массиве, нахождение количества и суммы всех четных элементов в массиве).

11. Сортировка массива.

12. Слияние двух упорядоченных массивов в один без использования сортировки.

13. Обработка отдельных символов данной строки. Подсчет частоты появления символа в строке.

14. Работа с подстроками данной строки с разбиением на слова по пробельным символам. Поиск подстроки внутри данной строки, замена найденной подстроки на другую строку.

Примерный состав заданий части 2 ЕГЭ

1 – проверка правильности приведенной программы.

2 – описание алгоритма или программы для элементов массива.

3 – определение выигравшего игрока при безошибочной стратегии игры.

4 – написание эффективной программы по заданному алгоритму.

Слушателям предлагаются на просмотр несколько типовых задач по разным разделам ЕГЭ.

До перерыва слушатели заполняют анкету (см. приложение 1 пособия). Предлагается дать в случае незнания написать «затрудняюсь с ответом».

После перерыва разбираем ответы на вопросы анкеты и решения представленных типовых задач.

Примеры типовых задач.

Задача 1. В марафоне участвуют 96 спортсменов. Специальное устройство записывает их номера с использованием минимально возможного числа бит, одинакового для каждого спортсмена. Определить информационный объем сообщения записанных номеров после прохождения 60 бегунов.

Пояснения и решение. Используется формула Хартли, которая позволяет определить количество разрядов (в битах) для двоичного кодирования номеров спортсменов: $2^i \geq N$, где i – количество разрядов двоичного кода, N – количество номеров.

При N =96, i =7, так как 2^i =128.

Таким образом, для одного спортсмена используется 7 битов информации, а для 60 – 7*60 =420 бит = 52,5 байт информации.

Задача 2. Саша забыл пароль для входа в операционную систему и вспомнил только алгоритм его получения из соответствующих символов: A153B42FB4. По алгоритму, если 4 заменить на 52, а затем из полученного сообщения удалить все трехзначные числа, то получает исходный пароль, который является сообщением…

Пояснения и решение. Задача на простое кодирование информации: в исходном пароле : A153B**4**2FB**4** заменяем 4 на 52, получаем

промежуточный пароль - A153B522FB52, в нем удаляем трехзначные числа и в результате получаем окончательный пароль **ABFB52**.

Задача 3. Для передачи по каналу связи сообщения, состоящего только из символов А, Б, В, Г решили использовать неравномерный по длине код, закодировав А=0, Б=10, В=110. Как нужно закодировать букву Г, чтобы длина кода была минимальной, и допускалось однозначное разбиение закодированного сообщения на буквы?

Пояснения и решение. Для кодирования символов неравномерным кодом основным требованием является условие префикса: ни одна комбинация одного кода не должна совпадать с началом («префиксом») другого кодового слова. Коды символов А=0, Б=10, В=110 являются префиксными, для символа Г таким минимальным префиксным кодом очевидно будет код **111**.

Задача 4. Для кодирования цвета фона страницы Интернет используется атрибут bgcolor=”XXXXXX”, где в кавычках задаются шестнадцатеричные значения интенсивности цветовых компонент в 24-битной RGB – модели. Какой цвет будет у страницы, заданной тэгом <body bgcolor=”#XXXXFF”>?

Пояснения и решение. RGB – модель имеет своими базовыми цветами три основных цвета: R(red) - красный, G(green) - зеленый, B(blue) - синий, таким образом, страница, имеющая 8 единиц интенсивности в последних битах, будет отображаться **синим цветом**.

Задача 5. Для хранения цветного растрового изображения размером 40 на 40 пикселей отвели 1,2 Кбайта памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре данного изображения?

Пояснения и решение. Интенсивность i цветовой палитры определяется по формуле: i =Q/S , где Q – объем памяти для хранения

изображения (в битах), S - площадь изображения (длина * ширина в пикселях).

Значит, i =1,2 * 1024*8/(40*40)= 6 бит

Цветовая палитра изображения определяется формулой Хартли $2^i \geq N$, таким образом, 2^6 = **64 цвета**.

Домашнее задание к занятию 2.

Слушателям предлагается привести общий алгоритм решения по каждой задаче

Задача 1. Автомат получает на вход трёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются первая и вторая, а также вторая и третья цифры исходного числа.

2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 348. Суммы: 3 + 4 = 7; 4 + 8 = 12. Результат: 127.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого автомат выдаст число 1711.

Данная задача относится к задачам «Исполнители». Слушателям объясняется понятие «Исполнители» на примере кибернетического ящика (структуры «белого», «серого» и «черного» ящиков). Приводятся примеры задач по информатике для черных ящиков (сумматор и умножитель).

Общий алгоритм задач «Исполнители». Относится к обратной задаче. Решается методом от противного.

Шаг 1. За исходные данные берется требуемый результат.

Шаг 2…(N-1). Производятся противоположные действия (например, сложение заменяется вычитанием, умножение - делением) или прямые действия в обратной последовательности.

Шаг N. Полученный результат обязательно проверяется на правильность решения.

Решение.

Шаг 1. Обозначим x – старший разряд числа (x≠0); y – средний разряд числа; z – младший разряд числа. Очевидно, что результат 1711 получился из двух чисел 17 и 11.

Шаг 2. Находим наименьшее трехзначное число. Для нахождения наименьшего числа начинаем с наименьшей суммы (11), чтобы получить наименьшую первую цифру. Если сумму цифр 11 представляем в виде суммы старшего x и среднего разряда y, причем цифра x должна быть наименьшей, то x =**2**, соответственно y =11-2= **9**.

Шаг 3. Число 17 получается как сумма y и z. Отсюда: z = 17 - 9 = **8**.

Шаг 4. представляем исходное число как набор цифр xyz: **298**.

Ответ: 298

Задача 2. Значение арифметического выражения: $\mathbf{9^{18} + 3^{54} - 9}$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Данная задача относится к задачам по системам счисления.

Общий алгоритм решения задач по системам счисления:

Шаг 1. Исходные показательные уравнения приводятся к одной системе счисления.

Шаг 2. Члены уравнения записываются в свернутой форме.

Шаг 3. Находится результат данного уравнения.

Шаг 4. Полученный результат анализируется по предлагаемому заданию.

Пояснение. По возможности, систему счисления желательно заменить на десятичную для простоты решения.

Шаг 1. Представим все три числа в виде чисел с основанием 3:

$x = 9^{18} = 3^{36} = 1*3^{36} + 0*3^{35} + \ldots + 0*3^0 = 10\ldots\ldots0_3$

36 нулей

$y = 3^{54} = 1*3^{54} + 0*3^{53} + \ldots + 0*3^0 = 10\ldots\ldots0_3$

54 нуля

$z = 9 = 3^2 = 100_3$

Шаги 2 и 3. Решим уравнение (x+y-z) в столбик:

10..00….00000

\+ 10 ….000

10..01…..000: старший разряд 1, 17 нулей, 19-й разряд 1, последние разряды 36 нулей

\- 100

10..0022…200: старший разряд 1, 18 нулей, 20-й и последующие разряды (36-2=34) 34 двойки, последние два разряда нули.

Ответ: 34 цифры 2

Задача 3. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код,

удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0; для буквы Б – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин всех шести кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является

началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Общий алгоритм относится к алгоритму решения задач «Кодирование информации», а именно, прямого кодирования переменных кодов.

Шаг 1. Кодируется два символа переменным кодом по условию Фано.

Шаг 2. Кодируется четыре символа переменным кодом по условию Фано.

……

…..

Шаг N. Кодируется n символов переменным кодом по условию Фано.

Шаг N+1. Проверяется префиксность кодов и вычисляется требуемый результат.

Решение.

Шаг 1. Известно, что А — 0 (1 символ) и Б — 10 (2 символа). Если добавить еще один символ, то можно закодировать В — 110 (3 символа) и Г — 111 (3 символа).

Шаг 2. Д и Е тремя символами закодировать однозначно невозможно. Поэтому добавляем еще один символ и кодируем В — 1100 (4 символа) и Г — 1101 (4 символа). Тогда Д — 1110 (4 символа) и Е — 1111 (4 символа).

Шаг 3. Находим сумму длин кодов 1+2+4+4+4+4=19

Ответ: 19

Практическое занятие 2. Информация и ее кодирование. Системы счисления.

Введение. Проводятся разборы алгоритмов и решений слушателями домашнего задания занятия № 1.

Домашние задания к занятию 3.

Задача 1. Сколько существует натуральных чисел x, для которых выполнено неравенство

$$11011100_2 < x < DF_{16}?$$

В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Правило «Определение диапазона чисел в интервале»:

Если A<X<B, то диапазон возможных чисел X = (B-A)-1

Если A≤X<B или A<X≤B, то диапазон возможных чисел X = (B-A)

Если A≤X≤B, то диапазон возможных чисел X = (B-A)+1

Алгоритм и решение.

Шаг 1. Переводим числа в десятичную систему счисления.

Число A = $11011100_2 = 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 4 = 128+64+16+8+4 = 220$

Число B= $DF_{16} = 11011111 = 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 7 = 223$

Шаг 2. Вычисляем диапазон чисел по формуле:

X=(B-A)-1=223-220=2

Ответ: 2

Задача 2. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых встречаются только буквы А,Б, В, Г, причём буква А появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая

допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Алгоритм относится к алгоритмам решения задач по комбинаторике.

Решение.

Шаг 1. Подсчитываем количество вариантов по всем символам:

5 вариантов с А: А…., .А…, ..А.., …А., ….А.

Буквы Б, В, Г занимают 4 свободных места. Число возможных 4-буквенных слов, в которых есть только 3 буквы Б, В, Г, равно 3^4=81 (формула Хартли).

Шаг 2. Число возможных вариантов определяется формулой: 81(А….)+81(.А…)+ +81(..А..)+81(…А.)+81(….А)=81*5 = **405**

Ответ: 405

Задача 3. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 9 символов. Из соображений информационной безопасности каждый пароль должен содержать хотя бы 1 десятичную цифру, как прописные, так и строчные латинские буквы, а также не менее 1 символа из 6-символьного набора: «&», «#», «$», «*», «!», «@». В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе

запишите только целое число – количество байт. *Примечание. В латинском алфавите 26 букв.*

Пояснения. Название символов на английском языке.

- **~ (tilde) - тильда**
- **! (exclamation mark) – восклицательный знак**
- **@ (at) – собачка**
- **# (number или hash) – решетка, диез**
- **$ (dollar) – доллар**
- **% (percent) – процент**
- **^ (caret) – знак вставки**
- **& (ampersand) – и**
- *** (asterisk) – звездочка**

Алгоритм относится к алгоритмам решения задач по кодированию информации.

Решение.

Шаг 1. Подсчитаем количество символов в предлагаемом алфавите:

Буквы (заглавные и прописные) 26*2 =52. Цифры – 10, знаки – 6. Всего: 52+10+6=68

Шаг 2. Находим информационную мощность i алфавита по формуле Хартли: $2^i > 68$. Отсюда $2^7=128$, i =7 бит

Шаг 3. Информационный объем одного пароля (состоит из 9 символов) равен: 9 x 7 = 63 бит или 63 : 8 = 8 байт

Шаг 4. Подсчитываем, какое количество байт необходимо для одного пользователя: 500: 20 = 25 байт

Шаг 5. Дополнительные сведения тогда занимают всего: 25-8 = **17 байтов**

Ответ: 17 байтов

Задача 4. В марафоне бегунов специальное устройство записывает номера спортсменов с использованием минимально возможного числа бит, одинакового для каждого спортсмена. В базе данных записи номеров содержится 1 байт информации. Определить информационный объем сообщения записанных номеров после прохождения 60 бегунов.

Алгоритм решения задач кодирования информации.

Решение.

Шаг 1. Информационная мощность алфавита i определяется формулой Хартли: $2^i \geq N$, где i – количество разрядов двоичного кода, N – количество номеров. Значит, так как по условию задачи i = 1байт =8 бит, то в базе данных записано N = 256 спортсменов.

Шаг 2. Информационный объем сообщения соответственно равен:

60*1 **= 60 байт**

Ответ: 60 байт

Задача 5. В саду растет 40 кустов красных и 30 кустов желтых роз, всего 49 кустов. Найти основание системы счисления, по которой сосчитаны кусты.

Алгоритм решения задач на системы счисления.

Решение.

Шаг 1. Обозначим основание системы счисления X.

Шаг 2. Составляем и решаем уравнение:

$4*X^1 + 0*X^0 + 3*X^1 + 0*X^0 = 49$

Отсюда: 7*X=49; **X=7**

Ответ: семеричная система счисления

Задача 6. Для передачи по каналу связи сообщения, состоящего только из символов А, Б, В, Г решили использовать неравномерный по длине код, закодировав А=0, Б=10, В=110. Как нужно закодировать

букву Г, чтобы длина кода была минимальной, и допускалось однозначное разбиение закодированного сообщения на буквы?

Алгоритм на кодирование информации неравномерным кодом.

Решение.

Шаг 1. Дан 4-символьный префиксный код: А=0, Б=10, В=110. Очевидно, что для кодирования символа Г используется минимальная кодовая комбинация **111.**

Лекция. Позиционные системы счисления. Двоичная система счисления (материалы презентации).

Основные вопросы.

1. Словарь терминов (глоссарий).
2. Базовая формула позиционной системы счисления.
3. Двоичная система счисления.
4. Восьмеричная и шестнадцатеричная система счисления.
5. Практические задания:
    1) Нахождение основания позиционной системы счисления.
    2) Перевод чисел из одной системы счисления в другую.

Введение.

Система счисления – знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам (алгоритмам) с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Виды систем счисления:

- **Непозиционные.**
- **Позиционные.**

В позиционных системах счисления имеется определенный алфавит цифр и основание.

Необходимые знания: понимание математических решений, происходящих при вводе, хранении и выводе информации в ЭВМ.

Словарь терминов (глоссарий)

Основание – это количество цифр (знаков в алфавите) позиционной системы счисления, которое определяет, во сколько раз различаются значения одинаковых цифр, стоящих в соседних позициях числа.

Позиция (разряд) – определенное место расположения цифры в числе позиционной системы счисления.

Вес разряда – значение коэффициентов в числовом ряду степеней основания числа в позиционной системе счисления.

Базовая формула позиционной системы счисления

Развернутая формула

$A_k = \sum_{i=0}^{n-1} a_i * k^i$ (целая часть) $+ \sum_{i=1}^{m} a_i * k^{-i}$ (дробная часть)=

= a_{n-1} * k^{n-1} +…+ a_0 * k^0 (целая часть) +a_1 * k^{-1}+…+ a_m * k^{-m} (дробная часть)

Свернутая формула A_k=a_{n-1} a_{n-2}… a_0 . a_{-1}…a_m

Пример. Развернутая формула

$A_{10} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i * 10^i$ (целая часть) $+ \sum_{i=1}^{m} a_i *$ 10^{-i}(дробная часть) =

= $4*10^3 + 0*10^2 + 5*10^1 + 7*10^0 + 1*10^{-1} + 0*10^{-2} + 3*10^{-3}$

Свернутая формула A_{10} = 4057.103

Задача. В саду 40 кустов красной смородины и 121 куст черной смородины. Всего 211 кустов. Найти основание системы счисления, в которой записаны числа.

Решение.

X – основание системы счисления.

Красная смородина: 4*X + 0*1 кустов

Черная смородина: $1*X^2 + 2*X + 1*1$ кустов.

Всего кустов: $2*X^2+1*X+1*1$

Составляем уравнение: $4*X + 0*1 + 1*X^2 + 2*X + 1*1 = 2*X^2 +1*X +1*1$

$X^2 – 5X =0 \rightarrow X(X-5)=0$, X=0 и X=5

Выбираем второй корень: X=5

Ответ: пятеричная система счисления

Двоичная система счисления

Имеет основание 2 и алфавит из двух цифр 0,1. Обозначается буквой B (Binary).

Десятичная система счисления имеет обозначение D (decimal).

Для удобства написания программ дополнительно были введены восьмеричная (по байтам) система с обозначением C или Q (octal) и шестнадцатеричная (адресная из двух байт) система счисления с обозначением H (hexadecimal).

ВНИМАНИЕ: компьютер понимает только двоичный код!

Приводятся в таблице 1 примеры целых чисел в системах счисления, обозначенных как:

D – десятичная система счисления,

B – двоичная система счисления,

C – восьмеричная система счисления,

H – шестнадцатеричная система счисления.

Правило перевода целых чисел из десятичной системы счисления по таблице 1:

1. **Находим ближайшее десятичное число и определяем его вес, как 1.**
2. **Определяем по найденному весу количество разрядов числа.**

3. **Вычитаем из искомого десятичного числа найденное ближайшее число.**
4. **В полученном остатке находим ближайшее число, согласно позиции 1.**
5. **По алгоритму записываем найденные единичные разряды. Остальные разряды считаем нулевыми.**

Пример: число 1235D

Ближайшее число 1024= 1+10 нулей.

1235D =1××××××××××B

Остаток: 1235-1024 = 211, ближайшее число 128 =1 +7 нулей.

1235D =1××1×××××××B

Далее 211-128= 83, ближайшее число 64 = 1 + 6 нулей.

1235D =1××11××××××B

Далее 83-64= 19, ближайшее число 16 = 1 + 4 нуля.

1235D =1××11×1××××B

Остаток 19-16 =3 – это 011 B

Значит: **1235D =1××11×1××11B=10011010011 B**

Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную систему по таблице:

1. **Находим десятичные числа с единичными весами.**
2. **Складываем их последовательно. Сумма всех чисел – это искомое десятичное число.**

Пример: число 10011010011 B

Единичные веса: Число 1024= 1+10 нулей.

Число 128 =1 +7 нулей. Число 64 = 1 + 6 нулей.

Число 16= 1 + 4 нуля. Остаток 011 B = 3

Значит: **1024 + 128 + 16 + 3 = 1235 D**

Таблица 1 - Примеры целых чисел в различных системах счисления

D	**Показательная форма**	**B**	**C**	**H**
1	2	3	4	5
0	**-**	**00**	**0**	**0**
1	**2^0**	**01**	**1**	**1**
1	2	3	4	5
2	**2^1**	**10**	**2**	**2**
3	**-**	**11**	**3**	**3**
4	**2^2**	**100**	**4**	**4**
5	**-**	**101**	**5**	**5**
6	**-**	**110**	**6**	**6**
7	**-**	**111**	**7**	**7**
8	**2^3**	**1000**	**10**	**8**
9	**-**	**1001**	**11**	**9**
10	**-**	**1010**	**12**	**A**
11	**-**	**1011**	**13**	**B**
12	**-**	**1100**	**14**	**C**
13	**-**	**1101**	**15**	**D**
14	**-**	**1110**	**16**	**E**
15	**-**	**1111**	**17**	**F**
16	**2^4**	**10000**	**20**	**10**
32	**2^5**	**100000**	**40**	**20**
64	**2^6**	**1000000**	**100**	**40**
128	**2^7**	**10000000**	**200**	**80**
256	**2^8**	**100000000**	**400**	**100**

1	2	3	4	5
512	**2^9**	**1000000000**	**1000**	**200**
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1024	**2^{10}**	**10000000000**	**2000**	**400**
2048	**2^{11}**	**100000000000**	**4000**	**800**
4096	**2^{12}**	**1000000000000**	**10000**	**1000**
8192	**2^{13}**	**10000000000000**	**20000**	**2000**
16384	**2^{14}**	**100000000000000**	**40000**	**4000**

В таблице 2 приводятся примеры перевода дробных чисел в различных системах счисления.

Таблица 2 – Примеры перевода дробных чисел в различных системах счисления

D	**Показательная форма**	**B**	**C**	**H**
0.5	**2^{-1}**	**0.1**	**0.4**	**0.8**
0.25	**2^{-2}**	**0.01**	**0.2**	**0.4**
0.125	**2^{-3}**	**0.001**	**0.1**	**0.2**
0.0625	**2^{-4}**	**0.0001**	**0.04**	**0.1**

ВАЖНО. При переводе чисел по таблице целая и дробная части переводятся отдельно!

Пример. Число 511.625 D перевести в B-систему счисления.

Можно запомнить, что 511 D = 512 -1 = 9 единицам в двоичной системе счисления, тогда как дробная часть – это 0.5 D + 0.125 D = 0.101 B

Ответ: 511.625 D = 111111111.101 B

При обратном переводе последовательно можно сложить следующие числа в таблице: 256 + 128 + 64 +32+ 16+ 8+ 4+ 2+1 +0.5 +0.125 = 511.625 D

Практические задачи:

Перевести десятичные числа в двоичные:

1) **725D→B (ответ: 1011010101)**
2) **4126D→B (ответ: 1000000011110)**
3) **348D→B (ответ: 10101100)**

Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

ВАЖНО. При переводе чисел в данные системы счисления в двоичной системе в число добавляются незначащие нули. При этом в целую часть нули добавляются слева от старших разрядов, в дробную – справа.

Целая и дробная части переводятся отдельно!

Общий алгоритм перевода.

Легче всего переводить числа в данные системы счисления через двоичный перевод.

В восьмеричной системе предварительно двоичное число разбивается на тройки (триады), а в шестнадцатеричной – на четверки (тетрады).

Пример. 511.625 D = 111111111.101 B

В восьмеричную систему → 111|111|111|. 101 B = 777.5 C

В шестнадцатеричную систему → 0001|1111|1111|.1010 B = 1FF.A H

Практическое занятие 3. Системы счисления. Базовые формулы ИКТ.

Введение. Проводятся разборы алгоритмов и решений слушателями домашнего задания к занятию 3.

Домашние задания занятия 4.

Задача 1. Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием четыре заканчивается на 11.

Решение.

Шаг 1. Исходное число в четверичной системе счисления представим как $X11_4$, где X - некоторое количество четверичных разрядов.

Шаг 2. Представим $X11_4$ в развернутой форме десятичной записи и запишем неравенство: $X11_4 = X*4^2 +1*4^1 +1*4^0 \leq 25$

Шаг 3. Решаем неравенство относительно X:

$16*X \leq 20$, X – целое неотрицательное число. Подбором получаем X=0 и X=1

Шаг 4. Тогда $11_4 = 1*4^1 +1*4^0 = 5$ и $111_4 = 1*4^2 +1*4^1 +1*4^0 = 21$

Ответ: 5, 21

Задача 2. Число 72 в системе счисления с некоторым основанием записывается как 40. Укажите это основание.

Решение.

Шаг 1. Обозначим основание системы счисления как **X**.

Шаг 2. По условию задачи записываем уравнение в десятичных числах: $72 = 4* X^1 + 0* X^0$.

Отсюда: $4*X = 72$, **X = 18**

Ответ: 18

Задача 3. Сколько имеется значащих нулей в двоичной записи десятичного числа 23.375?

Решение.

Шаг 1. Переводим число 23.375 в двоичную систему счисления:

23D = 1….→ 10111B

23-16=7; 7=111,

0.375D = 0.25D + 125D=0.011B

23.375D = 10111.011B

Шаг 2. Подсчитываем число значащих нулей: 2

Ответ: 2

Задача 4. Исполнитель А16 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Прибавить 2

3. Умножить на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья умножает его на 2. Программа для исполнителя А16 – это последовательность команд. Сколько существует таких программ, которые исходное **число 3** преобразуют в **число 12** и при этом траектория вычислений программы содержит **число 10**?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы **132** при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 18.

Решение. Алгоритм относится к алгоритмам решения задач динамического программирования.

Общий алгоритм решения с использованием рекуррентных формул. Для составления рекуррентных формул переменим заданные

программы на обратные и запомним, что для получения числа самого из себя существует ровно одна программа, которая ничего не делает.

Условие: ***1. Прибавить 1***, меняем на ***вычти 1*** или кратко (N-1).

Условие: 2***. Прибавить 2***, меняем на ***вычти 2*** или кратко (N-2).

Условие: 3***. Умножить на 2***, меняем на ***раздели на 2*** или кратко (N/2).

Исходя из этого, составляем следующие рекуррентные формулы:

если из заданного числа N можно вычесть только 1, то F(n) = F (n-1)

если заданное число N не делится на 2, а из него можно вычесть 1 и 2, то F(n) = F (n-1)+F(n-2),

если к тому же заданное число N еще делится на 2, то F(n) = F(n/2)+F(n-1)+ +F(n-2).

Таким образом, общая рекуррентная формула имеет следующий вид: F(n)=F(n/2)+F(n-1)+F(n-2)

Заполняем следующую таблицу:

Числа F(n)	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Программы	**1**	**1**	**2**	**4**	**6**	**11**	**17**	**30**

Напротив числа 3 сразу же ставим 1, поскольку помним правило: «число из самого себя можно получить с помощью одной программы». После чего берем число 4. Пользуемся формулой F(n) = F(n-1), где вместо n, подставив число 4, получаем F(4) = F(4-1) = F(3) = 1. Напротив 4 ставим 1. Переходим к следующему числу 5, оно не делится на 2, поэтому берем формулу: F(n) = F(n-2) + F(n-1) = F(3)+F(4) = 1+1 = 2. Первое число, которое выполняется по третьему условию – 6, поэтому: F(6) = F(6/2) + F(6-1)+ F(6-12= F(3) + F(5)+ F(4)= 1+2+1=4. Аналогично: F(7) =6, F(8) =11, F(9) =17, F(10) =30.

Так как траектория вычислений программы содержит число 10, то заполняем уже другую таблицу, считая, что первое число F(10) содержит 30 программ:

Числа F(n)	**10**	**11**	**12**
Программы	**30**	**30**	**60**

По общей рекуррентной формуле F(11)= F(11-1)= F(10)=30, F(12)= F(12-1)+ F(12-2)= F(11)+ F(10)=30+30=60.

Ответ: 60

Задача 5. Для хранения произвольного растрового изображения размером 1024×1024 пикселей отведено 512 Кбайт памяти, при этом для каждого пикселя хранится двоичное число – код цвета этого пикселя. Для каждого пикселя для хранения кода выделено одинаковое количество бит. Сжатие данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно

использовать в изображении?

Решение. Измерение информации

Шаг 1. Находим информационную мощность изображения (обратная задача):

$i = V/S = 2^9 * 2^{10} * 2^3$(бит)$/2^{10} * 2^{10} = 2^2 = 4$ (бит на пиксель).

Шаг 2. Цветовая палитра N равна:

$N = 2^i = 2^4 =$ 16 (цветов)

Ответ: 16

Задача 6. Для кодирования цвета фона страницы Интернет используется атрибут bgcolor=”XXXXXX”, где в кавычках задаются шестнадцатеричные значения интенсивности цветовых компонент в 24-битной RGB – модели. Какой цвет будет у страницы, заданной тэгом <body bgcolor=”#FFXXXX”>?

Решение.

Шаг 1. Согласно 24-битной RGB – модели цвет страницы **красный**.

Практические задания:

Перевод смешанных десятичных чисел в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления:

1) 687.75D→**B→C→H (1010101111.11=1257.6=2AF.C)**

2) 437. 125D→**B→C→H (110110101.001=665.1=1B5.2)**

3) 1128.876D→**B→C→H (1001101000.111=2150.7=468.E)**

Лекция. Базовые формулы ИКТ (материалы презентации)

1. Таблица «Измерение информации»
2. Формула Хартли
3. Характеристики звука.
4. Цветовые модели и их кодирование.

1. Основные понятия по измерению информации представлены на рисунке 2.

Согласно представленному материалу слушателям предлагается рассматривать информацию как снятие неопределенности (с точки зрения человека) или как последовательность знаков (с точки зрения техники). Вследствие этого формируется два подхода к измерению информации. Содержательный или вероятностный подход определяет количественную оценку содержания неопределенности сообщения. Вычисление информации использует вероятностные характеристики. Единица измерения информации 1 бит является двукратным превышением неопределенности в оценке информации сообщения.

Алфавитный или объемный подход определяет количественную оценку информации как последовательности символов в сообщении и учитывает информационный вес символа. Вычисление информации по информационному весу и мощности символов использует

аналогичные вероятностные формулы. Единица информации 1 бит считается минимальным двоичным кодом, представленным в компьютере.

Рисунок 2 – Слайд презентации «Измерение информации»

2. **Формула Хартли:**

   $N = p^i$, где N –число равновероятных событий,

   i - количество информации, полученной в результате совершения события, p - число возможных вариантов.

   Или p - количество символов (сигналов), i - длина строки символов (сигналов).

3. **Характеристики звука:**

   - Глубина кодирования (квантирования) звука b – количество двоичных разрядов (бит), используемых для кодирования звука(амплитуды сигнала) за одно измерение.

K= 2^b, где K – количество различных уровней сигнала, b - глубина кодирования.

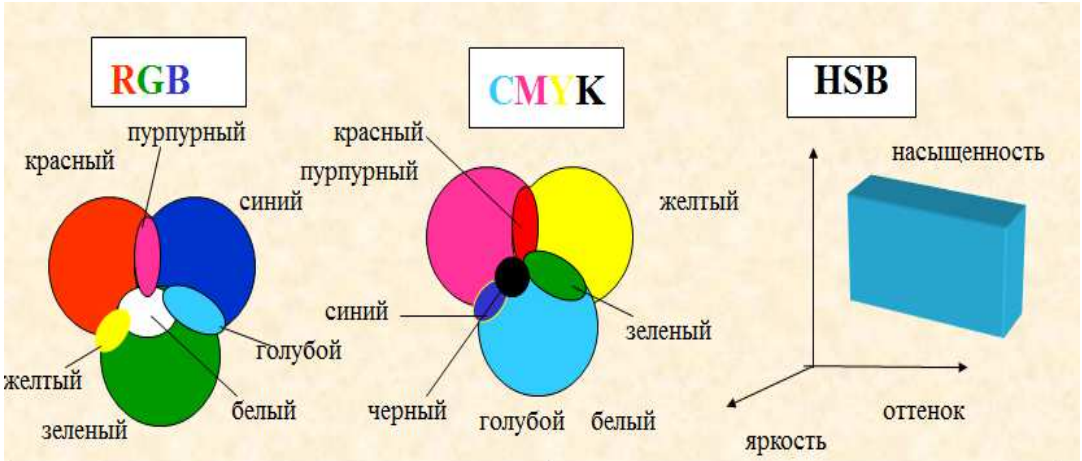
8 бит – 256 уровней звука, 16 бит – 65536 уровней звука.

- Объем аудиофайла:

V =b*d*t*s, где V– объем звукового файла, b- глубина кодирования звука, d - частота дискретизации звука, t - длительность звучания файла, s - количество каналов звучания.

4. Цветовые модели и их кодирование

Основные цифровые модели цветовой палитры изображений представлены на рисунке 3.



Глубина цвета (h)	Размер палитры (K)
3	2^3=8
4	2^4 =16
8	2^8 =256
16 (high color)	2^{16} = 65536

Рисунок 3 – Слайд презентации, рассматривающий основные цветовые модели цифровых изображений.

Основной цветовой моделью является модель RGB, которая по аналогии с человеческим глазом имеет в своем составе три основных цвета: красный, зеленый и синий**.** Цветовая палитра разбивается на три пучка при глубине 24 бит и кодируется в 16-ном коде.

Формирование цветов в двоичном коде при глубине цвета 24 бит представлено в таблице 3.

Таблица 3 - Формирование цветов RGB –модели при глубине цвета 24 бит

Название цвета	**Интенсивность**		
	красный	**зеленый**	**синий**
черный	**00000000**	**00000000**	**00000000**
красный	**11111111**	**00000000**	**00000000**
зеленый	**00000000**	**11111111**	**00000000**
синий	**00000000**	**00000000**	**11111111**
голубой	**00000000**	**11111111**	**11111111**
желтый	**11111111**	**11111111**	**00000000**
белый	**11111111**	**11111111**	**11111111**

Примеры дополнительных цветов:

008000 – темно-зеленый,

808080 – серый,

800000 - темно-красный,

808000 – коричневый,

FF00FF – малиновый (фиолетовый),

00FFFF – голубой,

FF8080 – розовый,

80FF80 – светло-зеленый.

Альтернативными цветовыми моделями являются CMYK и HSV (HSB).

CMYK-модель: цвет голубой (**C**yan), пурпурный (**M**agenta), желтый (**Y**ellow) и черный (Blac**K** или по другой версии **K**ey — ключ, т. к. черный цвет в цветном *изображении* является ключевым).

HSV-модель (англ. *Hue, Saturation, Value — тон*, *насыщенность*, *значение*) или **HSB** (англ. *Hue, Saturation, Brightness — оттенок*, *насыщенность*, *яркость*) — цветовая модель, в которой координатами цвета являются:

- Hue — цветовой тон, (например, красный, зелёный или сине-голубой). Варьируется в пределах 0—360°, иногда приводится к диапазону 0—100 или 0—1.

- Saturation — насыщенность. Варьируется в пределах 0—100 или 0—1. Чем больше этот параметр, тем «чище» цвет, поэтому этот параметр иногда называют чистотой цвета. А чем ближе этот параметр к нулю, тем ближе цвет к нейтральному серому.

- Value (значение цвета) или **B**rightness — яркость. Также задаётся в пределах 0—100 и 0—1.

Модель была создана Элви Реем Смитом, одним из основателей Pixar, в 1978 году. Она является нелинейным преобразованием модели RGB. Цвет, представленный в HSV, зависит от устройства, на которое он будет выведен, так как HSV — преобразование модели RGB, которая тоже зависит от устройства. Для получения кода цвета, не зависящего от устройства, используется модель Lab. Следует отметить, что HSV (HSB) и HSL — две разные цветовые модели.

Практическое занятие 4. Двоичная арифметика. Кодирование отрицательных двоичных чисел. Повторение пройденного материала.

Введение. Проводятся разборы алгоритмов и решений слушателями домашнего задания к занятию 4.

Домашние задания занятия 5.

Задача 1.

Найти в двоичном коде решение уравнения:

V = X +Y – Z, если X = $AD3_{16}$; Y =123_8, Z = 155_{10}

Решение (самое простое)

Шаг 1. Переводим исходные данные в десятичные числа:

X = $AD3_{16}$=2771_{10}; Y =123_8 =83_{10};

Шаг 2. Решаем уравнение:

V = X +Y – Z=2771+83-155=2699

Шаг 3. Переводим результат в двоичный код: 2699_{10}=101010001011_2

Ответ: 101010001011_2

Задача 2.

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 22 заканчивается на 0.

Решение.

Шаг 1. Так как число 22 в некоторой системе счисления заканчивается нулем, то его можно обозначить как X0. Тогда 22 раскладываем на простые множители: 22 =2*11.

Шаг 2. Основания систем счисления равны как: 2, 11 и 22

22_{10} = $1*2^4$ +$0*2^3$ +$1*2^2$ +$1*2^1$ +$0*2^0$ =10110_2= $2*11^1$ +$0*11^0$=20_{11};

22_{10} =$1*22^1$ +$0*22^0$=10_{22}

Ответ: 2,11,22

Задача 3.

На цифровой фотокамере установлено разрешение 670*670 точек при глубине представления цвета 24 бита. Для записи и хранения отснятых изображений используется сжатие видеоданных в среднем в 16 раз. Сколько кадров может хранить встроенная память фотокамеры объемом 2Мбайта?

Решение.

Шаг 1. Используем для расчета следующую формулу:

Cad= k*V/ (S*i), где

Cad – число кадров, V – объем информации на видеокамере (2 Мбайта)

i – глубина цвета (24 бита)

S – площадь битовой карты видеокамеры (670*670 точек),

k- коэффициент сжатия (16)

Шаг 2. По формуле находим: Cad=16*2Мбайт/(670*670*24 бит)= $2^4*2*2^{20}*2^3/670*670*24= 24$

Ответ: 24 кадра

Задача 4.

Сколько целых троичных чисел находится в диапазоне $[11_3,1000_3]$, включая их граничные значения?

Решение.

Шаг 1. Переводим представленные троичные числа в десятичные:

$11_3= 1*3^1 +1*3^0 =4$ и$1000_3 =1*3^3=27$

Шаг 2. Подсчитываем число десятичных чисел в диапазоне $[4_{10}, 27_{10}]$ по формуле: (27-4)+1=24

Ответ: 24 числа

Задача 5.

Для хранения цветного растрового изображения размером 40 на 40 пикселей отвели 1,2 Кбайт памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре данного изображения?

Решение.

Шаг 1. Находим глубину цвета по соответствующей формуле:

$i = V/S = 1{,}2*2^{10}*2^3/(40*40) = 6$ бит

Шаг 2. Рассчитываем максимально возможное число цветов в палитре данного изображения как $2^i = 2^6 = 64$ (цвета)

Ответ: 64 цвета

Задача 6.

Как располагаются найденные документы в порядке возрастания их релевантности по поисковому запросу «Порядок проведения ЕГЭ»:

1)…Утверждение порядка проведения каждого ЕГЭ…

2)Порядок проведения ЕГЭ…

3)…Отсутствие единого порядка проведения ЕГЭ…

4)….Недостаток документов о проведении ЕГЭ…

Решение.

Шаг 1. Так как поисковый запрос состоит из ключевых слов «Порядок проведения ЕГЭ», то порядок по релевантности (семантического соответствия поискового запроса полученному документу) такой:

2) Порядок проведения ЕГЭ…

3)…Отсутствие единого порядка проведения ЕГЭ…

1)…Утверждение порядка проведения каждого ЕГЭ…

4)….Недостаток документов о проведении ЕГЭ…

Ответ:

Ответ: 2) 3) 1) 4)

Задача 7.

Определить информационный объем стерео аудиофайла, у которого глубина кодирования звука составляет 8 бит, частота дискретизации звука 50 КГц, длительность звучания 10 мин, количество каналов звучания равно 2.

Решение.

Шаг 1. Информационный объем стерео аудиофайла равен: 8 бит*50 КГц* 10 мин* 2 =8*50*1000*10*60*2=48000000 бит= 8Мбайт

Ответ: 8 Мбайт

Задача 8.

Чему равно произведение чисел 11_8 и $A5_{16}$? Ответ дайте в двоичной системе счисления.

Решение.

Шаг 1. Переводим числа в десятичную систему счисления:

$11_8 = 9_{10}$ и $A5_{16}=1010101_2=2^6+2^4+5 = 64+16+5 =115_{10}$

Шаг 2. Находим десятичное произведение 115*9 =1035

Шаг 3. Переводим результат в двоичную систему:

$1035=2^{10}+11=10000000000_2+1011_2=10000001011_2$

Ответ: 10000001011_2

Задача 9.

Некоторый исполнитель может выполнить только две команды:

к числу прибавить 1, число умножить на 2.

Укажите минимальное количество команд, которые должен выполнить исполнитель, чтобы из числа 23 получить число 999.

Решение.

Задачу решаем от «обратного». Обозначим первую команду как -1, вторую, как -2. Далее, все вычисления приводим в соответствующей вычислительной таблице:

№ шагов	Вычисления	№ шагов	Вычисления	№ шагов	Вычисления
1	999-1 =998 (-1)	7	124/2=62 (-2)	13	27-1=26 (-1)
2	998/2=499 (-2)	8	62/2=31 (-2)	14	26-1 =25(-1)
3	499-1=498 (-1)	9	31-1=30 (-1)	15	25-1=24 (-1)
4	498/2=249 (-2)	10	30-1=29 (-1)	16	24-1=23 (-1)
5	249-1=248 (-1)	11	29-1=28 (-1)		
6	248/2=124 (-2)	12	28-1=27 (-1)		

Получилось всего 16 команд.

Проверим прямым вычислением (см. таблицу):

№ шагов	**Вычисления**	**№ шагов**	**Вычисления**	**№ шагов**	**Вычисления**
1	23*2=46 (2)	**7**	743+1=744 (-1)	**13**	742+1=743 (1)
2	46*2=92 (2)	**8**	737+1=738 (1)	**14 и далее**	**Добавляется 999-743=256 команд**
3	92*2=184 (2)	**9**	738+1=739 (1)		
4	184*2=368 (2)	**10**	739+1=740 (1)		
5	368*2=736 (2)	**11**	740+1=741 (1)		
6	736+1=737 (1)	**12**	741+1=742 (1)		

Получилось 14+256=270 команд, число команд не минимальное.

Обратные вычисления позволяют получить минимальное значение.

Ответ: 16 команд

Задача 10.

Исполнитель Май16 преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2
3. Умножить на 3

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2, третья – умножает на 3.

Программа для исполнителя Май16 – это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 28 и при этом траектория вычислений содержит число 12 и не содержит числа 22?

Решение.

Общий алгоритм решения использует рекуррентные формулы. Для составления рекуррентных формул переменим заданные программы на обратные и запомним, что для получения числа самого из себя существует ровно одна программа, которая ничего не делает.

Условие: ***1. Прибавить 1***, меняем на ***вычти 1*** или кратко (N-1).

Условие: ***2. Умножить на 2***, меняем на ***раздели на 2*** или кратко (N/2).

Условие: 3***. Умножить на 3***, меняем на ***раздели на 3*** или кратко (N/3).

Исходя из этого, составляем следующие рекуррентные формулы:

если заданное число N не делится на 2 и 3, то F(n) = F (n-1),

если заданное число N делится на 2, то F(n) = F(n/2)+F(n-1),

если заданное число N делится на 3, то F(n) = F(n/3)+F(n-1).

Общая формула: F(n)=F(n/2)+F(n-1)+F(n/3)

Заполняем первую таблицу от 2 до 12:

Числа F(n)	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Программы	**1**	**1**	**2**	**2**	**4**	**4**	**6**	**7**	**9**	**9**	**15**

Напротив числа 2 сразу же ставим 1, поскольку помним правило: «число из самого себя можно получить с помощью одной программы». После чего берем число 3. Оно на 2 не делится, поэтому пользуемся второй формулой F(n) = F(n-1) где вместо n, подставив число 3, получаем F(3) = F(3-1) = F(2) = 1. Напротив 3 ставим 1. И переходим к следующему числу 4, оно делится на два, поэтому берем первую формулу: F(n) = F(n/2) + F(n-1) = F(2)+F(3) = 1+1 = 2. Первое число, которое выполняется по третьему условию – 6, поэтому к нему добавляется +1, итого: F(6) = F(6/2) + F(6-1)= F(3) + F(5)= 1+2+1=4.

Заполняем вторую таблицу, считая от 12 до 28, что первое число F(n)=12 и имеет 15 исходных программ:

Числа F(n)	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
Прогр.	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**0**	**0**	**15**	**15**	**30**	**30**	**45**

Следующие числа от 13 до 22 рассчитываются по формуле F(n) = F(n-1) и равны F(13) = F(14) = F(15) = F(17) = F(18) = F(19) = F(20)= F(21) = 15. Число 22 по условию задачи пропускается и соответственно имеет 0 программ. Далее программа (23) рассчитывается по формуле F(n) = F(n-1) +1, итого: F(23) = 0. Числа F(24) = F(12) + F(23) =15, так как в этом случае F(n) = F(n/2) + F(n-1). Следующее F(25) = F(24) = 15, F(26) = F(13) +

F(25) = 15+15 =30, F(27) = F(26) = 30. Последнее число F(28) = F(14) + F(27) =15+30=45.

Ответ: 45

Лекция. Двоичная арифметика. Кодирование отрицательных двоичных чисел (материалы презентации)

Рассмотренные вопросы

1. Арифметические действия над двоичными числами.
2. Кодирование отрицательных двоичных чисел.

Практические работы

1.Двоичное умножение и деление многоразрядных чисел.

2. Примеры кодирования отрицательных двоичных чисел.

3. Сложение отрицательных двоичных чисел.

1. **Арифметические действия над двоичными числами.**

   Двоичная арифметика – правила арифметических операций над числами в двоичной системе счисления.

   Виды арифметических операций:

- **Сложение с переносом.**
- **Сложение по модулю 2.**
- **Вычитание с заемом.**
- **Умножение.**
- **Деление.**

Отрицательное двоичное число кодируется в виде:

- Прямого кода.

- **Обратного кода.**
- **Дополнительного кода.**

Числовые (арифметические) данные [arithmetic data]– это данные, над которыми можно выполнять арифметические операции.

Двоичное сложение:

1. **Сложение с переносом приводится в таблице 4.**

Таблица 4 – сложение двоичных чисел с переносом

0	**+**	**0**	**=**	**0**
0	**+**	**1**	**=**	**1**
1	**+**	**0**	**=**	**1**
1	**+**	**1**	**=**	**10**

Правило двоичного сложения с переносом нескольких многоразрядных чисел:

Если в рассматриваемом разряде число единиц четное, то в нем записываем 0, а в следующий разряд переносим половину единиц из данного разряда. При нечетном числе 1 в рассматриваемом разряде записывается 1, а в следующий разряд переносим половину четных единиц из данного разряда.

2. Сложение двоичных чисел по модулю 2 называется иначе жегалкинским или поразрядным сложением и приводится в таблице 5.

Таблица 5 - Сложение двоичных чисел по модулю 2

0	**+**	**0**	**=**	**0**
0	**+**	**1**	**=**	**1**
1	**+**	**0**	**=**	**1**
1	**+**	**1**	**=**	**0**

3.Двоичное вычитание (с заемом) приводится в таблице 6:

Таблица 6 – вычитание двоичных чисел с заемом

0	**-**	**0**	**=**	**0**
1	**-**	**0**	**=**	**1**
1	**-**	**1**	**=**	**0**
10	**-**	**1**	**=**	**1**

4. Двоичное умножение приводится в таблице 7.

Правило: при двоичном умножении на 1 множимое переписывается, а если множитель равен 0, произведение также равно нулю.

Таблица 7 – Умножение двоичных чисел

0	×	**0**	**=**	**0**
0	×	**1**	**=**	**0**
1	×	**0**	**=**	**0**
1	×	**1**	**=**	**1**

5.Двоичное деление:

Производится по соответствующим программам.

Правило деления в столбик: Деление начинается со старших разрядов. Если делитель меньше, то в частное записывается 1, а из делимого вычитается делитель, в противном случае в частное записывается 0, а в деление включается следующий разряд делимого.

Пример: десятичные числа 258,75:3 =86,25.

В двоичной системе 258, 75 = 100000010,11, а 3=11

100000010,11| 11 |

- 11 |1010110,01

100

- 11

100

- 11

11

- 11

011 - 11 = 0

Переводим 1010110, 01 в десятичную систему – 86,25.

2. Кодирование отрицательных двоичных чисел

Для представления знака числа в двоичных числах используется дополнительный старший разряд. Знак положительного числа всегда равен 0, отрицательного - 1 (в прямом коде).

Для изображения отрицательных чисел используются несколько кодов:

1. **Прямой –** в знаковый разряд помещается 1.
2. **Обратный –** помещением 1 в знаковом разряде и инвертированием модуля числа.
3. **Дополнительный –** суммированием с 1 младшего разряда обратного кода.

Пример:

Отрицательное десятичное число - 86,25, двоичное число – 1010110, 01.

1. **Прямой код этого числа равен 1**(знак)**101110,01**(модуль)**.**

2. Обратный код этого числа равен 1(знак)**010001,10** (модуль)**.**

3. Дополнительный код этого числа равен 1(знак)**010001,11** (модуль).

Примеры сложения чисел в данных кодах:

Числа X_1 = 110101 (десятичное 53) и X_2 = - 101101 (десятичное - 45). Результат равен 8.

Сложение в прямом коде с учетом знаков числа не приводит к правильному результату:

0(знак)**110101**(модуль) **– прямой код X_1**

+

1(знак)**101101** (модуль) **- прямой код X_2**

1(знак) **1100010**(модуль) **≠ 01000 - результат неправильный**

В обратном коде:

0(знак)**110101**(модуль) **– обратный (равный прямому) X_1**

+

1(знак)**010010** (модуль) **– обратный код X_2**

10(знак) **000111** (модуль) **– промежуточный результат, старший разряд 1 суммируем с модулем, получаем - 0**(знак)**001000**(модуль): правильный результат

В дополнительном коде:

0(знак)**110101**(модуль) **– дополнительный (равный прямому) X_1**

+

1(знак)**010011** (модуль) **– дополнительный код X_2**

10(знак) **01000** (модуль) **– промежуточный результат, старший разряд 1 отбрасывается, получаем - 0**(знак)**001000**(модуль): правильный результат

Правила:

1. **Если при сложении двоичных чисел в обратном коде получается положительное число, то для получения прямого кода к нему добавляется 0 или 1 из старшего знакового разряда.**
2. **Если при сложении двоичных чисел в дополнительном коде получается положительное число, то оно записано в своем прямом коде.**

Домашние задания к занятию 5: вычислить значения в двоичной и десятичной системах счисления

1) 1100011.101*1101.11
2) 10001.1*101.111
3) 10101.1:111
4) 10010.01:10.1

5) 1001 -110010
6) 11011-100001

Решения.

1) 1100011.101*1101.11=99.625*13.75=10101011001.111 (1369.844)
2) 10001.1*101.111=17.5*5.875=1100110.1101(102.81)
3) 10101.1:111=21.5:7=11.0001 (3.07)
4) 10010.01:10.1=18.25:2.5=111.0101(7.3)
5) 1001 -110010=9-50=-41
   0001001+(1001101+1)=0001001+1001110=1010111=1010111-1=1010110=-101001=-(32+9)=-41
6) 11011-100001=27-33=-6=0011011+(1011110+1)=1111010-1=1111001=-000110=-6

Практическое занятие 5. Логика и алгоритмы.

Введение. Проводятся разборы алгоритмов и решений слушателями домашнего задания к занятию 5.

Домашние задания занятия 6.

Задача 1. Обозначим через $m\&n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n. Так, например, $14\&5 = 1110_2\&0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$x\&51 = 0 \vee (x\&41 = 0 \rightarrow x\&A \neq 0)$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение. Задача имеет повышенный уровень сложности, общий алгоритм которой использует особенности вычислений конъюнкции двоичных чисел.

Шаг 1. Преобразуем выражение: $(x\&41=0 \rightarrow x\&A\neq 0) = \neg (x\&41=0) \vee (x\&A\neq 0) = (x\&41\neq 0) \vee (x\&A\neq 0)$.

Шаг 2. Находим x, если по условию задачи $x\&41=0$: так как исходное $41_{10} = 101001_2$, то поразрядная конъюнкция неизвестного x с 101001_2 равна 0, то есть (??????)&(101001)=000000, отсюда x=0?0??0

Шаг 3. Находим x, если по условию задачи $x\&51 = 0$. Тогда $51_{10}=110011_2$, поразрядная конъюнкция неизвестного x с 110011_2 равна 0, то есть (??????)&(110011)=000000, отсюда x=00??00. Однако x при условии истинности выражения $(x\&51 = 0 \vee (x\&41 = 0 \rightarrow x\&A \neq 0))=1$ должен принимать значения инверсии от полученного, потому имеем следующие варианты x: ??11??, ???1??, ??1???.

Шаг 4. Сопоставляя предыдущие значения x (шаги 2 и 3), находим, что x=0?01?0.

Шаг 5. Определим наименьшее значение A≠0 при x&A≠0**.** Для этого находим ⌐A по поразрядной конъюнкции (0?01?0) &(??????)=000000. Тогда ⌐A=???1??, отсюда A=???0??. Очевидно, что наименьшее значение $A=00100_2=4_{10}$, при котором поразрядная конъюнкция (0?01?0) &(00100)=000100.

Ответ: 4

Задача 2. Логическая функция *F* задаётся выражением $x \wedge \neg y \wedge (\neg z \vee w)$. На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции *F*, содержащий все наборы аргументов, при которых функция *F* истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции *F* соответствует каждая из переменных *w*, *x*, *y*, *z*.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Перем. 4	Функция
???	*???*	*???*	*???*	*F*
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1

В ответе напишите буквы *w*, *x*, *y*, *z* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных: *x* и *y*, и был приведён фрагмент её таблицы истинности, содержащий все наборы аргументов, при которых функция *F* истинна.

Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	*???*	*F*
0	0	1
1	0	1
1	1	1

Тогда первому столбцу соответствовала бы переменная *y*, а второму столбцу – переменная *x*. В ответе следовало бы написать: *yx*.

Решение (основной алгоритм)

Шаг 1. Рассматриваем логические операции в исходном выражении $x \wedge \neg y \wedge (\neg z \vee w)$.

Это конъюнкция, значение которой истинно, если все ее члены равны 1.

Шаг 2. Отсюда в таблице истинности все значения $x = 1$, $y = 0$ (так как $\neg y = 1$), а также значение $(\neg z \vee w) = 1$, значит *z =[0,1] при w* =[0 или 1,1].

Шаг 3. Таким образом, переменная 3 – *x,* переменная 2 – *y,* переменная 1- *z,* переменная 4 – *w.*

Ответ: *zyxw*

Задача 3. На числовой прямой даны два отрезка: P = [1, 39] и Q = [23, 58].

Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A, что логическое выражение ((x € P) → ¬ (x € Q))→ ¬ (x € A) тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Варианты ответа: 1) [5, 20]; 2) [25, 35]; 3) [40, 55]; 4) [20, 40]

Алгоритм задачи использует формулу импликации и геометрические построения.

Решение.

Шаг 1. Формально (согласно формуле импликации) приводим выражение к виду:

((x € P) → ¬ (x € Q))→ ¬ (x € A)= (¬ (x € P) ∨ (x € Q)) → ¬ (x € A)= ¬(¬ (x € P) ∨ (x € Q)) ∨ (x € A) =(по формуле де Моргана) (x € P) ∧ ¬ (x € Q) ∨ (x € A).

Шаг 2. Переходим к геометрическим построениям:

P = [1, 39], а ¬ Q представляет собой два отрезка [- ∞, 23] и [58, ∞]. Конъюнкция – пересечение двух отрезков представляет собой отрезок [23, 39].

Шаг 3. Следующая операция – дизъюнкция объединение с отрезком x € A. Наиболее приемлемым является ответ **2) [25, 35].**

Задача 4. Цепочка из трех бусин, помеченных латинскими буквами, формируется по следующему правилу. В конце цепочки стоит одна из бусин A, B, C. На первом месте – одна из бусин B, D, C, которой нет на третьем месте. В середине – одна из бусин A, C, E, B, не стоящая на первом месте. Какая из перечисленных цепочек создана по этому правилу?

1) CBB 2) EAC 3)BCD 4) BCB

Алгоритм использует формализацию условий задачи в виде таблицы.

Решение.

Шаг 1. Формализуем условие задачи в виде таблицы, чтобы удобно было пользоваться правилами.

Номер ответа	**Буквы ответа**			**Заключение**
1	**C**	**B**	**B**	**Правильный ответ**
2	**E**	**A**	**C**	**Исключить по правилу 2а)**
3	**B**	**C**	**D**	**Исключить по правилу 1)**
4	**B**	**C**	**B**	**Исключить по правилу 2б)**
Пра-вила	**2а) только B, D,C 2б) B, D,C нет на 3 месте**	**3) A, C, E, B, не стоящая на первом месте**	**1)То-лько A, B, C**	

Задача 5. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению:

A ^ ¬(¬B + C).

1) ¬A + ¬B + ¬C 2) A + ¬B ^ ¬C 3) A ^ B ^ ¬C 4) A ^ ¬B ^ C

Алгоритм на применение правила де Моргана.

Решение.

Шаг 1. Упрощаем выражение, применяя формулу де Моргана:

A ^ ¬(¬B + C) = A ^ B ^ ¬C

Шаг 2. Выбираем вариант **1) A ^ B ^ ¬C**

Лекция. Логические основы ЭВМ (материалы презентации)

Темы:

- **Основы логического мышления.**
- **Основные логические элементы.**
- **Логические выражения, функции и таблицы истинности.**
- **Законы логической алгебры.**

- **Решение логических задач.**

  Типы логических задач
- **Логическое мышление без формализации,**
- **Переключательные схемы и их формальное представление,**
- **Логические схемы и их формальное представление,**
- **Упрощение логических выражений,**
- **Геометрические логические представления.**

  Дополнительные вопросы:

  1. **Логические задачи в ЕГЭ**
  2. **Таблицы истинности**

Введение

- **Логика –** наука о законах и формах мышления, методах познания и условия определения истинности знаний и суждений.
- **Формализация (логико-математическое представление)** – процесс представления информации в формализованном виде с помощью точного логико-математического языка.
- **Логическая алгебра (алгебра Буля или алгебра высказываний) –** раздел математической логики, изучающей логические законы с помощью формул, построенных на высказывательных константах, переменных и символов логических связок.

Основы логического мышления

Словарь терминов (глоссарий)

- **Понятие –** форма мышления, фиксирующая основные свойства объектов.

- **Высказывание (суждение, утверждение) –** форма мышления, утверждающая или отрицающая определенные свойства объектов и связи между ними.
- **Умозаключение –** форма мышления, являющаяся получением новых знаний (суждений) – заключения из одного или нескольких суждений - посылок.

Структура взаимодействия основных терминов логического мышления представлена на рисунке 4.

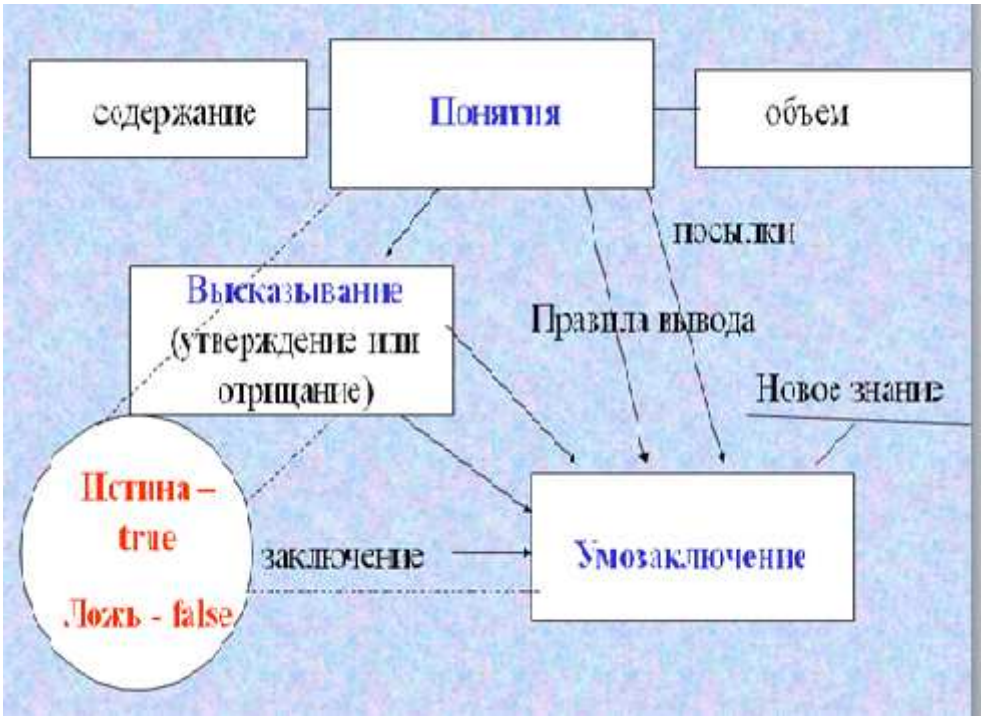


Рисунок 4– Слайд презентации по структуре терминов логического мышления

Основные логические элементы

В алгебре высказываний образуются составные элементы с помощью союзов **ИЛИ, И, НЕ.** Данные составные высказывания являются **основными логическими элементами логической алгебры.**

Логический элемент НЕ называется логическим отрицанием или инверсией, его основные представления показаны на рисунке 5.

Логический элемент ИЛИ иначе называют логическим сложением или дизъюнкцией. Его основные представления показаны на рисунке 6. Логический элемент И иначе называют логическим умножением или конъюнкцией, его основные представления показаны на рисунке 7.

Рисунок 5– Слайд презентации «Логическое отрицание (инверсия) – НЕ»

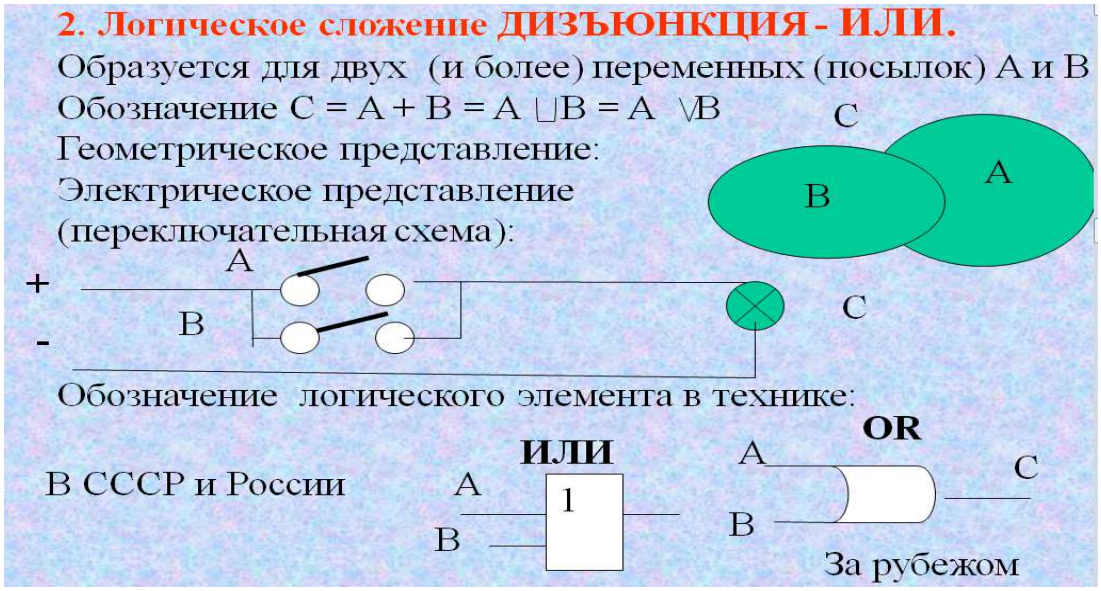


Рисунок 6 – Слайд презентации «Логическое сложение (дизъюнкция) – ИЛИ»

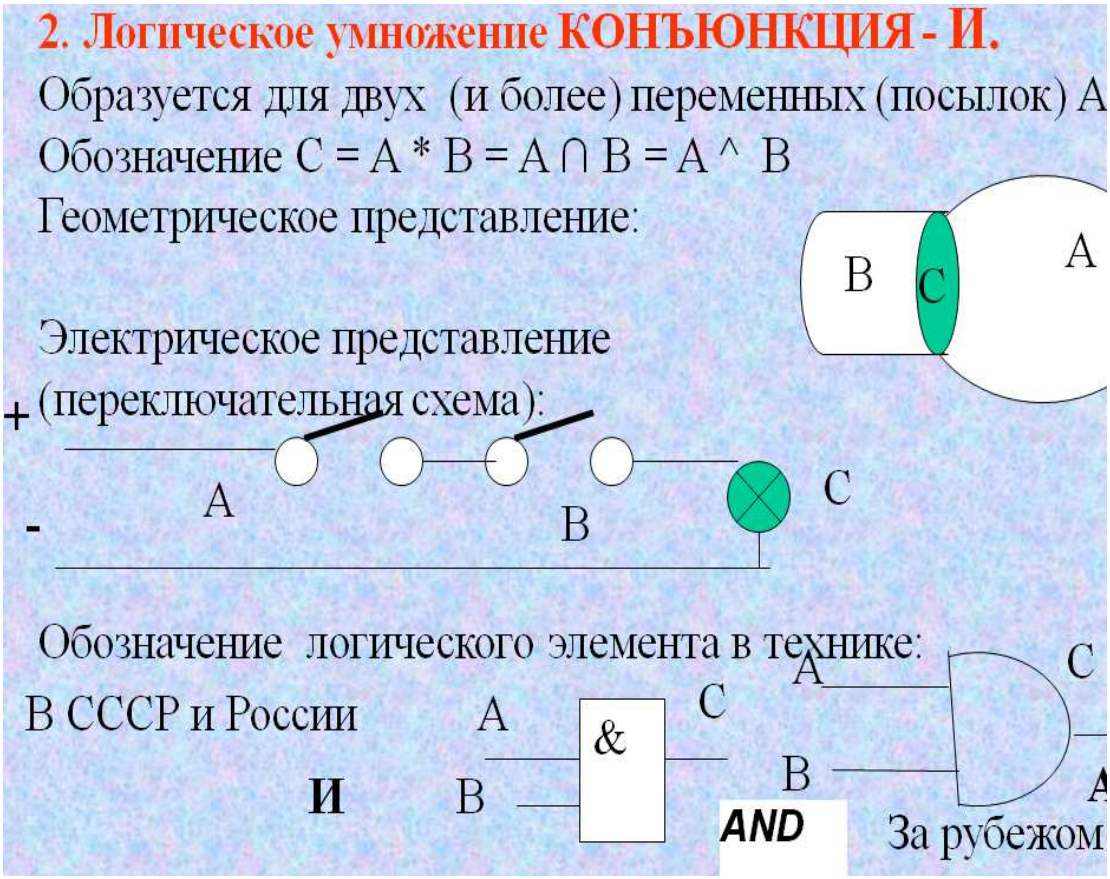


Рисунок 7 – Слайд презентации «Логическое умножение (конъюнкция) – И»

Логические выражения, функции и таблицы истинности

Логическое выражение – это формула, в которую входят логические переменные, обозначающие высказывания, и знаки логических операций, обозначающие логические функции.

Для записи составного высказывания в виде формального логического выражения нужно выделить простые высказывания и логические связи между ними.

Таблица истинности – таблица, которая показывает, какие значения принимает логическая функция при всех возможных наборах ее аргументов (входных переменных).

Количество строк в таблице истинности равно количеству возможных n значений входных логических переменных, т. е. 2^n.

Количество столбцов равно сумме количества логических переменных и логических операций.

Логические функции двух переменных представлены в таблице 8.

Равносильные логические выражения – такие выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают (т.е. тождественно равны представляющие их логические функции).

Таблица 8 – Таблица истинности логических функций двух переменных

Аргу-мен-ты		Логические функции Fn														
A	B	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F8	F9	F 10	F 11	F 12	F 13	F 14	F 15	F 16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1

По таблице 8 можно выделить следующие функции:

1. $\mathbf{F_2}$ - функция логического умножения,
2. $\mathbf{F_8}$ - функция логического сложения,
3. $\mathbf{F_{13}}$ - функция логического отрицания для A,
4. $\mathbf{F_{11}}$ - функция логического отрицания для B,
5. $\mathbf{F_{14}}$ - функция логического следования или импликация (если…, то…), обычно она обозначается $\mathbf{A \rightarrow B = \bar{A} + B,}$
6. $\mathbf{F_{10}}$ - функция логического равенства или эквивалентности (тогда и только тогда, когда…), обозначается $\mathbf{A \sim B = (A + B)*(\bar{A} + B).}$

Логические элементы И, ИЛИ, НЕ являются избыточными для формального представления, поэтому их стандартный состав имеет

нормальную дизъюнктивную форму (набор ИЛИ, НЕ) или нормальную конъюнктивную форму (набор И, НЕ). Вследствие этого законы логической алгебры представляют для двух форм – дизъюнктивной и конъюнктивной.

Законы логической алгебры

Основные законы логической алгебры представлены в таблице 9.

Решение логических задач.

Логические задачи очень разнообразны, но пока последовательно рассматриваются следующие типы задач:

- **Логическое мышление без формализации,**
- **Переключательные схемы и их формальное представление,**
- **Логические схемы и их формальное представление,**
- **Упрощение логических выражений,**
- **Геометрические логические представления.**

Обычно используют определенные приемы решения логических задач:

- способ рассуждений, с помощью которого решаются самые простые логические задачи. Этот метод считается самым тривиальным. В ходе решения используются рассуждения, последовательно учитывающие все условия задачи, которые постепенно приводят к выводу и правильному ответу.

- способ таблиц, применяемый при решении текстовых логических задач. Как следует из названия, решение логических задач заключается в построении таблиц, которые позволяют наглядно представить условие задачи, контролировать процесс рассуждений и помогают сделать правильные логические выводы.

- способ графов состоит в переборе возможных вариантов развития событий и окончательном выборе единственно верного решения.

- способ блок-схем — метод, широко используемый в программировании и решении логических задач на переливание. Он заключается в том, что сначала в виде блоков выделяются операции (команды), затем устанавливается последовательность выполнения этих команд. Это и есть блок-схема, которая, по сути, является программой, выполнение которой приводит к решению поставленной задачи.

- способ бильярда следует из теории траекторий (один из разделов теории вероятности). Для решения задачи необходимо нарисовать бильярдный стол и интерпретировать действия движениями бильярдного шара по разным траекториям. При этом необходимо вести записи возможных результатов в отдельной таблице.

Примеры задач на логическое мышление без формализации

1. Читайте внимательно и ничего не записывайте: «Торпедо» возглавляет турнирную таблицу, «Спартак» находится на пятом месте, а «Динамо» как раз посередине между ними. Если «Локомотив» опережает «Спартака», а «Зенит» занимает место сразу же за «Динамо», то какая из перечисленных команд находится на втором месте? На раздумье дается 30 секунд.

   Ответ: Локомотив

2. На предприятии есть три цеха – А, В, С, договорившиеся о порядке утверждения проектов, а именно: 1. Если цех В не участвует в утверждении проекта, то в этом утверждении не участвует и цех А. 2. Если цех В принимает участие в утверждении проекта, то в нем принимают участие цехи А и С. Спрашивается: обязан ли при этих условиях цех С принимать

участие в утверждении проекта, когда в утверждении принимает участие цех А?

Ответ: да, С принимает участие в проекте, если в нем участвует А.

Таблица 9 – Основные законы логической алгебры для двух - трех переменных А, В, С

конъюнкция	дизъюнкция
A*0=0	A+0=A
A*1=A	A+1=1
A*A=A	A+A=A
Закон непротиворечия $A*\bar{A}=0$	Закон исключения третьего $A+\bar{A}=1$
A*A*A….*A=A	A+A+A….+A=A
Переместительный (коммутативный) закон A*B =B*A	Переместительный (коммутативный) закон A+B =B+A
Сочетательный (ассоциативный) закон (A*B)*C = A*(B*C)	Сочетательный (ассоциативный) закон (A+B)+C = A+(B+C)
Распределительный (дистрибутивный закон) A* (B+C) = A*B + A*C	Распределительный (дистрибутивный закон) A+ (B*C) = (A+B)*(A+C)
Правило де Моргана $A*B=\bar{A}+\bar{B}$	Правило де Моргана $A+B=\bar{A}+\bar{B}$
Закон склеивания (A+B) *(A+$\bar{B}$) = A	Закон склеивания (A*B) +(A*$\bar{B}$) = A
Закон поглощения A*(A+B) = A	Закон поглощения A+(A*B) = A
Закон свертки $A*(\bar{A}+B)=A*B$	Закон свертки $A+(\bar{A}*B)=A+B$
Двойное отрицание	$\bar{\bar{A}}=A$

3. Отец сына профессора бьет сына отца профессора. Скажите, кто кого бьет, если сам профессор в драке не участвует?

   Ответ: профессор – женщина, в драке участвуют ее муж и брат.

Практическое занятие 6. Логика и логические задачи.

Введение. Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания занятия 5.

Домашние задания занятия 7.

Задача 1. Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание (90<X·X) –> (X < (X -1))?

Алгоритм использует геометрические представления.

Решение.

Шаг 1. Выражение истинно, т. е. F=(90<X·X) –> (X < (X -1)). Обозначим A = (90<X·X); B =X < (X -1). Тогда значения F соответственно равны при значениях A и B (по таблице истинности): A =0, B=0, F=1; A =0, B=1, F=1; A =1, B=0, F=0; A =1, B=1, F=1.

Шаг 2. Легче решать выражение от противного, как единственное значение, когда F ложно: A =1, B=0, F=0, т. е. рассматриваем два выражения: 1) (90<X·X)=1 и 2) X < (X -1)=0. 1) истинно, если X·X≥90, 2) всегда ложно, так как для целых чисел всегда X> (X -1)

Шаг 3. Решаем неравенство 1): $X^2 \geq 90$, отсюда $X_1=+\sqrt{90}\approx+9{,}49$ и $X_2=-\sqrt{90}\approx-9{,}49$ и общее решение представляет собой два интервала [-∞, -9,49] и [+9,49, + ∞]

Шаг 4. Очевидно, что для F=1 решение представляет собой интервал [-9,49, +9,49], а наибольшее целое число **X=9**

Ответ: X=9

Задача 2. Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание (50<X·X) → (50>(X+1) ·(X+1))?

Задача решается аналогично задаче 1.

Решение.

Шаг 1. Обозначим A = (50<X·X), B=(50>(X+1)·(X+1) т. е. B=(50>$(X+1)^2$)

Шаг 2. Обозначим F=A→B и рассмотрим условия при ложном F=0, тогда A=1, B=0, т. е. получаем два выражения:1) $X^2 \geq 50$ и 2) $(X+1)^2 \leq 50$

Шаг 3. Решением 1) будет $X_1=-\sqrt{50}=-7,07$ и $X_2=+\sqrt{50}=+7,07$ => два интервала [-∞, -7,07] и [+7,07, +∞].

2) будет $X_1=-\sqrt{50}-1=-8,07$ и $X_2=+\sqrt{50}-1=+6,07$ => интервал [-8,07, +6,07]. Общее решение: [-∞, -8,07] и [+7,07, +∞] (F=0)

Шаг 4. Для F=1 решением будет интервал [-8,07, +7,07] и наибольшее целое число **X=7**

Ответ: X=7

Задача 3. На одной улице стоят в ряд 4 дома, в которых живут 4 человека: Семен, Николай, Артур и Роман. Известно, что каждый из них владеет только одной из следующих профессий: Врач, Художник, Егерь и Тренер, но неизвестно, кто какой, и неизвестно, кто в каком доме живет. Однако, известно, что :

1) Егерь живет левее Тренера; 2) Врач живет правее Тренера;

3) Художник живет не с краю; 4) Егерь живет рядом с Художником;

5) Роман живет рядом с Тренером; 6) Семен – не Егерь;

7) Артур живет правее Романа; 8) Семен живет не рядом с Романом.

Выясните, кто какой профессии, и кто где живет, и дайте ответ в виде заглавных букв имени людей, в порядке слева направо. Например, если бы в домах жили (слева направо) Константин, Тарас, Руслан и Олег, ответ был бы: КТРО.

Общий алгоритм решения данных задач сводится к перебору вариантов.

Решение.

Шаг 1. Введем следующие обозначения: С - Семен, Н - Николай, А – Артур, Р – Роман, В - Врач, Х - Художник, Е – Егерь, Т - Тренер.

Шаг 2. Проверка условия 1) Е живет левее Т.

Всего имеется вариантов: Т??? (не подходит, так как все другие лица находятся правее Т), ЕТ??, ?ЕТ?, ??ЕТ, ?Е?Т, Е?Т?, Е??Т, Е??Т.

Шаг 3. Проверка условия 2) В живет правее Т.

Из предыдущих вариантов выбираем 4 варианта: ЕТВ?, ЕТ?В, ?ЕТВ, Е?ТВ.

Шаг 4. Проверка условия 3) Х живет не с краю, отсюда подходят варианты: ЕТХВ или ЕХТВ.

Шаг 5. Проверка условия 4) Е живет рядом с Х выбирает вариант ЕХТВ. **Шаг 6.** Проверка условия 5) Р живет рядом с Т означает, что Р либо В, либо Х.

Шаг 6. Проверка условия 6) Семен – не Егерь означает, что С может быть Х, Т, В.

Шаг 7. Проверка условия 7) А живет правее Р означает, что А – Т или В, а Р может быть только Х.

Шаг 8. Проверка условия 8) С живет не рядом с Р означает, что С может быть только В, а тогда А – Т, Н – Е.

Ответ: Николай – егерь, Роман - художник, Артур – тренер, Семен – врач: НРАС.

Задача 4. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению (не(А)+не(В))* (не(А)+В):

1) не(В); 2) не(А*В); 3) не(А); 4) А*В

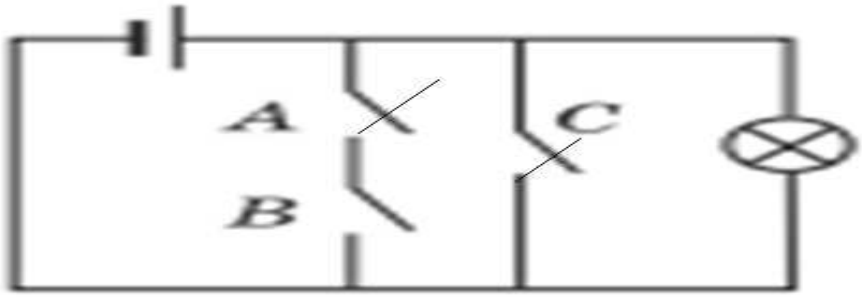
Алгоритм решения использует упрощение логического выражения с помощью законов логической алгебры.

Решение.

Упростим логическое выражение (раскрываем скобки): (не(A)+не(B))*(не(A)+B)=(⌐A+ ⌐B)*(⌐A+ B)= ⌐A+ ⌐A* B+ ⌐A* ⌐B+0= ⌐A*(1+ B+ ⌐ B)= ⌐A

Ответ: 3)

Задача 5. Найти логическое выражение для переключательной схемы:



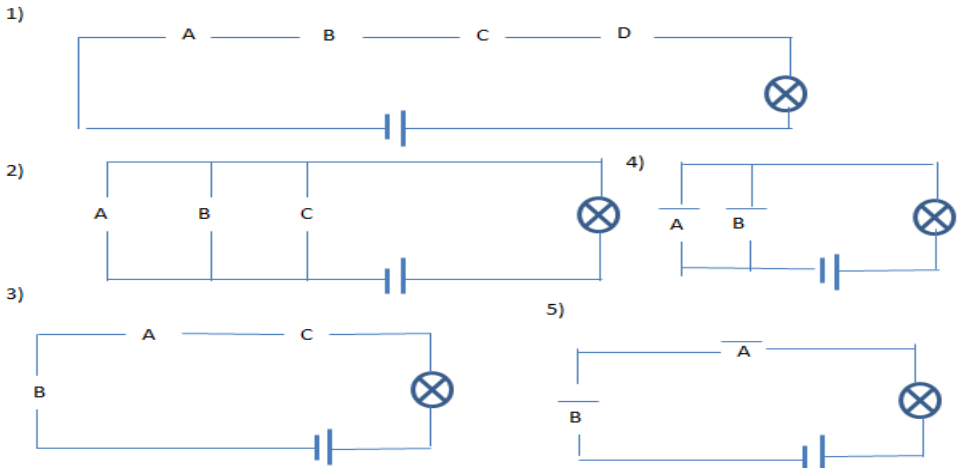
Решение. Согласно схеме: F(A, B, C)=⌐A^B v **⌐C**

Задача 6. Начертите переключательные схемы, реализующие следующие логические формулы:

1) A & B & C & D; 2) A + B + C; 3) A & C + B;

4) ¬ (A & B); 5) ¬ (A + B).

Решение (формулы 4 и 5 преобразуют по правилу де Моргана) приводится на рисунке:



Задача 7. Любовь без взаимности.

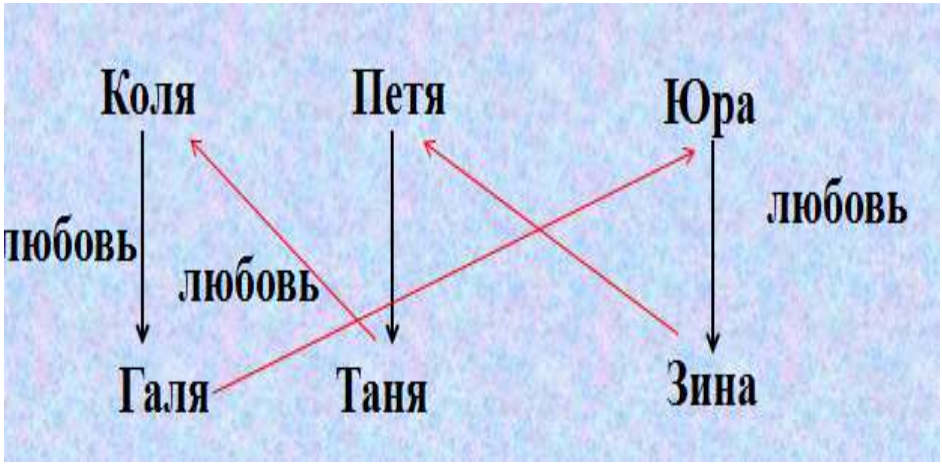
Трое юношей (Коля, Петя и Юра) влюблены в трех девушек (Таню, Зину и Галю). Но это любовь без взаимности. Известно, что:

- Коля любит девушку, влюбленную в юношу, который любит Зину.
- Петя любит девушку, влюбленную в юношу, который любит Галю.
- Зина не любит Юру.

И кто в кого влюблен?

Алгоритм использует метод графов (см. рисунок).

Решение по графу:



Ответ: Коля – Галя, Петя – Таня, Юра - Зина, Зина – Петя, Таня – Коля, Галя – Юра.

Задача 8. Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено» или «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов?

Решение (алгоритм применяет формулу Хартли).

Шаг 1. По условию задачи основание системы счисления равно числу состояний 3, а информационный объем сигналов определяется числом сигналов лампочек – 18.

Необходимо определить информационную мощность сигналов к (число лампочек) по неравенству:

$$\mathbf{3^к \geq 18}$$

Шаг 2. Подбираем число к: при к=2 $3^к$ =9(<18) – не подходит, при к =3 $3^к$ =27(>18) – подходит

Ответ: 3 лампочки

Лекция по презентации.

Тема: Логические задачи в ЕГЭ

Введение. **Перечень логических задач по ЕГЭ:**

1. Переключательные схемы

2. Импликация

3. Упрощение логических функций

4. Таблицы истинности

Определение. Переключательная схема — схематическое изображение некоторого устройства, состоящего из переключателей и соединяющих их проводников, а также из входов и выходов, на которые подаётся и с которых снимается электрический сигнал.

Переключательной схеме можно поставить в соответствие логическую переменную, равную единице, если схема проводит ток, и равную нулю — если не проводит. Эта переменная является функцией от переменных, соответствующих всем переключателям схемы, и называется **функцией проводимости**.

При рассмотрении переключательных схем возникают две основные задачи: **синтез и анализ схемы.**

Синтез схемы по заданным условиям ее работы сводится к этапам:

1. составлению функции проводимости по таблице истинности, отражающей эти условия;

2. упрощению этой функции;

3. построению соответствующей схемы.

Анализ схемы сводится к этапам:

1. определению значений её функции проводимости при всех возможных наборах, входящих в эту функцию переменных.

2. получению упрощённой формулы.

Прямая задача – синтез (пример). Построить переключательную схему, содержащую 4 переключателя x, y, z и t, такую, чтобы она проводила ток тогда и только тогда, когда замкнут контакт переключателя t и какой-нибудь из остальных трёх контактов.

Решение. Очевидно, что функция проводимости имеет вид:

F(x, y, z, t) = t · (x v y v z), а схема (рисунок 8) выглядит так:

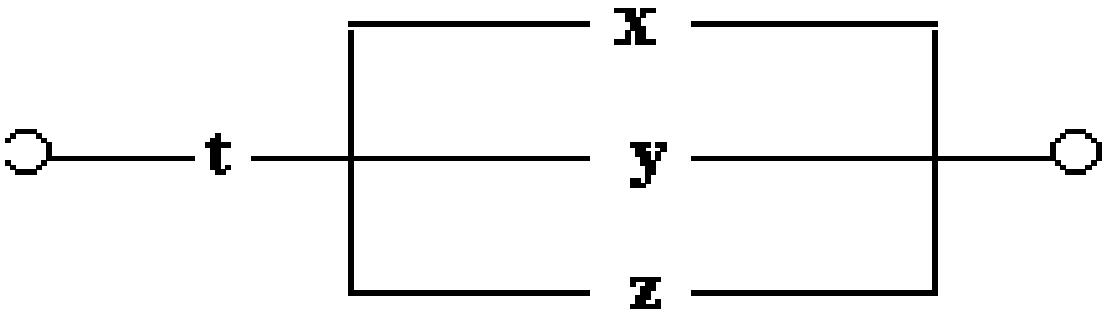


Рисунок 8 – Пример переключательной схемы

Обратная задача – анализ (пример на рисунке 9). Найдем функцию проводимости схемы:

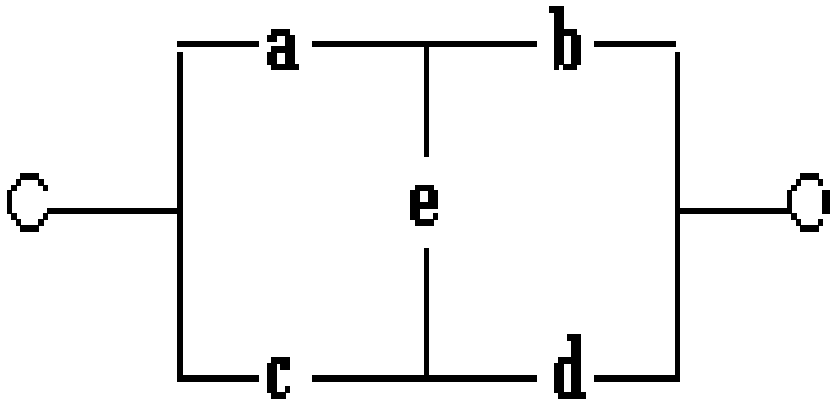


Рисунок 9 – Анализ переключательной схемы

Решение. Имеется четыре возможных пути прохождения тока при замкнутых переключателях a, b, c, d, e : через переключатели a, b; через переключатели a, e, d; через переключатели c, d и через переключатели c, e, b.

Функция проводимости **F(a, b, c, d, e) = a · b v a · e · d v c · d v c · e · b.**

Пример (рисунок 10). Напишите логическую формулу, которую реализует следующая переключательная схема:

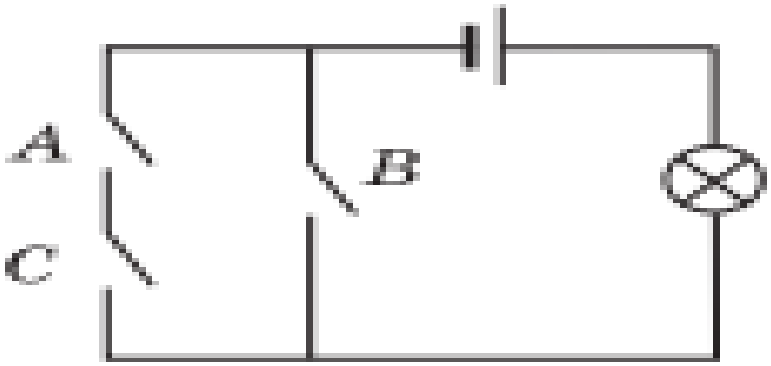


Рисунок 10- Пример переключательной схемы

Решение: логическая формула по схеме F(A, B, C) = A& C+B

Определение. Импликация (логическое следование) ложно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки (первого высказывания) следует ложный вывод (второе высказывание).

Примеры импликации.

- Если число делится на 10 (истинное высказывание), то оно делится на 5 (истинное высказывание).
- Если число делится на 10 (истинное высказывание), то оно делится на 3 (ложное высказывание).

Обозначение функции:

- **$F = A \rightarrow B$**

Равносильность функции:

- **$F = \bar{A} + B$**

Таблица истинности функции импликации представлена таблицей 11.

Таблица 11 – таблица истинности импликации $F(A, B) = A \rightarrow B$

A	B	F
0	**0**	**1**
1	**0**	**0**
0	**1**	**1**
1	**1**	**1**

Примеры ЕГЭ.

Пример 1. Для какого числа X истинно высказывание:

$\neg ((x>3) \rightarrow (x>4))$

Варианты ответов:

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение.

Способ 1.

Поочередно подставляем значения x в высказывание:

1) ¬((1>3) →(1 >4)) = ¬(ложь →ложь) =

¬(истина) = ложь

2) ¬((2>3) →(2 >4)) = ¬(ложь →ложь) =

¬(истина) = ложь

3) ¬((3>3) →(3 >4)) = ¬(ложь →ложь) =

¬(истина) = ложь

4) ¬((4>3) →(3 >4)) = ¬(истина →ложь) =

¬(ложь) = истина

Ответ: 4

Способ 2.

По условию выражение ¬ ((x>3) →(x>4)) -

истина, значит (x>3) →(x>4) ложно.

Из определения импликации следует, что первое высказывание x>3 истинно, а второе x>4 - ложно.

Таким условиям удовлетворяет только **4.**

Пример 2. Для какого слова истинно высказывание:

¬(Первая буква слова согласная) →(Вторая буква слова гласная)

v (Последняя буква слова гласная)

Варианты ответов:

1)ГОРЕ 2) ОТВЕТ 3) КРЕСЛО 4) ПРИВЕТ

Ответ: 1), 2), 3)

Пример 3. Укажите, для какого слова истинно высказывание:

((Первая буква слова гласная) v (Пятая буква слова согласная)) → (Вторая буква слова гласная)

Варианты ответов:

1)АРБУЗ 2) ОТВЕТ 3) КРЕСЛО 4) ПРИВАЛ

Ответ:1), 2), 4)

Таблицы истинности

Пример задачи. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F

X	Y	Z	F
0	1	0	0
0	1	1	1
1	1	0	1

Варианты ответов:

1) ¬XvYvZ 2) X^ ¬Yv ¬Z 3) ¬X^Y^Z 4) Xv ¬ YvZ

Ответ: 4)

Упрощение логических выражений

Пример задачи. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению:¬(¬A^B) v ¬ C

Варианты ответов:

1) ¬A v B v¬ C 2) ¬A v ¬ B v¬ C 3) A v ¬ B v ¬ C 4) A v B v ¬ C

Решение. По правилу де Моргана ¬(¬A^B) v ¬ C= A v ¬ B v ¬ C, значит, **ответ**: **3)**

Тема: Логические задачи

Введение. Логические задачи решаются самыми разнообразными способами. Наиболее распространенными из них являются:

- **Метод рассуждений (с таблицами)**
- **Метод преобразования логических выражений**
- **Метод графов**

Логические задачи на занятии.

Задача 1. Решаем для примера разными вариантами.

Перед началом Турнира Четырех болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

A) Макс победит, Билл – второй;

B) Билл – третий, Ник – первый;

C) Макс – последний, а первый – Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Ник, Билл, Макс?

1) **Решение с помощью таблицы.**

Составляем следующую таблицу:

Участники	**Билл**	**Джон**	**Макс**	**Ник**
Болельщик A	**2**			
Болельщик B				**1**
Болельщик C			**4**	

Считаем, что А прав в первом (Б2), тогда В прав во втором (Н1), но тогда С прав во втором (М4). Джону остается 3 место, значит задача решена.

Ответ: НБДМ

2) **Решение с помощью логического уравнения.**

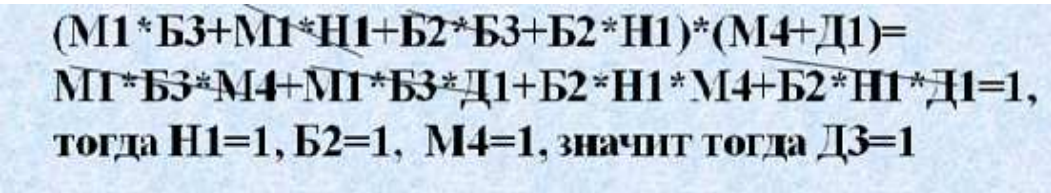
Обозначим: для А) М1, Б2; общее высказывание

М1+ Б2 =1для В) Б3, Н1; общее высказывание Б3+ Н1=1

для С) М4, Д1, общее высказывание М4+Д1=1

Конъюнкция всех высказываний истинна, т. е. (М1+ Б2)*(Б3+ Н1)*(М4+Д1)=1,

Решаем его, раскрывая скобки (см. рисунок):



Ответ: НБДМ

3) Решение методом графов.

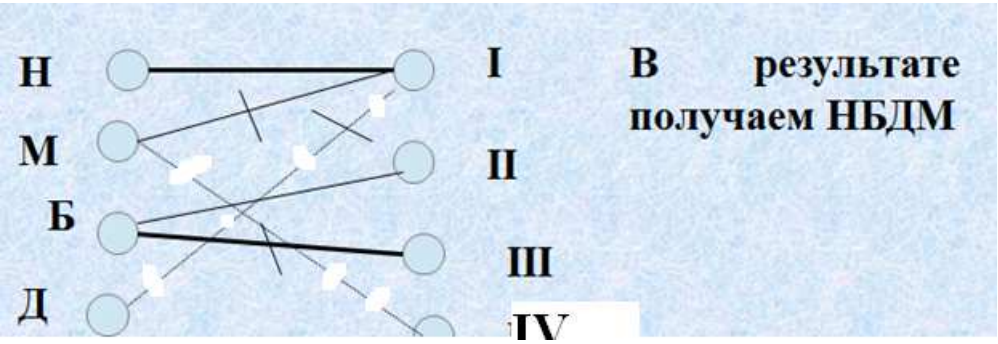
Построение графа с именами и местами (см. рисунок)

А) Макс победит, Билл – второй (тонкая сплошная линия);

В) Билл – третий, Ник – первый (толстая сплошная линия);

С) Макс – последний, а первый – Джон (пунктирная линия).

Неправильные линии зачеркнуты.



Решения данных задач представлены в приложении 2.

Задача 2. Беседуют трое друзей: Белокуров, Рыжов и Чернов.

Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой – брюнет, третий – рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии. Каков цвет волос у каждого из друзей?

Ответ: Белокуров - рыжий, Рыжов- брюнет, Чернов- блондин.

Задача 3. Воронов, Павлов, Левицкий и Сахаров – четыре талантливых молодых человека: танцор, художник, певец и писатель. О них известно следующее:

- Воронов и Левицкий сидели в зале консерватории, когда певец дебютировал в сольном концерте.
- Павлов и писатель вместе позировали художнику.
- писатель написал библиографическую повесть о Сахарове и собирается писать о Воронове.
- Воронов никогда не слышал о Левицком.

Кто из них кто по профессии?

Ответ: Воронов - танцор, Павлов- певец, Левицкий- писатель, Сахаров – художник.

Задача 4. В бюро переводов приняли на работу троих сотрудников: Ивана, Антона и Петра. Каждый из них знает ровно два иностранных языка из следующего набора: немецкий, японский, шведский, китайский, французский и греческий. Известно, что:

(1) Петр – самый высокий

(2) Переводчик с французского ниже ростом переводчика со шведского

(3) Переводчик со шведского, переводчик с французского и Антон родом из одного города

(4) Переводчик с японского, переводчик с китайского и Петр учились втроем в одном институте

(5) Антон не знает ни китайского, ни греческого.

Какие языки кто знает?

Ответ: Иван – китайский и французский, Антон - немецкий и японский, Петр – шведский и греческий.

Задача 5. Когда сломался компьютер, его хозяин сказал «Память не могла выйти из строя». Его сын предположил, что сгорел процессор, а винчестер исправен. Пришедший специалист по обслуживанию сказал, что, скорее всего, с процессором все в порядке, а память неисправна. В результате оказалось, что двое из них сказали все верно, а третий – все неверно. Что же сломалось? **Ответ: процессор.**

Задача 6 (Эйнштейна). На одной улице стоят в ряд 4 дома, в каждом из них живет по одному человеку. Их зовут Василий, Семен, Геннадий и Иван. Известно, что все они имеют разные профессии: скрипач, столяр, охотник и врач. Известно, что (1) Столяр живет правее охотника. (2) Врач живет левее охотника. (3) Скрипач живет с краю. (4) Скрипач живет рядом с врачом. (5) Семен не скрипач и не живет рядом со скрипачом. (6) Иван живет рядом с охотником. (7) Василий живет правее врача. (8) Василий живет через дом от Ивана. Определите, кто где живет.

Ответ: Василий - столяр, Семен - охотник, Геннадий - скрипач, Иван – врач.

Практическое занятие 7. Таблицы истинности. Нормальные формы логических выражений. Упрощение логических выражений. Решение логических задач с помощью таблиц истинности.

Введение. Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания.

Домашние задания занятия 8.

Задача 1.

Обозначим через *m&n* поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел *m* и *n*. Так, например, $14\&5 = 1110_2\&0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула $x\&25 \neq 0 \rightarrow (x\&17 = 0 \rightarrow x\&A \neq 0)$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение. Шаг 1. Переводим числовые данные в двоичную систему счисления: $25_{10}=11001_2$; $17_{10}=10001_2$.

Шаг 2. Введем обозначения: B= x&25 ≠ 0, ⌐ C= x&17 ≠ 0, D= x&A ≠ 0. Тогда логическое выражение преобразуется к виду: B → (⌐ C →D).

Шаг 3. Преобразуем B → (⌐ C →D)= ⌐ BV(⌐ ⌐ CVD)= ⌐BVCVD. Значит, выражение истинно, если хотя бы одна из дизъюнкций равна 1.

Шаг 4. Так как значение B ≠ 0, то ⌐B =0, значение x находим по конъюнкции x&25=(?????)&11001=00000, тогда x =00??0. Если ⌐ B=1, то тогда x =11??1

Шаг 5. Находим значение x при C= 0 по конъюнкции x&17=????? &10001=00000, тогда x=0???0. Но по условию ⌐C ≠ 0, и тогда x=1???1

Шаг 6. Считаем, что ¬B=0 и C=0, тогда D=1, а это может быть тогда, когда x имеет значения 01??0 (неизвестны только третий и четвертый разряды x).

Шаг 7. Если D=0, и так как конъюнкция x&A=01??0&?????=00000, то A=?0???. Однако по условию задачи D=1, и тогда A=?1???. Очевидно, что минимальное значение $A=1000_2=8_{10}$.

Ответ: 8

Задача 2.

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x1, x2, \ldots x6, y1, y2, \ldots y6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$(x1 \rightarrow (x2 \wedge y1)) \wedge (y1 \rightarrow y2) = 1$

$(x2 \rightarrow (x3 \wedge y2)) \wedge (y2 \rightarrow y3) = 1$

…

$(x5 \rightarrow (x6 \wedge y5)) \wedge (y5 \rightarrow y6) = 1$

$x6 \rightarrow y6 = 1$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x1, x2, \ldots x6, y1, y2, \ldots y6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Шаг 1. Решаем последнее уравнение: $x6 \rightarrow y6 = 1 = \neg x6 \vee y6$=F6.ю данные решения заносим в таблицу:

x6	y6	F6=¬ x6 V y6
0	0	1
	1	1
1	0	0
	1	1
Итого решений		3

Таким образом, нет решений при наборах *x*6 *y*6 (1,0)

Шаг 2. Решаем предпоследнее уравнение: (*x*5 → (*x*6 ∧ *y*5)) ∧ (*y*5 → *y*6) = 1 и заносим данные в таблицу:

*x*5	*x*6	*y*5	*y*6	F1= ⌐*x*5 V *x*6 ∧ *y*5	F2=F6	F= F1& F6
0	0	0	0	1	1	1
			1	1	1	1
		1	0	1	1	1
			1	1	1	1
	1	0	0	1	0	0
			1	1	1	1
		1	0	1	0	0
			1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0
			1	0	1	0
		1	0	0	0	0
			1	1	1	1
	1	0	0	0	1	0
			1	0	1	0
		1	0	1	0	0
			1	1	1	1
Итого решений						8

Шаг 3. Сравнения уравнений: решения последнего уравнения входят в состав предпоследнего, так как наборы *x*6 *y*6 (0, 0), (0,1), (1,1) входят в состав его решений.

Шаг 4. По аналогии решения уравнения *x*5*x6y5y6:* (0,0,0,0), (0,0,0,0,1),(0,0,1,0), (0,0,1,1), (0,1,0,1), (0,1,1,1), (1,0,1,1),(1,1,1,1).

Шаг 5. Сравнения уравнений: решения уравнения *x4x5y4y5:* (0,0,0,0), (0,0,0,0,1),(0,0,1,0), (0,0,1,1), (0,1,0,1), (0,1,1,1), (1,0,1,1),(1,1,1,1) сравниваем с *x*5*x6y5y6:* (0,0,0,0), (0,0,0,0,1),(0,0,1,0), (0,0,1,1), (0,1,0,1), (0,1,1,1), (1,0,1,1),(1,1,1,1): совпадают (0,0,0,0), (0,0,0,0,1), (0,0,1,1), (1,1,1,1) получаем 4 решения.

Шаги 6, 7, 8. Решения уравнения *x3x4y3y4:* 4 решения. Решения уравнения *x2x3y2y3:* 3 решения. Решения уравнения *x1x2y1y2: 2* решения.

Итого: 2+3+4+8 = **17 решений**

Задача 3.

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	**Найдено страниц (в сотнях тысяч)**
Бабочка	22
Гусеница	40
Трактор	28
Бабочка & Гусеница	20
Трактор & Гусеница	16
Трактор & Бабочка	0

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Трактор | Бабочка | Гусеница*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

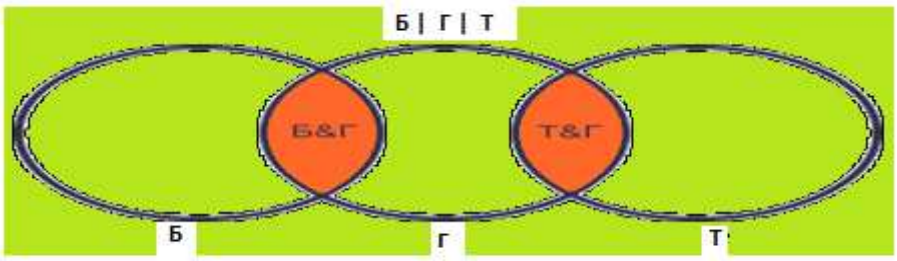
Общий алгоритм решения использует так называемые круги Эйлера.

Решение.

Шаг 1. Вводим обозначения: Б – Бабочки, Г – Гусеницы, Т- Тракторы.

Шаг 2. Перепишем исходные данные: Б=22, Г=40, Т=28, Б&Г=20, Т&Г=16, Т&Б=0, тогда Б|Г|Т=х (неизвестно)

Шаг 3. Представим задачу в виде кругов Эйлера (см. рисунок):



Шаг 4. Согласно чертежу, находим неизвестное x:

Б|Г|Т=Б+Г+Т-Б&Г-Т&Г-Т&Б=22+40+28-20-16-0=54

Ответ: 54

Задача 4.

Сколько различных решений имеет уравнение ((K ∨ L) –> (L ∧ M ∧ N)) = 0, где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Алгоритм использует свойства импликации.

Решение.

Шаг 1. Обозначим F1= K ∨ L и F2=L ∧ M ∧ N (F1 →F2)

Шаг 2. Так как импликация равна 0 при F1= 1 и F2 = 0, то данное условие выполняется при следующих наборах:

1) K=1, L=0 и следующих наборах M и N: (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) - 4 набора
2) K=0, L=1 и следующих наборах M и N: (0,0), (0,1), (1,0) - 3 набора
3) K=1, L=1 и следующих наборах M и N: (0,0), (0,1), (1,0) - 3 набора

Шаг 3. Вычисляем сумму: 4+3+3=10 наборов

Ответ: 10 наборов

Задача 5.

Документ объёмом 16 Мбайт можно передать с одного компьютера на другой двумя способами.

А. Сжать архиватором, передать архив по каналу связи, распаковать.

Б. Передать по каналу связи без использования архиватора.

Какой способ быстрее и насколько, если: средняя скорость передачи данных по каналу связи составляет 221 бит в секунду; объём сжатого архиватором документа равен 25% исходного; время, требуемое на сжатие документа, – 12 секунд, на распаковку –3 секунды?

В ответе напишите букву А, если быстрее способ А, или Б, если быстрее способ Б. Сразу после буквы напишите число, обозначающее, на сколько секунд один способ быстрее другого.

Так, например, если способ Б быстрее способа А на 23 секунды, в ответе нужно написать Б23. Единицы измерения «секунд», «сек.», «с.» к ответу добавлять не нужно.

Решение.

Шаг 1. Определить время передачи файла по способу А:

$t_A = Q/V = 16*2^{10}*2^{10}*8/2^{21}=64$ с.

Шаг 2. Определить время передачи файла по способу Б:

1) Объем сжатого файла составляет 16*25%= 4 Мбайт, тогда время передачи данного файла 25% t_A =16 с.
2) Общее время движения файла определяется суммированием времени передачи, его упаковки и распаковки:

$t_Б$ =16 +12 +3 =31 с. –отсюда данный способ быстрее.

Шаг 3. Определить, насколько способ Б быстрее А как разницу времен: 64-31=33с.

Ответ: Б33

Задача 6.

Даны три числа в различных системах счисления A=21_{10}, =12_{16}, =31_{8}. Переведите их в двоичную систему счисления и выполните поразрядно логические операции AvB&¬C. Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Решение.

Шаг 1. Перевести исходные данные в двоичную систему счисления:

A=21_{10} =10101_{2}, B =12_{16}=10010_{2}, C=31_{8} =11001_{2}

Шаг 2. Выполнить последовательно логические операции согласно выражению: AvB&¬C

1) ¬C=00110, 2) B&¬C=10, 3) AvB&¬C=10111

Шаг 3. Перевести полученное число в десятичную систему счисления: 10111_{2} = 23_{10}

Ответ: 23

Задача 7.

Имена Иванова, Петрова, Семенова и Николаева — Иван, Петр, Семен и Николай, причем только у Николаева имя совпадает с фамилией, т. е. его зовут Николай. Семенова зовут не Петром. Определить фамилию и имя каждого человека.

Решение. Шаг 1. По условию задачи составить таблицу:

Фамилия Иванов Петров Семенов Николаев

Имя не Петр Николай

Шаг 2. Из таблицы следует, что Семенов может быть только Иваном, Иванов – Петром, а Петров – Семеном**.**

Ответ: Иванов Петр, Петров Семен, Семенов Иван

Задача 8.

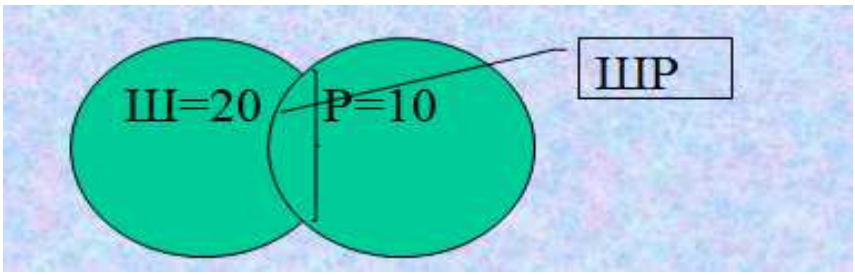
В классе 25 учеников, и все из них являются читателями школьной и районных библиотек. При этом 20 из них берут книги в школьной библиотеке, а 10 – в районной библиотеке. Сколько из них не являются читателями школьной библиотеки?

Решение (с использованием кругов Эйлера).

Шаг 1. Вводим обозначения: Ш – читатели школьной библиотеки, Р – читатели районной библиотеки, Ч(Ш,Р) - читатели всех библиотек.

Шаг 2. Перепишем исходные данные: Ч=25, Ш=20, Р=10, тогда ¬Ш=х?

Шаг 3. Представим задачу в виде кругов Эйлера



Шаг 4. Решаем уравнение: ¬Ш=Ч-Р=25-20=5

Ответ: 5

Лекция (по материалам презентации).

Тема: Таблицы истинности.

Введение.

Таблица истинности — это таблица, описывающая логическую функцию.

При построении таблиц истинности целесообразно придерживаться следующего алгоритма действий:

1. Сначала определяют количество строк в таблице истинности. Количество строк будет равно 2^n, (где n - количество логических переменных) плюс строка заголовка.

2. Далее определяют количество столбцов в таблице истинности, оно равно количеству логических переменных плюс количество логических операций.

3. Затем строится таблица истинности с указанным количеством строк и столбцов, столбцы подписываются, в таблицу вносятся всевозможные наборы значений исходных логических переменных.

4. И, наконец, выполняются необходимые логические операции, таблица истинности заполняется по столбцам.

Существует обратная задача: построение логической функции по ее таблице истинности.

Построение логической функции по ее таблице истинности. Правило:

1. Выделить в таблице истинности те строки, в которых значение функции равно 1.

2. Выписать искомую формулу в виде дизъюнкции нескольких логических элементов. Число этих элементов равно числу выделенных строк.

3. Каждый логический элемент в этой дизъюнкции записать в виде конъюнкции аргументов функции.

4. Если значение какого-либо аргумента функции в соответствующей строке таблице равно 0, то этот аргумент взять с отрицанием.

Пример (см. таблицу истинности).

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

1. В первой и третьей строках таблицы истинности значение функции равно 1.

2. Так как строки две, получаем дизъюнкцию двух элементов: ( ) V ( ).

3. Каждый логический элемент в этой дизъюнкции запишем в виде конъюнкции аргументов функции X и Y: (X & Y) V (X & Y).

4. Берем аргумент с отрицанием, если его значение в соответствующей строке таблицы равно 0, и получаем искомую функцию:

Z (X, Y) =(¬ X & ¬Y) V (X & ¬Y).

Совершенные нормальные формы записи логических функций

По таблице истинности определяется логическая функция. Например: таблица истинности имеет вид:

x1	x2	x3	y
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	0
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

Методы решений

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) – запись дизъюнкции всех конъюнктивных элементов, при которых значение функции равно единице. Если в наборе значение аргумента равно 0, то в дизъюнкцию входит его инверсия.

Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ)– запись конъюнкции всех элементов, при которых значение функции

равно нулю. Если в наборе значение аргумента равно 1, то в конъюнкцию входит его инверсия.

В данном примере СДНФ равно:

y = x1*⌐x2*⌐x3 + x1*⌐x2*x3 + x1*x2*x3

В данном примере СКНФ равно:

y = (x1+x2+x3) * (⌐x1+⌐x2+x3) * (x1+x2+⌐x3) * (x1+⌐x2+⌐x3)

Для минимизации логических функций используют методы:

- **Квайна (склейки и поглощения);**
- **Карты (диаграммы) Вейча;**
- **Карты Карно.**

Примеры, решаемые на занятии

Пример 1. Построить таблицу истинности логической функции трех переменных F(x_1, x_2, x_3) и определить номера наборов, на которых функция равна 0. Решения приведены в приложении 2.

а) ⌐x1*x2*⌐x3 + ⌐x1*⌐x2*x3

б) ⌐x1* x3 + ⌐x2*⌐ x3 + x1*⌐ x2

Пример 2. Заданы логические функции:

F1 = x1*x2*⌐x3 V ⌐x1*⌐x2*x3

и F2 = ⌐(x1*x2 V ⌐x2*⌐x3)* ⌐(x1*⌐x2 V x1*x3 V x2*x3)

Проверьте, являются ль данные функции тождественными.

Задачи на таблицы.

Задача «Кто утаил клад?» с решением.

Разбирается дело Ленчика, Пончика и Батончика. Кто-то из них нашел и утаил клад. На следствии каждый из них сделал два заявления:

- **Батончик: Я не делал этого. Пончик сделал это.**
- **Ленчик: Пончик не виновен. Батончик сделал это.**

- **Пончик: Я не делал этого. Ленчик не делал этого.**
  Суд установил, что один из них дважды солгал, другой дважды сказал правду, третий – один раз солгал, один раз сказал правду. Кто утаил клад?

Решение. Введём обозначения: Б –клад утаил Батончик, П - клад утаил Пончик, Л - клад утаил Лёнчик. Тогда заявление Батончика- ¬Б, П, заявление Ленчика - ¬П, Б, заявление Пончика - ¬П, ¬Л. При таких вариантах получаем следующие высказывания, которые заносим в таблицу:

Возможные варианты			Высказывания Батончика		Высказывания Лёнчика		Высказывания Пончика		Соответствие условию задачи
Б	Л	П	¬Б	П	¬П	Б	¬П	¬Л	
1	0	0	0	0	1	1	1	1	-
0	0	1	1	1	0	0	0	1	+
0	1	0	1	0	1	0	1	0	-

В первом варианте один солгал дважды, а двое сказали правду дважды, что не соответствует условию задачи.

В третьем варианте все один раз сказали правду и один раз солгали, что также не соответствует условию задачи.

Во втором варианте один дважды солгал, другой дважды сказал правду, а третий один раз сказал правду, а один раз солгал, что соответствует условию задачи.

Следовательно, клад утаил **Пончик.**

Решения следующих задач представлены в приложении 2.

Задача 1. Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Коля, Саша и Миша, но не знает, кто из них правдив, а кто – нет. Однажды все трое прогуляли урок астрономии. Директор знает, что никогда раньше никто из них не прогуливал астрономию. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Коля сказал: «Я всегда прогуливаю астрономию. Не верьте тому, что скажет Саша». Саша сказал: «Это был мой первый прогул этого предмета». Миша сказал: «Все, что говорит Коля, – правда». Директор понял, кто из них кто. Расположите первые буквы имен мальчиков в порядке: «говорит всегда правду», «всегда лжет», «говорит правду через раз» (Пример: если бы имена мальчиков были Рома, Толя и Вася, ответ мог бы быть: РТВ).

Задача 2. Мама, прибежавшая на звон разбившейся вазы, застала всех трех своих сыновей в совершенно невинных позах: Саша, Ваня и Коля делали вид, что происшедшее к ним не относится. Однако футбольный мяч среди осколков явно говорил об обратном.

– Кто это сделал? – спросила мама.

– Коля не бил по мячу, – сказал Саша. – Это сделал Ваня.

Ваня ответил: – Разбил Коля, Саша не играл в футбол дома.

– Так я и знала, что вы друг на дружку сваливать будете, рассердилась мама. Ну, а ты что скажешь? – спросила она Колю.

– Не сердись, мамочка! Я знаю, что Ваня не мог этого сделать. А я сегодня еще не сделал уроки, – сказал Коля.

Оказалось, что один из мальчиков оба раза солгал, а двое в каждом из своих заявлений говорили правду. Кто разбил вазу?

Общий алгоритм решения систем уравнений:

1. По возможности упростить логическое уравнение.

2. Определить последовательность решения уравнений в системе, так как в большинстве случаев идет последовательное решение уравнений сверху вниз (как они расположены в системе), но иногда проще начать решать снизу вверх.

3. Построить таблицу переменных, где задать начальные значения первой переменной (или последней).

4. Последовательно прописать возможные варианты следующей переменной при каждом значении первой.

5. После решения предыдущего уравнения, переходя на последующее, обязательно обращать внимание: какие переменные используются в предыдущем и последующем уравнении, так как полученные при решении в предыдущих уравнениях значения переменных переходят как варианты для следующих уравнений.

6. Обращать внимание на получаемые количества решения при переходе к следующей переменной, т. к. может быть выявлена закономерность в увеличении решений.

Практическое занятие 8. Логика и алгоритмы. Повторение.

Введение. Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания.

Домашние задания занятия 9.

Задача 1. «Кто виноват?» По обвинению в ограблении перед судом предстали Иванов, Петров, Сидоров. Следствием установлено:

Если Иванов невиновен или Петров виновен, то Сидоров виновен.

Если Иванов невиновен, то Сидоров невиновен. Виновен ли Иванов?

Решение.

Шаг 1. Обозначим: И - Иванов, П - Петров, С –Сидоров

Шаг 2. Используя логические функции, составим уравнения:

(⌐И V П)→ С – первое условие, ⌐И → ⌐ С – второе условие.

Шаг 3. Объединяем данные функции конъюнкцией:

((⌐И V П)→ С)^(⌐И → ⌐ С) =(⌐(⌐И V П) V С) ^(И V ⌐ С)= (И ^ ⌐ П V С) ^(И V ⌐ С)= И ^ ⌐ П V И ^ ⌐ П^ ⌐ С V И^ С V С ^ ⌐ С

Шаг 4. Проверяем полученное выражение на истинность:

И ^ ⌐ П=1 (Иванов –виновен, Петров - невиновен),

И ^ ⌐ П^ ⌐ С=1 (Иванов –виновен, Петров –невиновен, Сидоров невиновен), И^ С =0 (противоречие первому условию), С ^ ⌐ С=0, значит: **Иванов виновен.**

Ответ: Иванов

Примечание: задачу можно решить составлением таблицы истинности.

Задача 2. В приведенном ниже фрагменте алгоритма, записанном на алгоритмическом языке, переменные *a, b, c* имеют тип «строка», а переменные *i, k* – тип «целое». Используются следующие функции:

Длина (*a*) – возвращает количество символов в строке *a.* (Тип «целое»), Извлечь (*a, i*) – возвращает *i*-тый (слева) символ в строке *a.* (Тип «строка»), Склеить (*a, b*) – возвращает строку, в которой записаны сначала все символы строки *a*, а затем все символы строки *b.* (Тип «строка»). Значения строк записываются в одинарных кавычках (Например, *a* := _дом‘).

Фрагмент алгоритма: ***i* := Длина (*a*); *k* := 2; *b* := _А‘**

пока *i* > 0 нц *c* := Извлечь (*a, i*); *b* := Склеить (*b, c*); *i* := *i* – *k* кц

***b* := Склеить (*b*, _Т‘).** Какое значение будет у переменной *b* после выполнения вышеприведенного фрагмента алгоритма, если значение **переменной *a* было ПОЕЗД‘?**

Общий алгоритм решения таких задач предполагает создание вычислительной таблицы, имитирующей вычисление программы на компьютере.

Решение. Данная вычислительная таблица и процесс вычисления представлены в таблице:

Исходные данные	a=ПОЕЗД’	i=5 (i := i – k)	k=2	c:=Пусто	b:=А
Цикл Пока *i* > 0					
Шаг 1	a:=ПОЕЗД’	i := 5	k=2	c:=Д	b:=АД
Шаг 2	a:=ПОЕЗД’	i :=5-2=3	k=2	c:=Е	b:=АДЕ
Шаг 3	a:=ПОЕЗД’	i :=3-2=1	k=2	c:=П	b:=АДЕП
Шаг 4	a=ПОЕЗД’	i :=1-2=-1	Цикл закончен при *i* < 0		b:=АДЕП
Шаг 5					b:=АДЕПТ’

Ответ: АДЕПТ

Задача 3. Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, y1, y2, y3, y4, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

(x1 → x2) ∧ (x2 → x3) ∧ (x3 → x4) = 1

(¬y1 ∨ y2) ∧ (¬y2 ∨ y3) ∧ (¬y3 ∨ y4) = 1

(y1 → x1) ∧ (y2 → x2) ∧ (y3 → x3) ∧ (y4 → x4) = 1

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, x3, x4, y1, y2 y3, y4, при которых выполнена данная система равенств.

В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Шаг 1. Анализ системы уравнений:

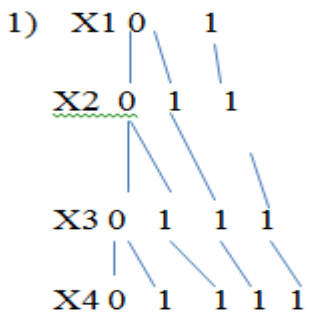
(1) (x1 → x2) ∧ (x2 → x3) ∧ (x3 → x4) = 1- принимаем за исходное.

(2) Преобразуем (¬y1 ∨ y2) ∧ (¬y2 ∨ y3) ∧ (¬y3 ∨ y4) = (y1 → y2) ∧ (y2 →y3) ∧ (y3 → y4) = 1

(3) (y1 → x1) ∧ (y2 → x2) ∧ (y3 → x3) ∧ (y4 → x4) = 1 - оставляем как исходное.

Все три уравнения представляют собой конъюнкцию импликат, которые в данном случае должны быть одновременно равны 1.

Шаг 2. Очевидно, что для импликаты двух переменных, например, (x1 → x2) истинное значение 1 она принимает при наборах (0,0), (0,1) и (1,1), т. е. имеет три решения. Тогда для (1) находим решения с помощью метода ветвей:



Очевидно, что уравнение (1) имеет пять решений при наборах (0,0,0,0), (0,0,0,1), (0,0,1,1), (0,1,1,1), (1,1,1,1).

Шаг 3. Очевидно, что уравнение (2) имеет пять решений при наборах (0,0,0,0), (0,0,0,1), (0,0,1,1), (0,1,1,1), (1,1,1,1).

Для наглядности построим таблицы истинности для (1) и (2):

x1	x2	x3	x4		y1	y2	y3	y4
0	0	0	0		0	0	0	0
0	0	0	1		0	0	0	1
0	0	1	1		0	0	1	1
0	1	1	1		0	1	1	1
1	1	1	1		1	1	1	1

Шаг 4. Уравнение (3): импликаты данного уравнения имеют вид y → x, значит, представляют собой наборы переменных с нулевого до единичного с последовательным передвижением единиц от x4 до x1 (справа налево) и далее от y1 до y4 (слева направо). Таблица истинности имеет вид:

x1	x2	x3	x4	y1	y2	y3	y4
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Таблица истинности показывает 9 решений.

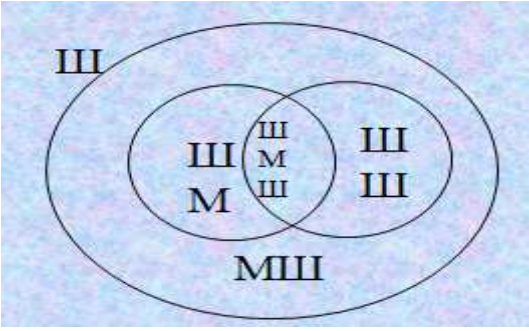
Ответ: 9 решений

Задача 4. В группе имеется 22 студента; 10 из них умеют играть в шахматы, 8 — в шашки; и в шахматы, и в шашки играют 3 студента. Сколько студентов не умеет играть ни в шахматы, ни в шашки?

Решение. Используем круги Эйлера

Шаг 1. Вводим обозначение: число студентов, играющих в шахматы: ШМ, число студентов, играющих в шашки: ШШ, число студентов, играющих в шахматы и шашки: ШМШ, общее число студентов - Ш, число студентов, не умеющих играть – МШ

Шаг 2. Строим круги Эйлера:



Шаг 3. Определяем МШ по формуле: МШ=Ш-ШМ-ШШ+ШМШ=22-10-8+3=7

Ответ: 7 **студентов**

Задача 5. В одном купе. Поезд приближался к Байкалу. В купе одного из вагонов собралось несколько человек - 4 юноши и 2 девушки. Они направлялись на строительство нового города, про который им много рассказывал уже побывавший там Богданов. Москвич Смелов ехал в Сибирь впервые. Он, как и Суров, оказался большим любителем шахмат. Одна из девушек - Нина - ехала на стройку после окончания техникума. Она была женой Валентина. У другой девушки фамилия была точно такая же, как у Михаила, а имя - такое же, как у Сурова. Лазарев и Суров были из Ленинграда, а Василий - из Ярославля. В фамилии Валентина три гласных буквы, а Валерий очень любит музыку. Попробуйте установить имена и фамилии будущих новоселов.

Решение. Не используя формализацию по условиям задачи составляем следующую таблицу:

	Юноши				Девушки	
Фамилии	Богданов	Смелов	Лазарев	Суров	Лазарева	Смелова
Город	Ярославль	Москва	Ленинград	Ленинград		
			не Василий	не Василий	жена Валентина	Фамилия, как у Михаила, имя, как у Сурова
Фамилия Валентина 3 гласных	Валентин?		Валентин?	не Михаил		Валентина? Валерия?
Итого: Имена	Василий	Михаил	Валентин	Валерий	Нина	Валерия

Рассуждения при заполнении таблицы: В фамилии Валентина три гласных буквы, значит, его фамилия может быть Богдановым или Лазаревым. Лазарев и Суров были из Ленинграда, а Василий - из Ярославля, поэтому его фамилия была Богданов. Тогда Лазарев был Валентином, и девушка Нина носила, как его жена, фамилию Лазарева. У другой девушки фамилия была точно такая же, как у Михаила, а имя - такое же, как у Сурова, поэтому Суров не был Михаилом, его, как вторую девушку, звали Валерием, а Михаил из Москвы носил фамилию Смелов.

Ответ: Василий Богданов, Михаил Смелов, Валентин Лазарев, Валерий Суров, Нина Лазарева, Валерия Смелова.

Задача 6. В состав жюри входят три человека. Решение принимается, если за него голосует председатель жюри, поддержанный хотя бы одним из членов жюри. В противном случае решение не принимается. Постройте логическую функцию, формализующую процесс принятия решения.

Решение.

Шаг 1. Введем обозначение Р - председатель жюри, M_1 и M_2 – члены жюри.

Шаг 2. Так как логическая переменная Р принимает значение 1, когда председатель жюри голосует «за» принятие решения. Переменные M_1 и M_2 представляют мнение членов жюри.

Логическая функция, задающая принятие положительного решения может быть записана так: **$P*(M_1 \vee M_2)=1$**

Задача 7. Строки (цепочки символов латинских букв) создаются по следующему правилу. Первая строка состоит из одного символа – латинской буквы «А». Каждая из последующих цепочек создается такими действиями: в очередную строку сначала записывается буква, чей порядковый номер в алфавите соответствует номеру строки (на i-м шаге пишется «**i**»-я буква алфавита), к ней справа дважды подряд приписывается предыдущая строка.

Вот первые 4 строки, созданные по этому правилу:

(1) A

(2) BAA

(3) CBAABAA

(4) DCBAABAACBAABAA

Латинский алфавит (для справки):

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ. Запишите семь символов подряд, стоящие в восьмой строке со **126-го по 132-е мес**то (считая слева направо)

Общий алгоритм и решение.

Шаг 1. Подсчитываем количество символов, представленных в первых 4 строках: **(1) A =1, (2) BAA =3, (3) CBAABAA =7, (4)**

DCBAABAACBAABAA =15. Таким образом, количество символов определяется по формуле:

$N_i=2^i-1$, где i-шаг.

Шаг 2. Обозначим 4-ю строку символов как () = **DCBAABAACBAABAA**

Шаг 3. Представим следующие строки символов согласно обозначению (): (5) E()()=31, (6) FE()()E()()=63, (7) GFE()()E()()FE()()E()()=127, (8) HGFE()()E()()GFE()()E()()=255

Шаг 4. Определим, какие символы стоят с **126-го по 132-е мес**то:

(8)HGFE()()E()()$G_{129}F_{130}E_{132}$()()E()() – согласно формуле, они находятся где-то посередине, причем, G-129, F-130, E-131. Остальные символы находятся в (): D-132, B -126, так как A-127, A-128.

Шаг 5. Формируем ответ**: BAAGFED**

Ответ: BAAGFED

Задача 8. В телеконференции учителей физико-математических школ принимают участие 100 учителей. Среди них есть учителя математики (М), физики (Ф) и информатики (И). Учителя имеют разный уровень квалификации: каждый учитель либо не имеет категории вообще (без категории – БК), либо имеет II, I или высшую (ВК) квалификационную категорию. На диаграмме 1 отражено количество учителей с различным уровнем квалификации, а на диаграмме 2 – распределение учителей по предметам.

Имеются 4 утверждения:

А) Все учителя I категории могут являться учителями математики.

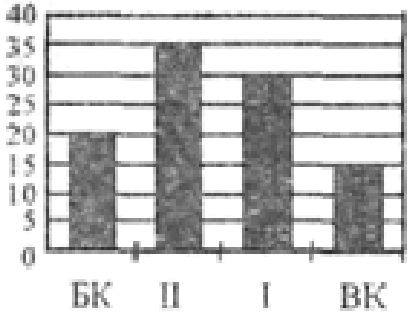
Б) Все учителя I категории могут являться учителями физики.

В) Все учителя информатики могут иметь высшую категорию.

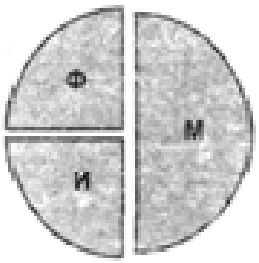
Г) Все учителя математики могут иметь II категорию.

Какое из этих утверждений следует из анализа обеих представленных диаграмм?

1)



2)



Решение.

Шаг 1. Анализируем диаграмму 2), из которой видно, что:

- учителей математики М -50 человек,

-учителей физики Ф и информатики И – по 25 человек

Шаг 2. Анализируем диаграмму 1), из которой видно, что они имеют: без категории БК – 20 человек, II - 35 , I - 30 , высшую (ВК) квалификационную категорию – 15.

Шаг 3. Анализируем утверждения:

А) Все учителя I категории могут являться учителями математики.

50 > 30 – неверно.

Б) Все учителя I категории могут являться учителями физики.

25<30 - верно

В) Все учителя информатики могут иметь высшую категорию.

25>15 - неверно

Г) Все учителя математики могут иметь II категорию.

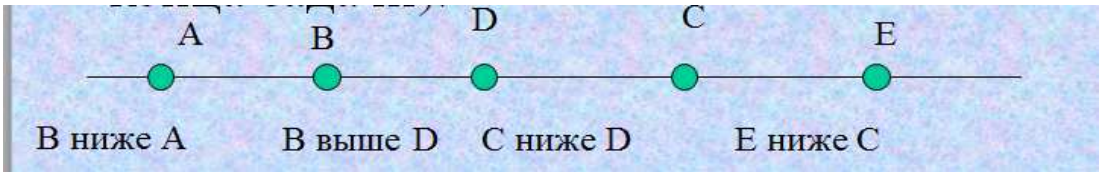
50>35 – неверно.

Ответ: Б)

Задача 9. В футбольном турнире участвовало 5 команд A, B, C, D, E, и в финале оказалось, что его результаты таковы: C ниже D; B выше D; B ниже A; E ниже C. Второе место заняла команда…

Решение. Без формализации.

Строим числовую ось и расставляем названия команд, согласно условиям (с конца задачи):



Ответ: второе место заняла команда B

Задача 10. Имеется исполнитель Кузнечик, который живет на числовой оси. Система команд Кузнечика: —Вперед N (Кузнечик прыгает вперед на N единиц); —Назад M (Кузнечик прыгает назад на M единиц). Переменные N и M могут принимать любые целые положительные значения. Известно, что Кузнечик выполнил программу из 50 команд, в которой команд —Назад 2 на 12 больше, чем команд —Вперед 3. Других команд в программе не было. На какую одну команду можно заменить эту программу, чтобы Кузнечик оказался в той же точке, что и после выполнения программы?

Решение.

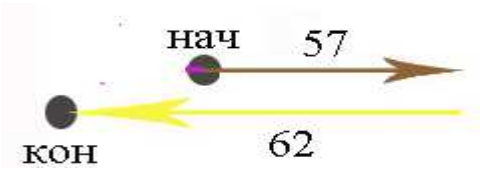
Шаг 1. Введем обозначения:

x - "Назад 2", y - "Вперед 3".

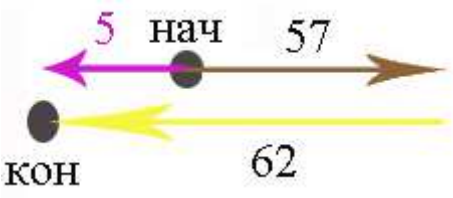
Шаг 2. Исходя из условий и введенных обозначений, получим систему уравнений: x=y+12; x + y=50

Решениями данной системы являются: x=31, y=19

Шаг 3. Определим, на сколько клеток переместился исполнитель Кузнечик: 19*3=57 клеток вперед, 31*2=62 клетки назад (см. рисунок).



Шаг 4. Из рисунка видно, чтобы попасть из начальной клетки в конечную, нужно переместиться назад на 62−57=5 клетки.



Ответ: «Назад 5»

Лекционный материал по презентации.

Тема: Эквивалентность

Введение.

Логическая равнозначность - эквиваленция (или **эквивалентность**) — сложное логическое выражение, которое является истинным тогда, когда оба простых логических выражения имеют одинаковую истинность. Образуется соединением двух логических выражений с помощью оборотов «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «...равносильно...». Нельзя эквиваленцию как логическую операцию с эквивалентностью заменить бинарным отношением.

Определение. Эквивалентность (логическая равнозначность) - сложное логическое выражение, которое является истинным тогда и только тогда, когда оба простых логических выражения имеют одинаковую истинность.

Суть: эквивалентность ложна только тогда, когда выражения разные.

Пример. Любое деяние следует рассматривать как преступное в том, и только в том, случае, если оно общественно опасно и противоправно.

Обозначение функции:

F = = A↔B = A ~ B = A ≈B = A ≡B

Равносильность функции:

F = A^B v ⌐A^ ⌐B =(⌐A v B)^(A v ⌐B)

Иначе F называют двойной импликацией

Эквивалентность представлена таблицей 12.

Таблица 12 - Таблица истинности функции эквивалентности F = =A↔B

A	**B**	**F**
0	**0**	**1**
1	**0**	**0**
0	**1**	**0**
1	**1**	**1**

Примеры (решения см. в приложении 2).

1. Дано сложное высказывание: «Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел». Преобразовать к логической формуле.
2. Дано сложное высказывание: «День сменяет ночь тогда и только тогда, когда солнце скрывается за горизонтом». Преобразовать к логической формуле.

Пример ЕГЭ.

Дана система уравнений:

$(Y_1 \equiv Y_2) = 1$

$(Y_2 \equiv Y_3) = 1$

$(Y_3 \equiv Y_4) = 1$

$(Y_4 \equiv Y_5) = 1$

Найти количество решений этой системы относительно независимых переменных $Y_1 \ldots Y_5$

Решение. Так как логическая операция эквивалентности имеет для переменных вид, представленный на рисунке 11, то приходим к выводу, что система имеет всего два решения относительно переменных Y_1 … Y_5: все нули и все единицы.

Ответ: 2 решения.

Рисунок 11 – Решение системы логических уравнений методом дерева.

Правило. Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении.

1. **Инверсия;**
2. **Конъюнкция;**
3. **Дизъюнкция;**
4. **Импликация;**
5. **Эквивалентность.**

Повторение. Вопросы.

1. Постройте таблицы истинности для логических функций двух переменных: а)дизъюнкции б) конъюнкции в) импликации г) эквиваленции

2. В качестве сложных логических выражений для двух переменных A и B на практике используют неравнозначность (сложение по

модулю 2, исключающее ИЛИ) – F=$A \oplus B$, которая имеет соответствующие таблицы истинности. Напишите для них логические формулы.

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3. Напишите правила де Моргана для: а)дизъюнкции б) конъюнкции

4. Напишите основные формулы по основным теоремам (законам) алгебры логики для одной, двух и нескольким переменных.

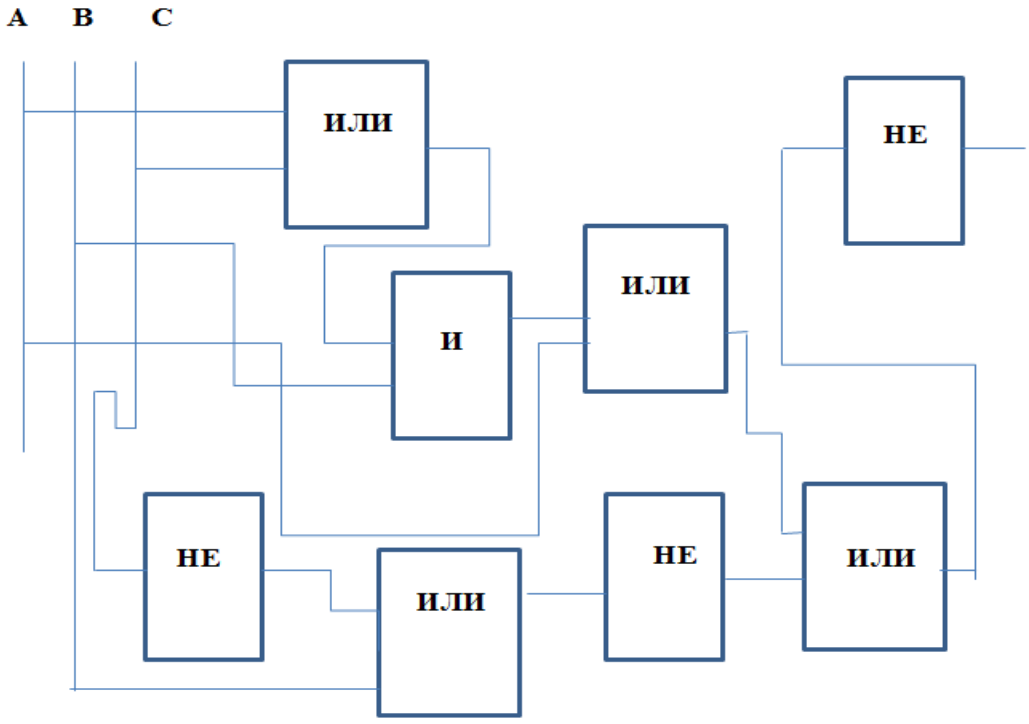
Практическое занятие 9. Логические основы устройств ПК.

Введение. Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания.

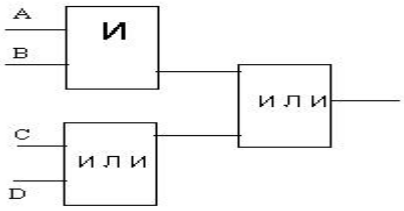
Домашние задания занятия 10.

Задача 1. Значения A=1; B=0; C=1. Найти: не (A или B и (A или C) или не (B или не C)) и построить логическую схему.

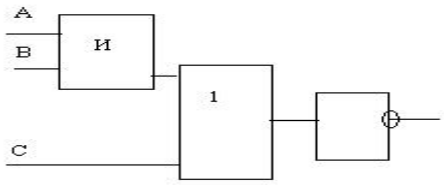
Решение. Построим логическую схему, и с помощью схемы в результате получится логический ноль – «ложно».



Задача 2. Запишите формулы, соответствующие логическим схемам. Постройте таблицы истинности для формул:



А)



Б)

Решение. А) A и B или (C или D) Б) $\overline{A \& B \vee C}$

Таблицы истинности: А)

A	B	C	D	A и B или (C или D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Б)

A	B	C	¬(A & B v C)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Задача 3. Специализированный компьютер выполняет поразрядные операции над сумматором и регистрами от A до Z и имеет СКИ (систему команд исполнителя) из следующих команд:

A? – ввод данных в регистр A, A! - вывод данных из регистра A,

A - переслать данные из сумматора в регистр A, A*B – сохранение без изменений единичных разрядов регистра A, соответствующие нулевым разрядам регистра B при инвертировании остальных разрядов в регистре A.

Записать программу нахождения логического умножения A на B (с выводом из регистра A).

Шаг 1. В специализированном компьютере все вычисления по умолчанию проходят через операцию суммирования в сумматоре. Так как конечные ответы не зависят от конкретных значений A, B, примем их, например, как A = 0011, B = 0101. Отметим, что в МП выполнение операции, например, B*A, влечет за собой изменение значения регистра B.

Шаг 2. При замене операции умножения сложением используем закон де Моргана, при котором ¬ (A● B) = ¬ A +¬ B. Находим, что операция A* A= ¬A, так как по условию нужно сохранить без изменения единичные регистра A, соответствующие нулевым разрядам регистра B, остальные разряды регистра A инвертировать. Например, A*A=1100 при A = 0011.

Шаг 3. По представленным командам опишем последовательность команд. Команды ввода данных в регистры A и B (A?B?) автоматически осуществляют сложение A+B. Необходимо обнулить значение в сумматоре в вспомогательном регистре F.

Шаг 4. Весь набор команд представим с помощью следующей таблицы:

команда	Значение в регистрах	Значения в сумматоре
A?	A - 0011	
B?	B- 0101	1000 (A+B)
F	1000 (A+B)	1000
F*F	0111	1111
F	1111	1111
F*F	0000	0000
A*A	1100	1100
B*B	1010	1110
A	1110	1110
A*A	0001	0001
A!	0001	

Шаг 5. Так как в нашем примере A● B=0001, то окончательно формируем программу:

Ответ: A?B?FF*FA*AB*BAA*AA!

Лекционный материал по презентации.

Лекция. Тема: Логические основы устройств ПК

Введение. Перечень логических задач по основам ПК:

1. Формализация логических схем (прямая и обратная задача)

2. Информационные процессы во внутренних устройствах компьютера

Логические схемы

Определение. Логические схемы - отображения в наглядной графической форме последовательности выполнения операций при вычислении логических формул.

Входящие слева линии и цифры около них обозначают значения операндов, линия справа и соответствующая цифра - результат операции (значение на выходе логических элементов). 1 - это логическая единица (истина), 0 - логический ноль (ложь).

Сложные цифровые логические устройства, входящие в состав компьютера, состоят из ряда элементарных логических элементов, построенных на базе средств электронной техники.

При производстве этих электронных логических элементов используют различные технологии и схемотехнические решения: ДТЛ (диодно-транзисторная логика), ТТЛ (транзисторно-транзисторная логика), ЭСЛ (эмиттерно-связанная логика), технологии, основанные на использовании полевых транзисторов, и т. д.

Логические элементы позволяют реализовать любую логическую функцию.

Входные и выходные сигналы логических элементов, соответствующие двум логическим состояниям 1 и 0, могут иметь один из двух установленных уровней электрического напряжения, который зависит от схемотехнического решения логического элемента.

Например, для логических элементов, основанных на технологии ТТЛ, высокий уровень электрического напряжения (2,4 - 5 В) соответствует значению логической единицы (истина), а низкий уровень (0 - 0,4 В) – логическому нулю (ложь).

Три логических элемента составляют функционально полную систему для проектирования цифровых логических устройств, в том числе и соответствующих логических блоков и устройств компьютера, поскольку реализуют функционально полный набор логических функций, состоящий из логических функций: И (конъюнкции), ИЛИ (дизъюнкции), НЕ (отрицания):

1. Логический элемент НЕ (инвертор) выполняет логическую операцию отрицания (инверсии). Его графическое обозначение и таблица истинности представлены на рисунке 12.

Графическое обозначение

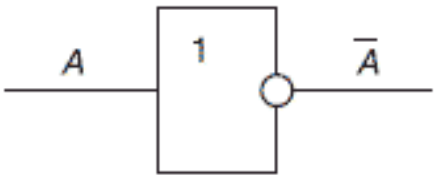


Таблица истинности

A	$F=\bar{A}$
0	1
1	0

Рисунок 12 – Представление логического элемента НЕ

2.Логический элемент И (конъюнктор) выполняет операцию логического умножения (конъюнкции), теоретически может иметь бесконечное число входов, на практике ограничиваются числом входов от двух до восьми. Его графическое обозначение и таблица истинности представлены на рисунке 13.

Графическое обозначение двухвходового элемента И

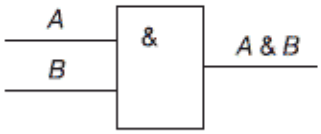


Таблица истинности

A	B	F = A & B
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Рисунок 13 – Представление логического элемента И

3.Логический элемент ИЛИ (дизъюнктор) выполняет операцию логического сложения (дизъюнкции), теоретически может иметь бесконечное число входов, на практике ограничиваются числом входов от двух до восьми. Его графическое обозначение и таблица истинности представлены на рисунке 14.

Графическое обозначение двухвходового элемента ИЛИ

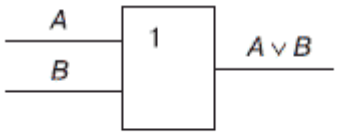


Таблица истинности

A	B	F = A ∨ B
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Рисунок 14 – Представление логического элемента ИЛИ

Прямая задача – синтез.

При проектировании цифровых логических устройств возникает задача по заданной таблице истинности записать выражение для логической функции и реализовать ее в виде логической схемы, состоящей из функционально полного набора логических элементов. Данную задачу называют задачей синтеза логических схем или логических устройств.

Синтез логических схем на основе функционально полного набора логических элементов состоит из представления логических функций, описывающих данные логические схемы в нормальных формах.

Нормальной формой представления считается форма, полученная посредством суперпозиций вспомогательных логических функций – минтермов и макстермов.

Минтерм - логическая функция, которая принимает значение логической единицы только при одном значении логических переменных и значение логического нуля при других значениях логических переменных.

Макстерм - логическая функция, которая принимает значение логического нуля только при одном значении логических переменных и значение логической единицы при других значениях логических переменных.

Из минтермов и макстернов методом суперпозиции можно составить логические функции, которые называются соответственно логической функцией, представленной посредством совершенных дизъюнктивных нормальных форм (СДНФ), и логической функцией, представленной посредством совершенных конъюнктивных нормальных форм (СКНФ).

Пример. Для данной таблицы истинности необходимо записать выражение для выходной функции *F,* провести ее преобразование (минимизацию) на основе законов алгебры логики и, используя основные логические элементы – НЕ, И и ИЛИ, разработать логическую схему реализации выходной функции *F*.

№	A	B	C	F
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Минтермы запишем в следующем виде:

$$C_0^1 = \overline{A}\ \&\ B\ \&\ \overline{C};\ \ C_1^1 = A\ \&\ \overline{B}\ \&\ C;\ \ C_2^1 = A\ \&\ B\ \&\ C.$$

Тогда, СДНФ:

$$F = C_0^1 \vee C_1^1 \vee C_2^1 = \overline{A}\ \&\ B\ \&\ \overline{C} \vee A\ \&\ \overline{B}\ \&\ C \vee A\ \&\ B\ \&\ C.$$

после минимизации:

$$F = \overline{A}\ \&\ B\ \&\ \overline{C} \vee A\ \&\ C.$$

Макстермы запишем в следующем виде:

$$C_0^0 = A \vee B \vee C;\ \ C_1^0 = A \vee B \vee \overline{C};\ \ C_2^0 = A \vee \overline{B} \vee \overline{C};$$
$$C_3^0 = \overline{A} \vee B \vee C;\ \ C_4^0 = \overline{A} \vee \overline{B} \vee C.$$

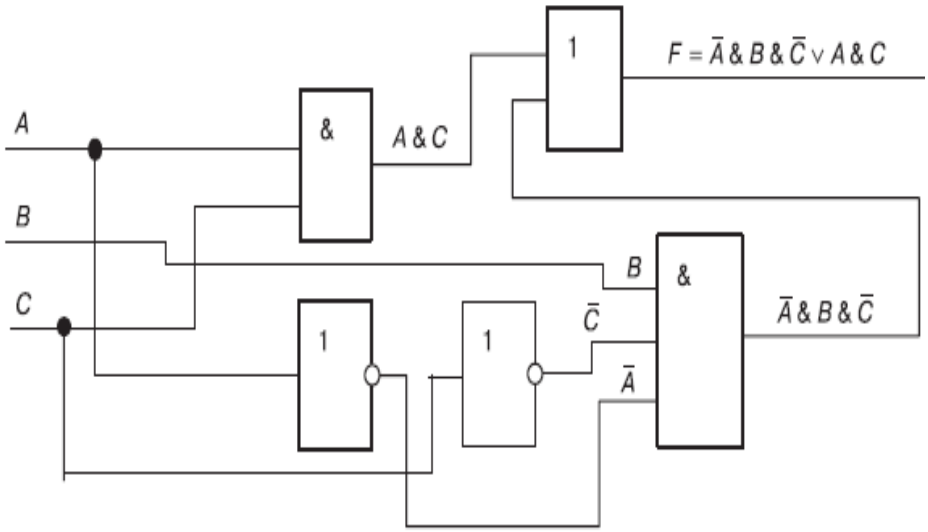
Тогда, СКНФ:

$$F = C_0^0 \,\&\, C_1^0 \,\&\, C_2^0 \,\&\, C_3^0 \,\&\, C_4^0.$$

Последнее выражение – очень громоздкое, поэтому для синтеза используем минимизацию СДНФ:

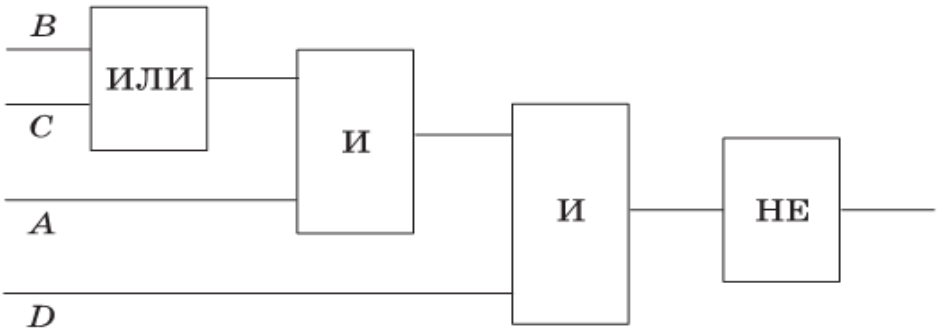
$$F = \overline{A} \,\&\, B \,\&\, \overline{C} \vee A \,\&\, C.$$

При построении логической схемы необходимо учитывать установленные в алгебре логики правила (приоритеты) для выполнения логических операций, которые в данном случае реализуются с помощью логических элементов НЕ, И, ИЛИ.



Пример. Представить в виде логической схемы логическую формулу: **НЕ (А И (В ИЛИ С) И D).**

Решение. Логическая схема будет выглядеть так:



С помощью схемы рассчитаем значение формулы при A=C=D=1, B=0. В результате получится логический ноль, т.е. "ложно".

Обратная задача – анализ. На основе функционально полного набора логических элементов построены различные электронные устройства, входящие в состав компьютера. К таким устройствам относятся:

- сумматоры (выполняющие операции сложения двоичных чисел),
- триггеры (устройства, имеющие два устойчивых состояния: логического нуля и логической единицы и используемые в качестве двоичных элементов памяти),
- регистры памяти (состоящие из набора триггеров),
- двоичные счетчики,
- селекторы (переключатели сигналов),
- шифраторы,
- дешифраторы и т. д.

Практическое занятие 10. Тема: Логические основы устройств ПК (продолжение).

Введение. Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания.

Домашние задания занятия 11.

Задача 1. Сколько различных решений имеет система уравнений?

$(\neg x_1 \rightarrow x_2) \wedge (\neg x_2 \rightarrow x_3) \wedge (\neg x_3 \rightarrow x_4) \wedge (\neg x_4 \rightarrow x_5) = 1$

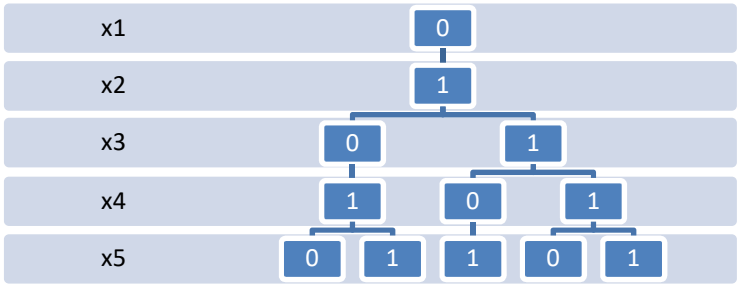
$(\neg y_1 \rightarrow y_2) \wedge (\neg y_2 \rightarrow y_3) \wedge (\neg y_3 \rightarrow y_4) \wedge (\neg y_4 \rightarrow y_5) = 1$

$x_1 \vee y_1 = 0$, где $x_1, x_2, \ldots, x_5$, $y_1, y_2, \ldots, y_5$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Решение.

Шаг 1. Анализ уравнений: третье уравнение системы имеет решение только когда x1=0 и y1=0. Первое и второе уравнения конъюнкции и истинны только при x→ y x =0, y=1 и x=1, y=1

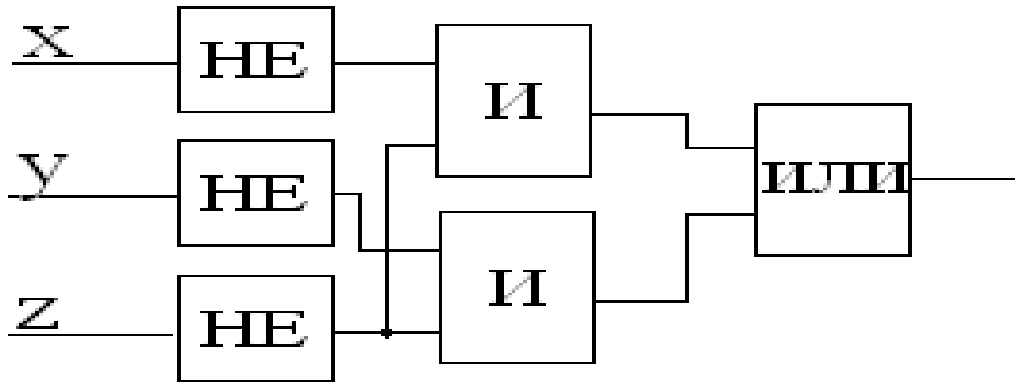
Шаг 2. С учетом этого составим дерево решений для x1, … x5 (для y1,… y5 оно аналогично). Для каждого набора, которых 5, существует 5 решений.



Шаг 3. Считаем общее количество решений: **5*5=25**

Ответ: 25 решений.

Задача 2. Найти логическую формулу и построить таблицу истинности для логической схемы:

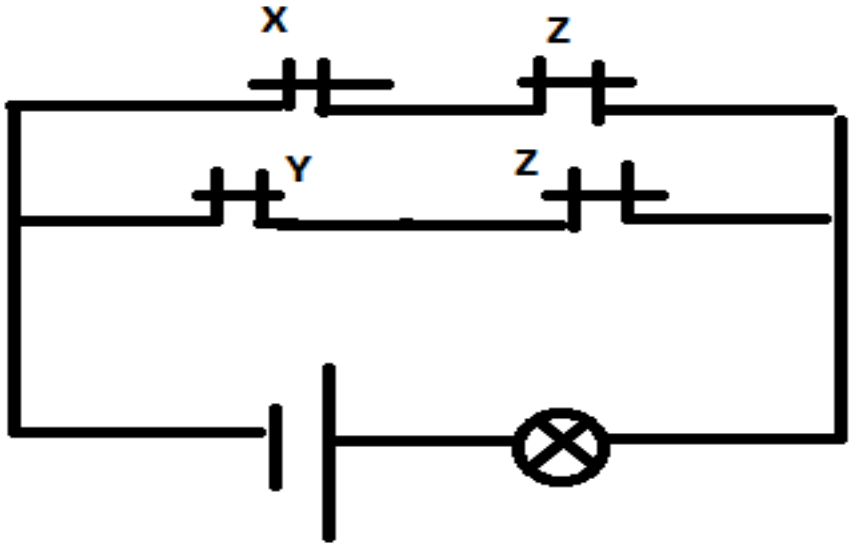


Построить также переключательную схему.

Решение.

Шаг 1. Логическая формула по схеме имеет вид: НЕ(X) И НЕ(Z) ИЛИ НЕ(Y) И НЕ(Z)

Шаг 2. Строим, согласно формуле, переключательную схему:



Задача 3. *«Финансовый прогноз».*

Три подразделения - A, B, C- торговой фирмы стремились получить по итогам года максимальную прибыль. Экономисты высказали следующие предположения:

- A получит максимальную прибыль только тогда, когда получат максимальную прибыль B и C.

- Либо A и C получат максимальную прибыль одновременно, либо одновременно не получат.

- Для того чтобы C получило максимальную прибыль, необходимо чтобы и B получило максимальную прибыль.

По завершении года оказалось, что одно из трех предположений ложно. Какие из названных подразделений получили максимальную прибыль?

Решение.

Шаг 1. Выделим простые высказывания:

A – (A получит максимальную прибыль); **B** – (B получит максимальную прибыль); **C** – (C получит максимальную прибыль).

Шаг 2. Составим прогнозы с помощью логических выражений: **F1=A → B & C; F2=A & C V ¬A & ¬C; F3=C → B.**

Шаг 3. Составим таблицу истинности для функций:

A	B	C	F1	F2	F3
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

Шаг 4. Решить задачу - значит указать при каких значениях A, B, C сложное высказывание ложно. По условию задачи один из прогнозов оказался ложным (4-я строка): при A=0, B=1, C=1 F2=0. Но тогда F3=1, значит B и C получат максимальную прибыль

Ответ: B и C получат максимальную прибыль.

Задача 4. Слова в предложении нумеруются, начиная с единицы. Предложение считается правильно построенным, если выполняются следующие правила:

- Если четное в нумерации слово заканчивается на гласную, то следующее слово, если оно существует, должно начинаться с гласной.

- Если нечетное в нумерации слово заканчивается согласной, то следующее слово, если оно существует, должно начинаться с согласной и заканчиваться гласной.

Какие из следующих предложений правильно построены:

1) Мама мыла Машу мылом.

2) Лидер всегда является образцом.

3) Правда хорошо, а счастье лучше.

Решение.

Шаг 1. Запишем логические выражения согласно условиям:

1. (четное в нумерации слово заканчивается на гласную)→ (следующее слово, если оно существует, начинается с гласной)=1

2. (Нечетное в нумерации слово заканчивается согласной) → (следующее слово, если оно существует, начинается с согласной и заканчивается гласной).

Шаг 2. Нумеруем предложения:

1) Мама(1) мыла(2) Машу(3) мылом (4). (1) заканчивается на гласную, (2) и (3) начинается на согласную и заканчивается на гласную, (4) начинается и заканчивается согласной.

2) Лидер (1) всегда (2) является (3) образцом (4). (1) заканчивается на согласную, (2) и (3) начинается на согласную и заканчивается на гласную, (4) начинается с гласной и заканчивается согласной.

3) Правда (1) хорошо (2), а (3) счастье (4) лучше (5). (1) заканчивается на гласную, (2) и (3) начинается на согласную и заканчивается на гласную, (4) начинается согласной и заканчивается гласной.

Шаг 3. Анализ предложений:

Преобразуем выражения:

1. (четное в нумерации слово заканчивается на согласную) или (следующее слово, если оно существует, начинается с гласной)

2. (Нечетное в нумерации слово заканчивается гласной) или (следующее слово, если оно существует, начинается с согласной и заканчивается гласной).

Тогда: первое предложение: (2)=1 или (3)=0 подходит, (1)=1или (2)=1 подходит, (3)=1 или (4)=0 подходит.

Второе предложение: (2)=0 или (3)=0 не подходит, (1)=1 или (2)=1 подходит, (3)=1 или (4)=0 подходит, (4)=1 или (5)=0 подходит.

Третье предложение: (2)=0 или (3)=1 подходит, (1)=1 или (2)=1 подходит, (3)=1 или (4)=1 подходит, (4)=0 или (5)=0 не подходит.

Ответ: первое предложение.

Задача 5. В некотором текстовом редакторе имеется несколько кнопок, с помощью которых можно получить 16 различных начертаний символов (полужирный, курсив, полужирный курсив и т.д.). Сколько кнопок используется для этого?

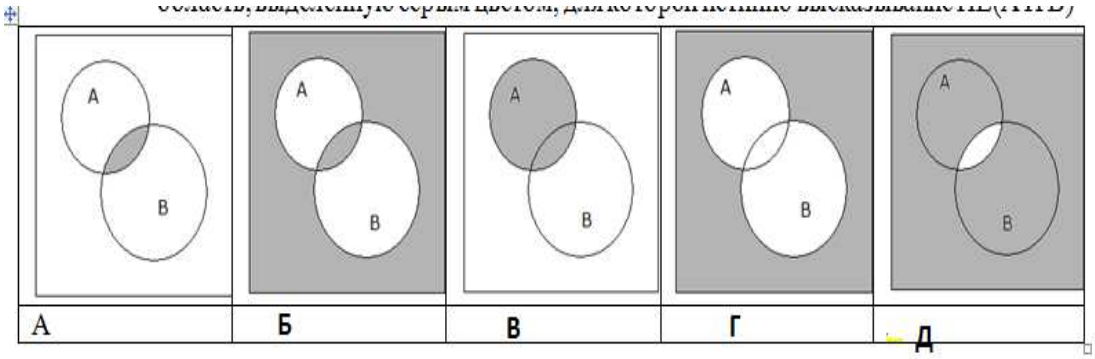
Решение. Используем формулу Хартли:

$$\mathbf{2^i \geq 16,}$$

отсюда i ≥ 4, то есть минимально можно взять 4 кнопки.

Ответ: 4 кнопки.

Задача 6. Высказывания A и B истинны для точек, принадлежащих окружностям. Выбрать область, выделенную серым цветом, для которой истинно высказывание НЕ(A И B).



Решение

Выбираем область, выделенную серым цветом, для которой истинно высказывание НЕ(А И В) как область, не принадлежащую А и В – это **вариант Д.**

Ответ: Д.

Задача 7. Для логической схемы, представленной на рисунке, определить значения выходных логических сигналов, если на ее входы последовательно подаются логические сигналы, согласно представленной таблице.

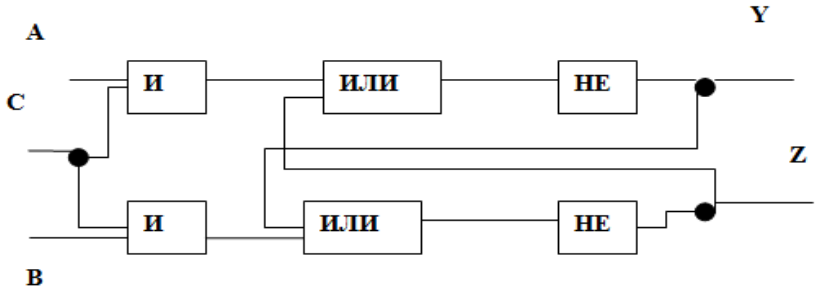


Таблица истинности.

A	B	C	Y	Z
1	1	0	1	0
0	1	1	?	?
1	0	1	?	?
0	1	0	?	?

Решение.

Шаг 1. Анализ логической схемы: Это синхронный RS–триггер на элементах И, ИЛИ, НЕ. Считаем, что А - запись, В - сброс, С - синхронизация. В начальном состоянии в триггере находится

логическая единица (прямой выход Y). При поступлении сигналов B и C триггер переключается в нулевое состояние. При поступлении A и C в триггер записывается логическая единица. При отсутствии сигнала C состояние триггера не меняется.

Шаг 2. Составляем таблицу истинности:

A	B	C	Y	Z
1	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	1	0
0	1	0	1	0

Задача 8. Специализированный компьютер выполняет поразрядные операции над сумматором и регистрами от A до Z. Машинный язык компьютера содержит следующие команды:

Команда	Означает
A?	**Ввод данных в регистр A**
A!	**Вывод данных из регистра A**
A	**Переслать данные из сумматора в регистр A**
***A**	**Сохранить без изменения единичные разряды сумматора, соответствующие нулевым разрядам регистра A, остальные разряды сумматора инвертировать**

Функция F(A,B),вычисляемая программой A?B?F*F*FF*FR*R*A*F*B*FFF! равна выражению…?

Решение.

Шаг 1. Запишем в регистры A (0011) и B (0101) такие двоичные значения, чтобы поразрядно оказались всевозможные комбинации 0 и 1. Ход программы записываем в вычислительную таблицу.

Команда	Значение в регистре	Значение в сумматоре
A?	0011	
B?	0101	1000
F	1000	1000
*F		0111
*F		1111
F	1111	1111
*F		0000
R	0000	0000
*R		1111
*A		1100
*F		0011
*B		1110
*F		0001
F	0001	
FI	0001	

Шаг 2. Определим базовые логические вычисления A (0011) и B (0101) :

A (0011) v B (0101)= 0111 – не подходит, A (0011) & B (0101)= 0001 – подходит.

Ответ: A & B

Лекционный материал по презентации.

Тема: Информационные процессы во внутренних устройствах компьютера.

Основное внутреннее устройство компьютера – микропроцессор.

Определение.

Микропроцессор (МП) – программно – управляемое универсальное устройство для цифровой обработки дискретной и (или) аналоговой и нформации и управления процессом этой обработки, построенное на о дной или нескольких больших

интегральных схемах (БИС). Структурная схема простого микропроцессора представлена на рисунке 15.

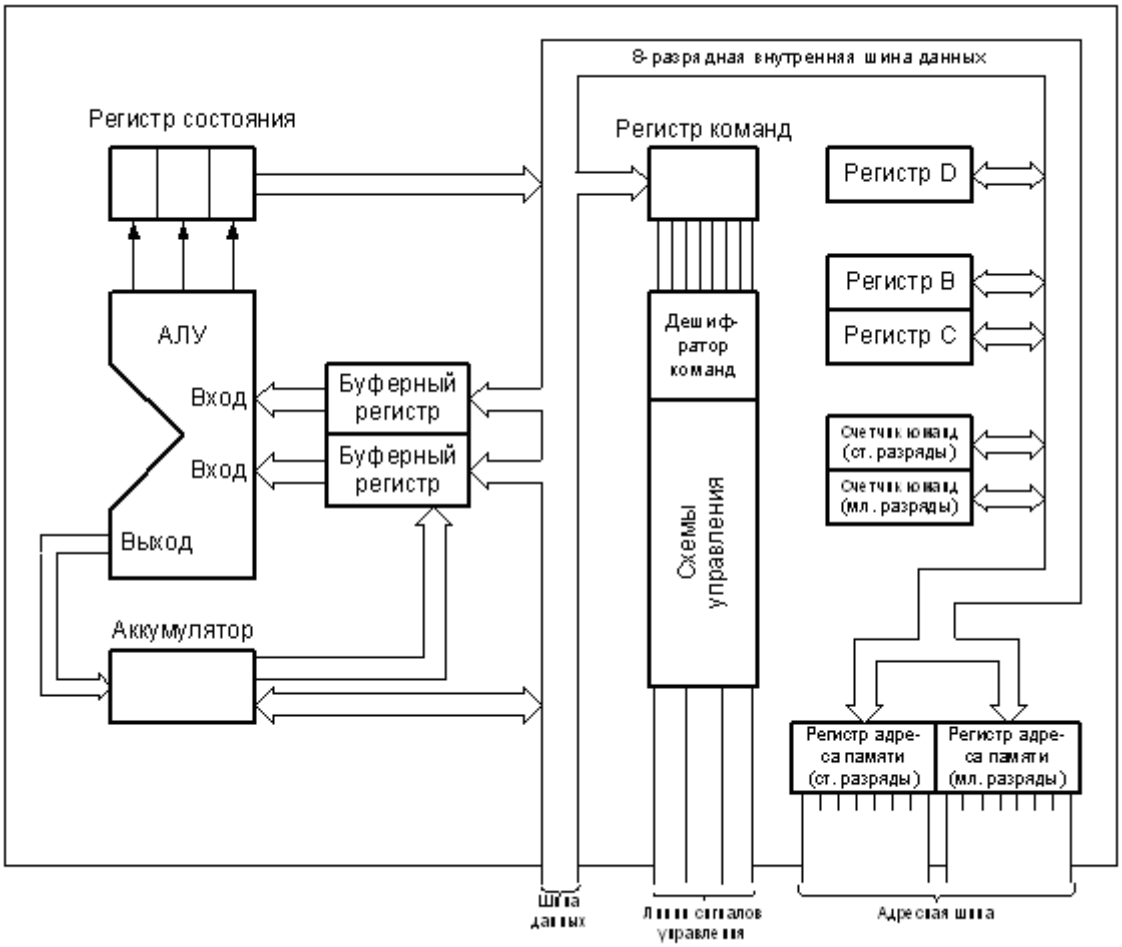


Рисунок 15 - Структурная схема простого микропроцессора

Основные внутренние устройства микропроцессора (по структурной схеме):

- АЛУ (арифметическо-логическое устройство),
- Регистры,
- Счетчики,
- Дешифратор.

Данные устройства разделяются на комбинационные (без памяти) и последовательностные (с памятью).

Комбинационные – дешифратор,

Последовательностные – АЛУ, регистры, счетчики.

Основное устройство АЛУ – сумматор, который также состоит из регистров.

Основное устройство регистра – триггер.

Таким образом, триггер – основной (базовый) элемент компьютера.

Определение. Триггер (защёлка, спусковой крючок) - устройство последовательностного типа с двумя устойчивыми состояниями равновесия, предназначенного для записи и хранения информации. В английском языке чаще употребляется термин flip - flop (хлопанье).

Основные свойства триггеров:

- Способность длительно оставаться в одном из двух возможных устойчивых состояний и скачком чередовать их под воздействием выходных сигналов.

- способность запоминать информацию – т.е. оставаться в заданном состоянии и после прекращения действия переключающего сигнала. Если принять одно из состояний Тг за “1”, а другой за “0” можно считать, что Тг хранит (помнит) один разряд числа, записанного в двоичном коде.

По способу записи информации триггеры делят на:

- асинхронные;
- синхронные (тактируемые).

В асинхронных триггерах информация может записываться непрерывно и определяться информационными сигналами, действующими на входах в данный момент времени.

В синхронных триггерах информация записывается в триггер только в момент действия, так называемого синхронизующего сигнала. Помимо информационных входов синхронные триггеры имеют тактовый вход (вход синхронизации). Как правило, Тг имеет два

выхода: прямой Qг и инверсный Qi. Схема асинхронного RS-триггера представлена на рисунке 16.

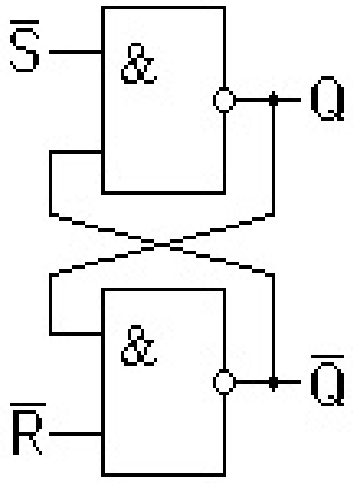


Рисунок 16 - Простейший RS-триггер (асинхронный) на элементах 2И-НЕ

В триггере имеется два входа: «S» - set (установка) и «R» - reset (сброс). С помощью входа «S» мы можем установить триггер в одно из двух устойчивых состояний, а вход «R» служит для сброса триггера. Таблица истинности RS-триггера показана в таблице 15, а его временная диаграмма на рисунке 17.

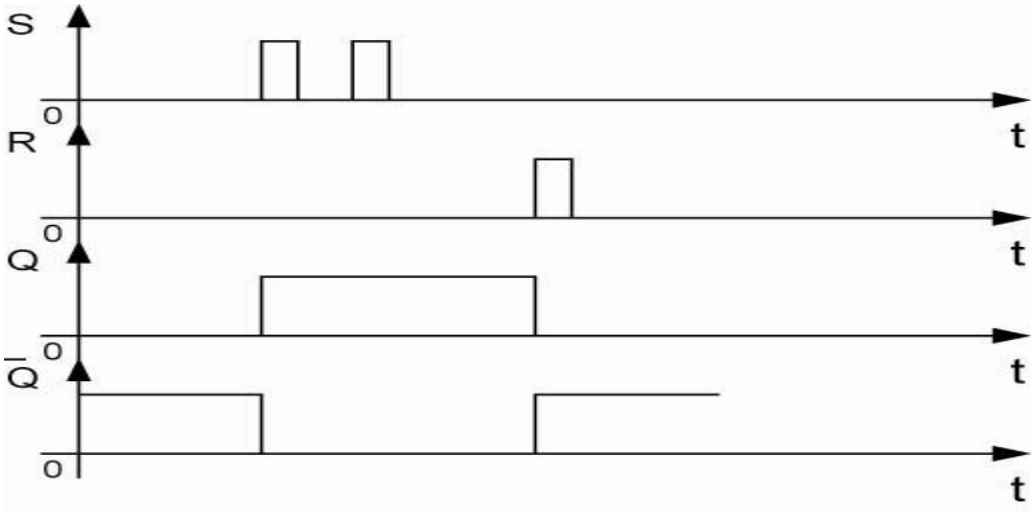


Рисунок 17 - Временная диаграмма работы RS-триггера

Таблица 15 - Таблица истинности RS-триггера

R	S	Q(t)	Q(t+1)	Пояснения
0	**0**	**0**	**0**	**Режим хранения информации R=S=0**
0	**0**	**1**	**1**	
0	**1**	**0**	**1**	
0	**1**	**1**	**1**	
1	**0**	**0**	**0**	**Режим установки единицы S=1**
1	**0**	**1**	**0**	
1	**1**	**0**	*	
1	**1**	**1**	*	

Определение. Регистр (в цифровой технике) — последовательное или параллельное логическое устройство, используемое для хранения n-разрядных двоичных чисел и выполнения преобразований над ними. Представляет собой упорядоченный набор триггеров, число n которых соответствует числу разрядов в слове.

Типичными для регистра являются следующие операции:

- приём слова в регистр (установка состояния);
- передача слова из регистра;
- сдвиг слова вправо или влево на заданное число разрядов в сдвиговых регистрах;

- преобразование последовательного кода слова в параллельный и обратно;

- установка регистра в начальное состояние (сброс).

Таким образом, основным логическим звеном в структуре рассмотренного МП (с жесткой логикой) является **система разнообразных регистров**.

Система команд МП обычно состоит из 5 базовых групп:

- команды пересылки;
- логические команды;
- арифметические команды;
- команды передачи управления;
- команды управления процессором.

Далее слушателям предлагается выполнить экзаменационную работу на компьютере в программе «ЕГЭ 2008», инструкция пользователю и вариант которой представлен в приложении 3.

Практическое занятие 11. Измерение информации. Вероятностный подход.

Введение. Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания.

Домашние задания занятия 12

Задача 1. Сколько различных решений имеет система уравнений:

X1∨¬X2=1

X2∨¬X3=1

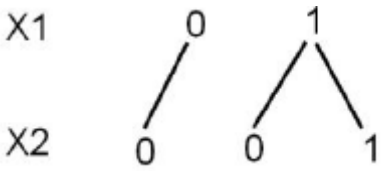
…

X9∨¬X10=1 ?

Решение. Алгоритм использует последовательный анализ и решение уравнений.

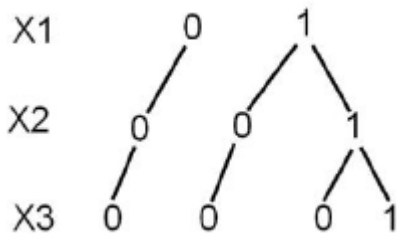
Шаг 1. Анализ системы уравнений: все уравнения представляют собой дизъюнкцию, которая, например, при AVB=1 имеет следующие наборы переменных: A=0 B=1, A=1 B=0, A=B=1.

Шаг 2. Решаем первое уравнение: Если X1=0, то ¬X2=1, X2=0. Если X1=1, то ¬X2 может быть 0 и 1, и X2 тоже 1 и 0. Строим дерево решений:



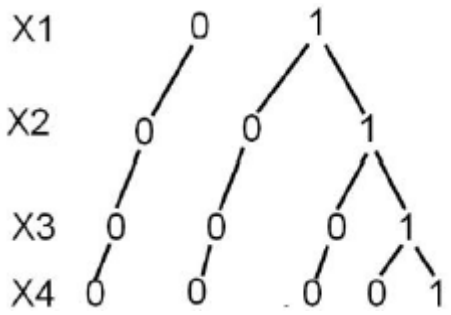
Таким образом, первое уравнение имеет 3 решения: 00, 10 и 11.

Шаг 3. Решаем второе уравнение: Если X2=0, то ¬X3=1, а X3=0. Если X2=1, то ¬X3 может быть 0 и 1, и X3 тоже 1 и 0.



Из дерева видно, что уравнения 1 и 2 имеют 4 решения.

Шаг 4. Решаем третье уравнение: Если X3=0, то ¬X4=1, а X4=0 Если X3=1, то ¬X4 может быть 0 и 1, и X4 тоже 1 и 0. Таким образом, три уравнения имеют 5 решений.



Шаг 5. Из анализа решений трех уравнений видно, что имеется закономерность: каждое из уравнений добавляет одно решение. Значит:

4 уравнения имеют 6 решений,

5 уравнений имеет 7 решений,

…

9 уравнений имеют 11 решений.

Задача 2. *«Семья Семеновых».*

В семье Семеновых пять человек: муж, жена, их сын, сестра мужа и отец жены. Все они работают. Их профессии – инженер, юрист, слесарь, экономист, учитель. Известно, что:

- юрист и учитель не кровные родственники;

- слесарь – хороший спортсмен. Он пошел по стопам экономиста и играет в футбол за сборную завода. Они оба мужчины.

- Инженер старше жены своего брата, но моложе, чем учитель.

Назовите профессию каждого члена семьи Семеновых.

Решение. Алгоритм использует таблицу.

Шаг 1. Строим таблицу:

степень родства	профессия				
	Инженер	Юрист	Слесарь	Экономист	**Учитель**
Муж	-				
Жена	-				
Сын	-				
Сестра мужа	+	-	-	-	-
Отец жены	-				

Шаг 2. Брат есть только у одного члена семьи – у сестры мужа, а из условия 3 следует, что брат есть у инженера, значит, сестра мужа – инженер.

Шаг 3. Из условия 3 следует, что жена моложе сестры мужа (инженера), которая в свою очередь, моложе учителя, следовательно, жена не учитель. Слесарь и экономист – мужчины (по условию 2), значит, жена не слесарь и не экономист, следовательно, она – юрист.

Шаг 4. Юрист (жена по доказательству) и учитель не кровные родственники (по условию 1), значит, учитель – муж, так как с сыном и отцом жена находится в кровном родстве.

Шаг 5. Слесарь пошел по стопам экономиста (по условию 2), значит, слесарь – сын, а экономист отец жены (его дедушка).

Все эти данные заносим в таблицу. Таким образом, муж работает учителем, жена – юристом, сын – слесарем, сестра мужа – инженером, отец жены – экономистом.

степень родства	профессия				
	Инженер	Юрист	Слесарь	Экономист	**Учитель**
Муж	-	-	-	-	**+**
Жена	-	+	-	-	**-**
Сын	-	-	+	-	**-**
Сестра мужа	+	-	-	-	**-**
Отец жены	**-**	**-**	**-**	**+**	**-**

Ответ: муж работает учителем, жена – юристом, сын – слесарем, сестра мужа – инженером, отец жены – экономистом.

Задача 3. Даны числа 11101_2, 123_4, 34_8, 20_{16}. Нижним индексом обозначено основание системы счисления. Упорядочить числа по возрастанию.

Решение.

Шаг 1. Переводим числа в десятичную систему счисления:

$\mathbf{11101_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 =}$

$\mathbf{16+8+4+1=29_{10}}$

$\mathbf{123_4 = 1*4^2 + 2*4^1 + 3*4^0 = 16+8+3=27_{10}}$

$\mathbf{34_8 = 3*8^1 + 4*8^0 = 24+4=28_{10}}$

$\mathbf{20_{16} = 2*16^1 + 0*16^0 = 32_{10}}$

Шаг 2. Выстраиваем числа по возрастанию: $\mathbf{123_4}$ **,** $\mathbf{34_8}$ **,** $\mathbf{123_4}$ **,** $\mathbf{20_{16}}$

Ответ: $\mathbf{123_4}$ **,** $\mathbf{34_8}$ **,** $\mathbf{123_4}$ **,** $\mathbf{20_{16}}$

Задача 4. Одна кодировочная таблица содержит 2048 символов. Для кодирования символов из второй таблицы требуется на 2 бита меньше, чем для кодирования символа из первой таблицы. Определить, сколько символов включено во вторую кодировочную таблицу.

Решение.

Шаг 1. Вводим обозначение:

x – количество битов на один символ для первой кодировочной таблицы,

x-2 - количество битов на один символ для второй кодировочной таблицы,

y - количество символов для второй кодировочной таблицы.

Шаг 2. Тогда для первой таблицы потребуется 2048*x битов, для второй – y*(x-2) битов.

Шаг 3. Так как количество битов в таблицах одинаково, то решаем уравнение: y*(x-2) = 2048*x

x* y – 2* y=2048*x, отсюда **y =2048+2048/(x-2)**

Ответ: во второй кодировочной таблице на (1+ 1/(количество битов в первой таблице – 2 бита)) больше символов.

Задача 5. В некотором 11 классе учатся 9 учеников, фамилии которых оканчиваются на букву "о". Среди них 8 юношей и одна девушка по имени Анна. Определите фамилию девушки на основе следующих утверждений учащихся, из которых только три истинны.

- Борисенко: Анной зовут Сидоренко
- Горбатенко: Борисенко говорит неправду
- Денисенко: Меня зовут Анной
- Искренко: Женское имя либо у Шевченко, либо у Тимошенко
- Каличенко: Осипенко и Тимошенко - мальчики
- Сидоренко: Анна не Денисенко
- Осипенко: Анна - это Борисенко
- Тимошенко: Я не Анна
- Шевченко: Ни Борисенко, ни Тимошенко не зовут Анной.

Решение.

Шаг 1. Обозначим: Борисенко –Б, Горбатенко – Г, Денисенко – Д, Искренко – И, Каличенко – К, Сидоренко – С, Осипенко – С, Тимошенко – Т, Шевченко – Ш.

Шаг 2. По приведенным высказываниям составляем следующие функции: F1(Б) – С, F2(Г) – не С, F3(Д) – Д, F4(И) – Ш или Т, F5(К) – не О и не Т, F6(С) – не Д, F7(О) – Б, F8(Т) – не Т, F9(Ш) –не Б и не Т.

Шаг 3. Считаем, что Анна – это Борисенко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 0, F4(И) – 0, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) – 1, F8(Т) – 1, F9(Ш) –0 – 5 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 4. Считаем, что Анна – это Горбатенко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) –0, F4(И) – 0, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) – 0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1 - 5 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 5. Считаем, что Анна – это Денисенко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 1, F4(И) – 0, F5(К) – 1, F6(С) – 0, F7(О) – 0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1- 5 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 6. Считаем, что Анна – это Искренко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 0, F4(И) – 1, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) – 0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1 - 6 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 7. Считаем, что Анна – это Каличенко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 0, F4(И) – 0, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) –0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1 - 5 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 8. Считаем, что Анна – это Сидоренко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 1, F2(Г) – 0, F3(Д) – 0, F4(И) – 0, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) – 0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1 - 5 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 9. Считаем, что Анна – это Осипенко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 0, F4(И) – 0, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) – 0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1 - 5 истинных высказываний, что неверно.

Шаг 10. Считаем, что Анна – это Тимошенко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 0, F4(И) – 1, F5(К) – 0, F6(С) – 1, F7(О) – 0, F8(Т) – 0, F9(Ш) –0 - 3 истинных высказываний, что верно.

Шаг 11. Проверяем на всякий случай последнее утверждение: считаем, что Анна – это Шевченко, тогда формируется последовательность: F1(Б) – 0, F2(Г) – 1, F3(Д) – 0, F4(И) – 1, F5(К) – 1, F6(С) – 1, F7(О) – 0, F8(Т) – 1, F9(Ш) –1 - 6 истинных высказываний, что неверно.

Ответ: Анна – Тимошенко.

Задача 6. Получить кратчайшую форму записи логической функции трех переменных $F(x_1, x_2, x_3)$:

а) ¬(¬x1&¬x2)&¬(¬x2&¬x3)

б) (x1&¬x3v¬(x2&¬x3))&(¬(x1&¬x2)v¬x3vx1v ¬(x2&¬x3))

Решение.

Получим кратчайшую форму записи логической функции трех переменных $F(x_1, x_2, x_3)$ используя закон де Моргана:

а)¬(¬x1&¬x2)&¬(¬x2&¬x3)=

=(x1vx2)&(x2vx3)=x1&x2vx1&x3vx2vx2&x3=

x1&(x2vx3)vx2(1vx3)=x1&x2vx1&x3vx2=x2&(x1v1)vx1&x3=x2vx1&x3

б)(x1&¬x3v¬(x2&¬x3))&(¬(x1&¬x2)v¬x3vx1v

(x2&¬x3))=¬(x2&¬x3)&(1vx1&¬x3)&(¬x3vx1v1)=¬(x2&¬x3)

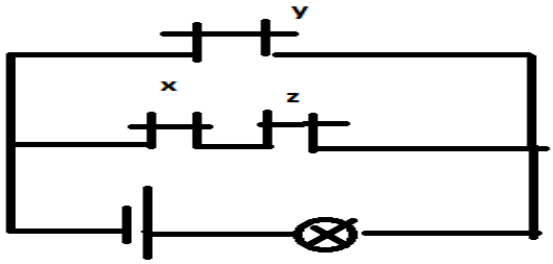
Задача 7. Построить переключательные и логические схемы для исходной и полученной формул (функций проводимости):

а) ¬(y &(x v z))

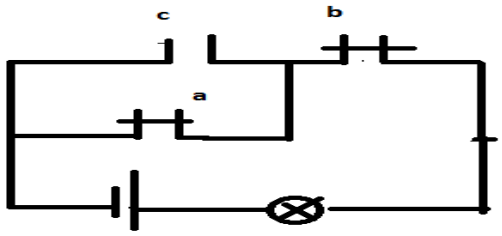
б) ¬(a & (¬c v b))& ¬(¬ a&b)

в) ¬b&¬c&¬d v ¬b&¬c&d

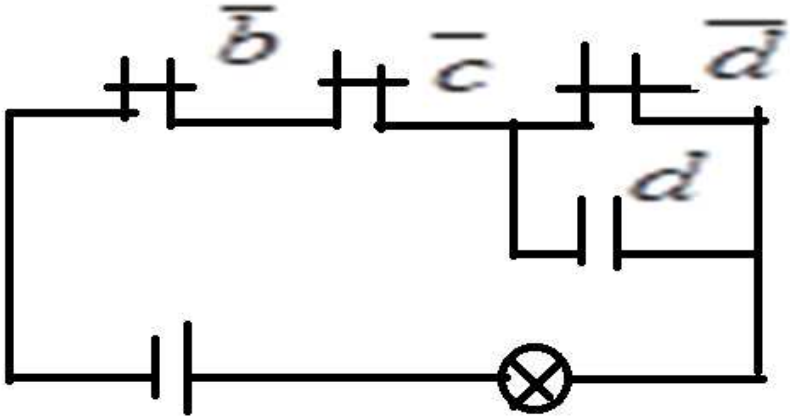
Решение. Переключательные схемы для а) предварительно преобразуем логические выражение по закону де Моргана: ¬(y &(x v z))=¬y v ¬(x v z)= ¬y v ¬x& ¬z



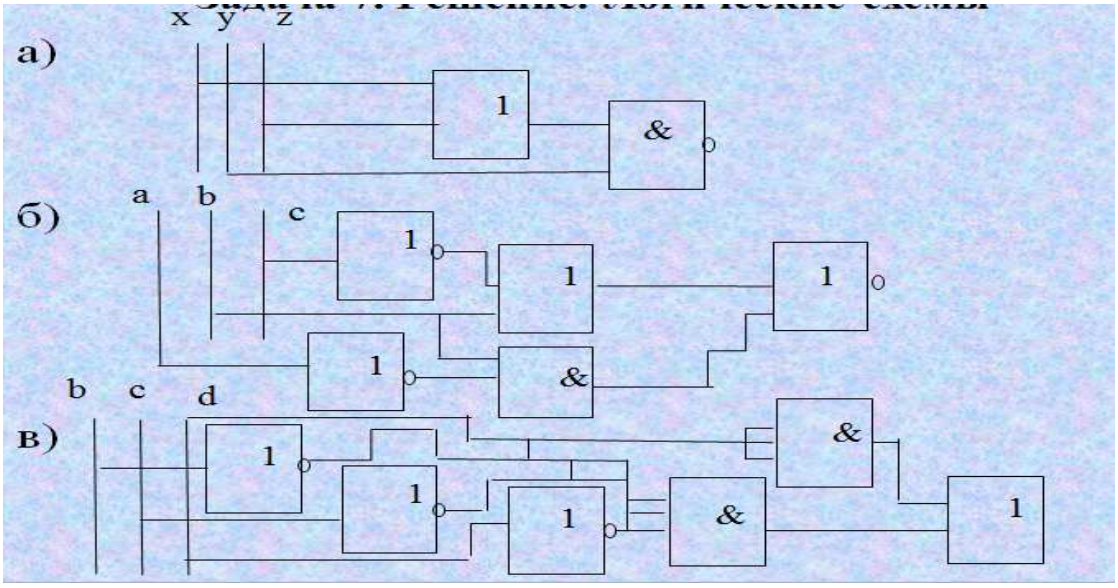
б) предварительно преобразуем логические выражение по закону де Моргана: ¬(a & (¬c v b))& ¬(¬ a&b)=(¬a v ¬ (¬c v b))& (a v ¬b)=(¬a v c& ¬b)& (a v ¬b)= ¬a& ¬b v a& ¬b&c v ¬b&c = ¬a& ¬b v ¬b&c = ¬b&(¬a v c)



в) предварительно преобразуем логическое выражение: ¬b&¬c&¬d v ¬b&¬c&& d=¬b&¬c&(¬d v d)

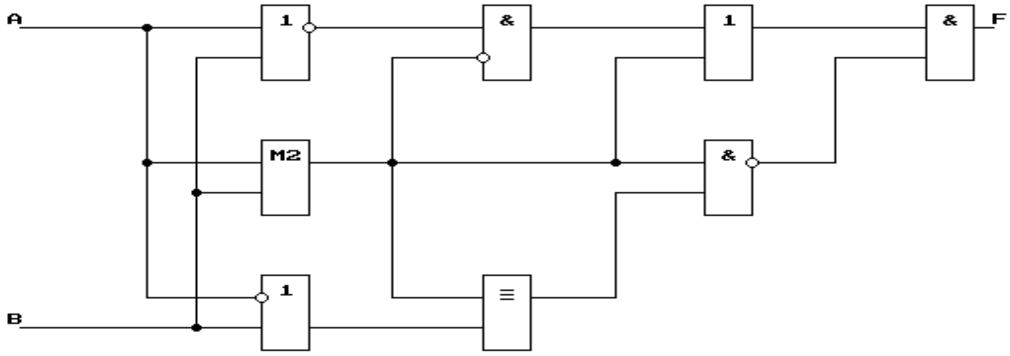


Логические схемы



Задача 8.

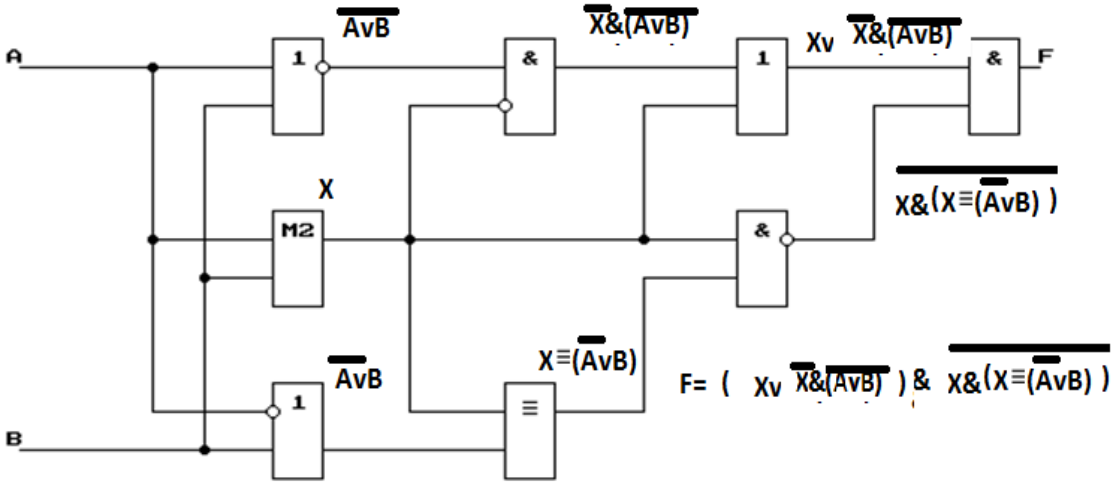
Для комбинационной схемы устройства определите логическую функцию **F(A, B)**, которую она реализует.



Решение.

Шаг 1. Обозначим: M2= A○ B=X.

Шаг 2. Последовательно запишем операции на схеме:



Шаг 4. Упростим выражение:

F=¬(X&(X≡(¬AvB))=(Xv¬X&¬(AvB))&¬(X&(X≡(¬AvB))=(XvXAvB)v X& (¬AvB))=XvAvBvX&(¬AvB)=XvAvB=¬A&BvA&¬BvAvB=

AvB – устройство является сумматором

Ответ: X - сумматор

Задача 9. Строки (цепочки из десятичных цифр) создаются по следующему правилу. Первая строка состоит из одного числа – числа «1». Каждая из последующих цепочек создается такими действиями: в очередную строку записывается предыдущая строка со всеми своими числами, уменьшенными на единицу, затем сама предыдущая строка и к ней справа приписывается предыдущая строка, но с увеличенными на единицу всеми числами. Вот первые 4 строки, созданные по этому правилу:

(1) 1

(2) 0 1 2

(3) 1 0 1 0 1 2 1 2 3

(4) 2 1 0 1 0 1 0 1 2 1 0 1 0 1 2 1 2 3 0 1 2 1 2 3 2 3 4

Запишите в ответ число, стоящее в девятой строке на 4374-м месте (считая слева направо).

Решение.

Шаг 1. Анализ алгоритма: каждая строка заканчивается цифрой, равной номеру строки.

Шаг 2. Подсчитаем количество цифр в каждой строке по 8-ю включительно:

(1) 1

(2) 3 (1*3 строки)

(3) 9 (3*3)

(4) 27 (9*3)

(5) 81 (27*3)

(6) 243 (81*3)

(7) 729 (243*3)

(8) 2187 (729*3) Строка заканчивается на 8

(9) 6561 (2187*3): 2187 + 2187 = 4374 -е место - 8

Шаг 3. Дальнейшие расчеты не требуются, т.к. в 9-ой строке на 4374 месте стоит цифра 8. **Ответ: 8**

Задача10. Для какого имени истинно высказывание:

¬ (Первая буква имени гласная -> Четвертая буква имени согласная)?

1) ЕЛЕНА 2) ВАДИМ 3) АНТОН 4) ФЕДОР

Решение.

Шаг 1. Преобразуем логическое выражение: ¬ (Первая буква имени гласная -> Четвертая буква имени согласная)= ¬ (Первая буква имени согласная ИЛИ Четвертая буква имени согласная) = Первая буква имени гласная И Четвертая буква имени гласная.

Шаг 2. Подбираем последовательно решения:

1) ЕЛЕНА - первая буква гласная и четвертая буква согласная: не подходит.
2) ВАДИМ - первая буква согласная и четвертая буква гласная: не подходит.
3) АНТОН - первая буква гласная и четвертая буква гласная: подходит.
4) ФЕДОР - первая буква согласная и четвертая буква гласная: не подходит.

Таким образом, подходит вариант 3)

0твет: 3) АНТОН

Лекционный материал по презентации.

Тема: Измерение информации. Вероятностный подход.

Введение. Определить понятие “количество информации” довольно сложно. В решении этой проблемы существуют два основных подхода: алфавитный и вероятностный. В конце 40-х годов XX века один из основателей кибернетики, американский математик Клод Шеннон, предложил вероятностный подход к измерению количества информации.

Определение. Сообщение, уменьшающее неопределенность знаний человека в два раза, несет для него 1 единицу информации. В качестве элементарной единицы измерения количества информации принят 1 бит.

Если в некотором сообщении содержатся сведения о том, что произошло одно из N равновероятных событий. Тогда количество информации, заключенное в этом сообщении, - x бит и число N связаны формулой Хартли $x=\log_2 N$.

Определим количество информации, связанное с появлением каждого символа в сообщениях, записанных на русском языке. Будем считать,

что русский алфавит состоит из 33 букв и знака “пробел” для разделения слов. По формуле Хартли $x=\log_2 3/4=5{,}09$ бит. Однако в словах различные буквы встречаются неодинаково часто. Вероятности частоты употребления различных букв вычисляются на основе анализа очень больших по объему текстов. Если это учесть, то по формуле Шеннона получим H=4,72 бит. Вычисления показывают, что при равновероятных событиях мы получаем большее количество информации, чем при не равновероятных событиях.

При вычислении вероятности наступления какого-то события часто приходится вычислить количество различных исходов проведения опытов. При этом используют различные формулы **комбинаторики** – раздела дискретной математики, в котором решаются задачи выбора и расположения элементов некоторого множества в соответствии с некоторыми правилами.

Основные понятия теории вероятности

- испытание - любой эксперимент;

- единичное испытание - испытание, в котором совершается одно действие с одним предметом (например, подбрасывается монетка, или из корзины извлекается шар);

- исходы испытаний - результаты испытания (например, при подбрасывании монеты выпал «орел», или из корзины извлекли белый шар);

- **множество исходов испытания - множество всех возможных исходов испытания;**

- случайное событие - событие, которое может произойти или не произойти (например, выигрыш билета в лотерее, извлечение карты определенной масти из колоды карт).

Вероятностью случайного события (p) называется отношение числа благоприятствующих событию исходов (m) к общему числу исходов (n): p=m/n

При этом вероятность случайного события может изменяться от 0 до 1

Вероятностный подход предполагает, что возможные события имеют различные вероятности реализации.

В этом случае, зная **вероятность** (**p**) событий, можно определить **количество информации** (**i**) в сообщении о каждом из них из формулы:

$$2^i=1/p$$

Качественная связь между вероятностью события и количеством информации в сообщении состоит в следующем: **чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сообщение об этом событии.**

Количество информации определяется **по формуле Шеннона**, предложенной им в 1948 г. для различных вероятностных событий:

$$I = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i$$

или

$$I = -(p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + ... + pN \log_2 pN),$$

где I - количество информации;
N - количество возможных событий;
p_i - вероятность i-го события.

Пример 1.

В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

Решение. *Общее число исходов:* 8+24=32*, число благоприятствующих исходу событий равно* 8.

Вероятность выбора черного шара определяется как p=8/32=1/4=0,25

Количество информации вычисляем из соотношения 2^i=1/0,25=1/1/4 =4*, значит,* i=2 *бита.*

Пример 2.

Пусть при бросании несимметричной четырехгранной пирамидки вероятности отдельных событий равны:

p1=1/2; p2=1/4; p3=1/8; p4=1/8. Найти количество информации после реализации событий.

Решение.

Количество информации, которое будет получено после реализации одного из событий, можно вычислить по формуле Шеннона:

I=–(1/2*$\log_2$1/2+1/4*$\log_2$1/4+1/8*$\log_2$1/8+1/8*$\log_2$1/8)=(1/2+2/4+3/8+3/8)=14/8(бит)=1,75(бита).

Задачи. Решения задач приводятся в приложении 2.

Задача 1. Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика, если в непрозрачном мешочке находится 50 белых, 25 красных, 25 синих шариков?

Задача 2. Некоторая система может находиться в четырех состояниях: в первом - с вероятностью 0.1, во втором и третьем - 0.25, в четвертом - 0.4. Чему равно количество информации в системе?

Задача 3. В алфавите племени МУМУ всего 4 буквы (А, У, М, К), один знак препинания (точка) и для разделения слов используется пробел. Подсчитали, что в популярном романе «Мумука» содержится всего 10000 знаков, из них: букв А – 4000, букв У – 1000, букв М – 2000, букв К – 1500, точек – 500, пробелов – 1000. Какой объем информации содержит книга?

Задача по контрольной работе.

По результатам контрольной выяснилось, что:

- Сергей решил правильно 18 задач из 36,
- Никита - 24 из 36,
- Марк –13 из 36,
- Дмитрий - 20 из 36 или 8 из 36,
- Максим -10 из 36,
- Артем – 0 из 36.

Подсчитать общий объем информации результатов выполнения нашей контрольной.

Задача на дом (решение см. в приложении 2). Словарь людоедов племени Мумбо-Юмбо содержит слова только трех частей речи: существительные, глаголы и междометия. Каждый раз за обедом, по причине своей дикости, людоед произносит предложение, состоящее из одного равновероятно выбранного из словаря слова. Количество информации, содержащееся в сообщении "Предложение состоит из глагола", равно $1 + \log_2 5$ бита. Информационный объем сообщения "Предложение состоит из существительного" равен $1 + \log_2 3$ бита. В словаре только 8 слов не являются междометиями. Количество всех слов в словаре равно….

Некоторые интересные примеры

В столовой дома отдыха зашла за обедом речь о том, как вычисляется вероятность событий. Молодой математик, оказавшийся среди обедающих, вынул монету и сказал:

— Кидаю на стол монету, не глядя. Какова вероятность, что она упадёт гербом вверх?

— Объясните сначала, что значит «вероятность»,— раздались голоса.— Не всем ясно.

— О, это очень просто! Монета может лечь на стол двояко: вот так — гербом вверх и вот так — гербом вниз.

Всех случаев здесь возможно только два. Из них для интересующего нас события благоприятен лишь один случай.

Дробь 1/2 и выражает «вероятность» того, что монета упадёт гербом вверх.

— Неужели можно вычислить вероятность во всех случаях? — спросила одна из отдыхающих.— Возьмите такой пример. Я загадала, что первый прохожий, которого мы увидим из окна столовой, будет мужчина. Какова вероятность, что я отгадала?

— Вероятность, очевидно, равна половине, если только мы условимся и годовалого мальчика считать за мужчину. Число мужчин на свете равно числу женщин.

— А какова вероятность, что первые двое прохожих окажутся оба мужчины? — спросил один из отдыхающих.

— Этот расчёт немногим сложнее. Перечислим, какие здесь вообще возможны случаи. Во-первых, возможно, что оба прохожих будут мужчины. Во-вторых, что сначала покажется мужчина, за ним женщина. В-третьих, наоборот: что раньше появится женщина, потом мужчина. И, наконец, четвёртый случай: оба прохожих — женщины. Итак, число всех возможных случаев — 4. Из них благоприятен, очевидно, только один случай — первый. Получаем для вероятности дробь 1/4. Вот ваша задача и решена.

- А какова вероятность, что первые десять прохожих все подряд окажутся мужчинами? Вычислим, как велико произведение десяти половинок. Это 1/1024, менее одной тысячной доли. Значит, если вы бьётесь о заклад, что это случится, и ставите 1 рубль, то я могу ставить 1000 рублей за то, что этого не произойдёт.

— Выгодное пари! — заявил чей-то голос.— Я бы охотно поставил рубль, чтобы получить возможность выиграть целую тысячу. Я бы рискнул рублём против тысячи даже и за то, что сотня прохожих окажутся все подряд мужчинами.

— А вы представляете себе, как мала вероятность такого события? — спросил математик. Единица с тридцатью нулями!

- Сколько же вы поставите против моего рубля?

Ставьте на кон ваш велосипед. Ведь не поставите?

— Почему же нет? Пожалуйста! Пусть велосипед, если желаете. Я нисколько не рискую.

— Увлекаетесь, молодой человек,— раздался спокойный голос старика, все время молча слушавшего спор.— Увлекаетесь…

— Как? И вы, профессор, рассуждаете по-обывательски?

— Подумали ли вы о том, что не все случаи здесь равновозможны? Расчёт вероятности правилен лишь для каких событий? Для равновозможных, не так ли? А в рассматриваемом примере… Впрочем,— сказал старик, прислушиваясь,— сама действительность, кажется, сейчас разъяснит вам вашу ошибку. Слышна военная музыка, не правда ли?

— Причём тут музыка?..— начал было молодой математик и осекся. На лице его выразился испуг. Он сорвался с места, бросился к окну и высунул голову.

— Так и есть! — донёсся его унылый возглас.— Проиграно пари! Прощай мой велосипед…

Через минуту всем стало ясно, в чем дело. Мимо окон проходил батальон солдат.

Практическое занятие 12. Двоичные числа с плавающей точкой.

Алгоритмы и решения слушателями домашнего задания.

Задачи и решения последнего домашнего задания

Задача 1. Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено» или «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов?

Решение. Используем общую формулу Хартли: $3^i \geq 18$, отсюда **i=3** (лампочки)

Ответ: 3 лампочки

Задача 2. В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.

Решение. Обозначим x – основание системы счисления. Составляем уравнение: $x^2 + x = 12$, $x^2 + x - 12=0$, отсюда: x1=-4, x2=3, выбираем **x=3**

Ответ: 3

Задача 3. Укажите значения переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение (¬K ∨ M)->(¬L ∨ M ∨ N) ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что K=1, L=1, M=0, N=1

Решение. Обозначим (¬K ∨ M)=X, (¬L ∨ M ∨ N)=Y. Логическое выражение ложно при X =1 и Y = 0. X =1 при K=0, M=0; K=0, M=1; K=1, M=1. Y = 0 при L =1, M=0, N=0. Отсюда подбираем сочетание: K=0, L =1, M=0, N=0 то есть **0100**

Задача 4. Сколько различных решений имеет система уравнений:

(X1/\X2)\/(¬X1/\¬X2)\/(X1<=>X3)=1

(X2/\X3)\/(¬X2/\¬X3)\/(X2<=>X4)=1

…

(X8/\X9)\/(¬X8/\¬X9)\/(X9<=>X10)=1

Решение.

Шаг 1. Упрощение уравнений, используем базовые формулы:

Импликация: A=>B=¬A v B (1)

Эквивалентность A<=>B=(A/\B)\/(¬A/\¬B) (2)

Исключающее ИЛИ: A ⊕B=¬(A<=>B)=(¬A ^B) v (A^ ¬B) (3)

Первые две скобки в каждом уравнении можно заменить эквивалентностью. Получаем систему уравнений:

(X1<=>X2)\/(X1<=>X3)=1

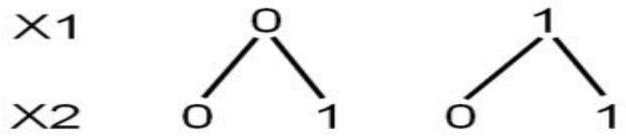
(X2<=>X3)\/(X2<=>X4)=1

…

(X8<=>X9)\/(X9<=>X10)=1

Шаг 2. Решаем первое уравнение: (X1<=> X2) \/ (X1 <=> X3)=1

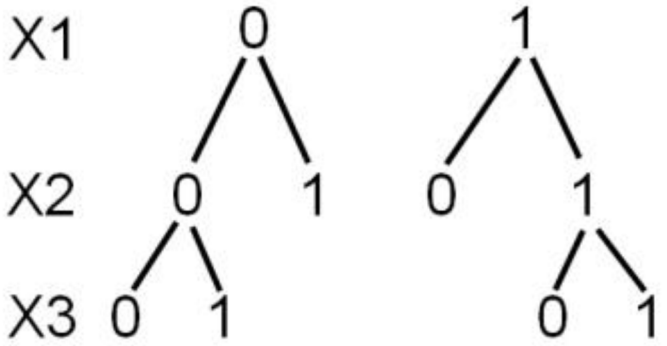
Рассмотрим первую скобку в уравнении. Изобразим все значения X1 и X2.



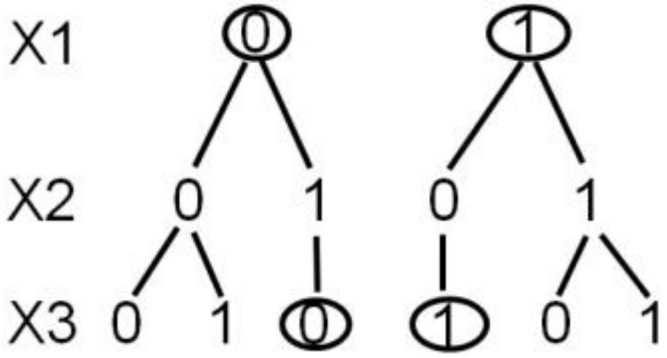
Шаг 3. Рассматриваем вторую скобку в уравнении.

Скобки соединены дизъюнкцией, значит:

Если X1 и X2 одинаковые, то значение первой скобки =1, тогда значение второй скобки может быть любое. Добавляем ее на граф:



Если X1 и X2 разные, то значение первой скобки =0, и вторая скобка должна быть равна 1, а для этого X3=X1.

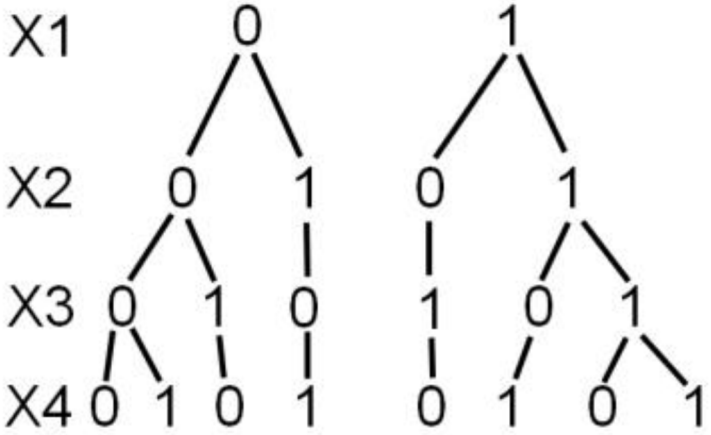


Таким образом, первое уравнение имеет 6 решений.

Шаг 4. Рассматриваем второе уравнение:

(X2<=>X3)\/(X2<=>X4)=1

Повторяем рассуждения: Если X2 и X3 одинаковые, то значение первой скобки 1, тогда значение второй скобки может быть любое. Если X2 и X3 разные, то значение первой скобки = 0, и вторая скобка должна быть равна 1, для этого X4=X2. На графе:

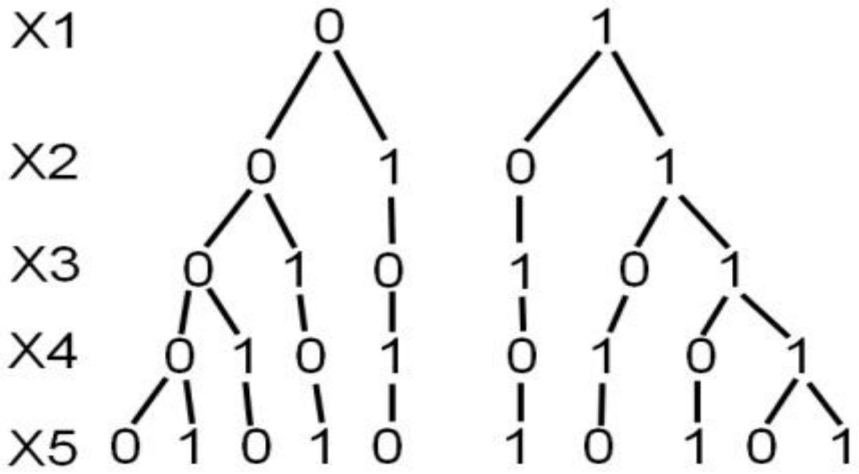


Таким образом, два уравнения имеют 8 решений.

Шаг 5. Рассматриваем третье уравнение:

(X3<=>X4)\/(X3<=>X5)=1

Если X3 и X4 одинаковые, то значение первой скобки =1, тогда значение второй скобки может быть любое. Если X3 и X4 разные, то значение первой скобки =0, и вторая скобка должна быть равна 1, для этого X5=X3.



Три уравнения имеют 10 решений.

Шаг 6. Формируем закономерность: по графу видно, что каждое уравнение добавляет два решения. Таким образом:

4 уравнения имеют 12 решений,

5 уравнений — 14 решений,

6 — 16,

7 — 18,

8 уравнений – 20 решений

Ответ: 20 решений.

Задача 5. *«Вступительные экзамены».*

Перед сдачей вступительного экзамена в институт Миша предполагал, что:

- если он сдаст математику, то информатику он сдаст только при условии, что не завалит диктант;

- не может быть, что он завалит и диктант и математику;

- достаточное условие «завала» по информатике – это двойка по диктанту.

После сдачи экзаменов оказалось, что из трех высказанных предположений только одно было ложным. Как Миша сдал экзамены?

Решение.

Шаг 1. Введем обозначения**: успешная сдача экзаменов**

Д – диктант, М – математика, И – информатика.

Шаг 2. Формируем рассуждения:

(1) F1=М *(Д →И)

(2) F2=¬ (¬М*¬Д)

(3) F3=¬Д → ¬И

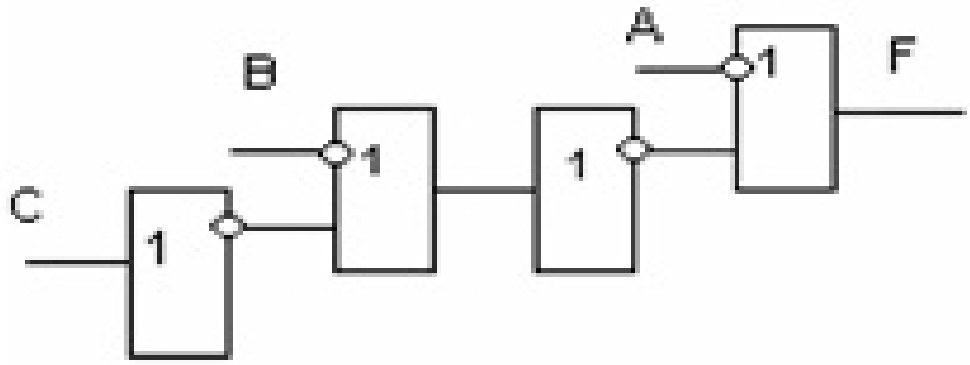
Шаг 3. Построим таблицу истинности для трех переменных и их выражений:

М	Д	И	F1=М *(Д →И)	F2=¬ (¬М*¬Д)	F3=¬Д → ¬И
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0

Шаг 4. По таблице истинности определяем, что только предпоследняя строка соответствует одному ложному рассуждению при двух истинных: **F1=0 при F2 = F3 =1.** Тогда **М=Д=1, И=0 –** то есть **Миша сдал математику и диктант, но не сдал информатику.**

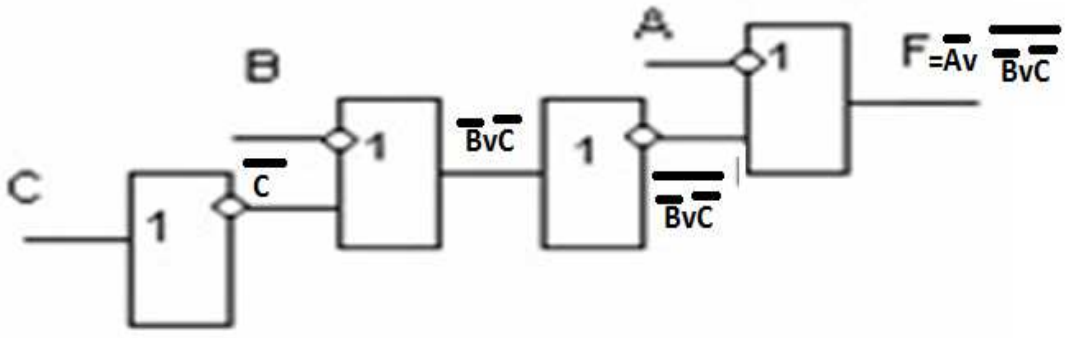
Ответ: У Миши сдача экзаменов по математике и диктанту, несдача информатики.

Задача 6. Комбинационная схема устройства реализует логическую функцию F равную…



Решение.

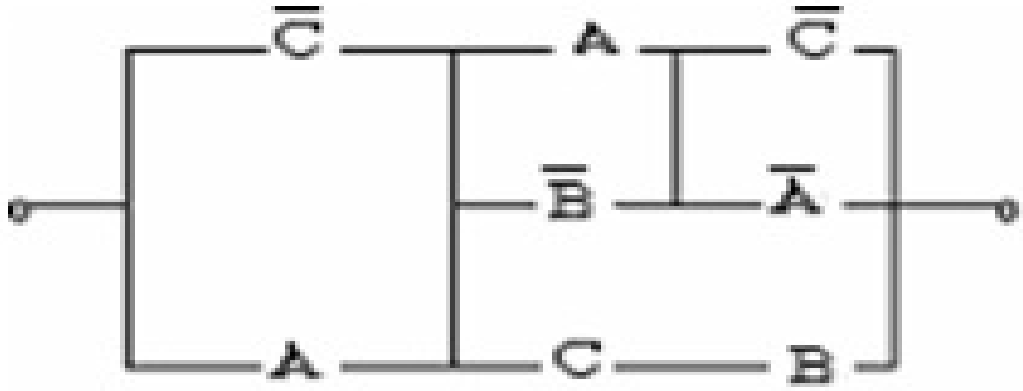
На схеме последовательно указываем выходные сигналы:



Формулу попытаемся преобразовать: F=⌐A v ⌐(⌐B v ⌐C) = ⌐A v B^C

Ответ: F== ⌐A v B^C

Задача 7. Напишите логическую формулу для переключательной схемы:



Решение.

Находим формулу по последовательным и параллельным ветвям:

F = A ^ ⌐C ^ ((A v ⌐B)^(⌐A v ⌐C) v B^C). Преобразуем: F = A ^ ⌐C ^(A^⌐C v ⌐A^⌐B v ⌐B^⌐C v B^C) = A ^ ⌐C ^1 = **A ^ ⌐C**

Задача 8. Чему равен корень X = F(A,B) логического уравнения:

$$AB \oplus \overline{X \to A + B} = (A \to BX)(A \equiv B)$$

Решение.

Шаг 1. Постараемся преобразовать левую (1) и правую части (2) уравнения. Используем базовые формулы:

X→Y =⌐X v Y, X≡Y=⌐X^⌐Y v X^Y, X ⊕Y ==⌐X^Y v X^⌐Y

Шаг 2. Тогда: (1) ⌐ (A^B) ^⌐(X→AvB) v (A^B) ^(X→AvB)=(⌐A v ⌐B) ^⌐(⌐X v A v B) v A^B^⌐X v A^B=(⌐A v ⌐B) ^X^(⌐A v ⌐B) v A^B= ⌐(A^B)^X v A^B

Шаг 3. (2) (A→B^X)^(A≡B)=(⌐A v B^X)^(⌐A ^ ⌐B v A^B)= ⌐A ^ ⌐B v A^B^X

Шаг 4 . Отсюда все уравнение: ⌐(A^B)^X v A^B = ⌐A ^ ⌐B v A^B^X

Умножим обе части на ⌐A:

⌐A ^ ⌐(A^B)^X=⌐A ^ ⌐B; ⌐(A^B)^X=⌐B; (⌐A v ⌐B)^X=⌐B; ⌐A^X v ⌐B^X =⌐B

При X = A v ⌐B получаем (A v ⌐B) ^(⌐A v ⌐B) = A^⌐B v ⌐A ^⌐B v ⌐B = ⌐B ^ 1=⌐B

Шаг 5. Преобразуем X = A v ⌐B = B→ A

Ответ: X = B→ A

Задача 9. База данных «Преподаватели», наряду с другими, имеет поля с названиями «кафедра» и «должность». В базе данных находятся записи о профессорах, доцентах и ассистентах кафедр физики и химии. Количество записей N, удовлетворяющих различным запросам, приведено в следующей таблице:

ЗАПРОС	N
Кафедра=химия и должность=доцент	11
Должность=доцент или должность=ассистент	29
Неверно, что (должность=ассистент или кафедра=физика)	18

Количество записей, удовлетворяющих запросу «должность ≠ профессор или кафедра=химия», равно….

Решение. Введем обозначение: доцх (доцент кафедры химии), ассх (ассистент кафедры химии), профх (профессор кафедры химии), доцф (доцент кафедры физики), ассф (ассистент кафедры физики), профф (профессор кафедры физики).

Количество записей, удовлетворяющих запросу «кафедра=химия и должность=доцент», равно 11, значит доцх=11.

Количество записей, удовлетворяющих запросу «должность=доцент или должность=ассистент», равно 29. Значит, доцх +доцф+ассх+ ассф=29; доцф+ассх+ ассф=29-11=18.

Количество записей, удовлетворяющих запросу «неверно, что (должность=ассистент или кафедра=физика)», равно 18. Это означает доцх+профх=18.

Запрос «должность≠профессор или кафедра=химия» равносилен выражению доцх +профх+ассх +ассф+доцф=18+18=36.

Ответ: 36.

Задача 10. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите количество информации в сообщении о том, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

Решение. Вероятность нахождения билетов вопросов по неравенствам равно 10/25=2/5. Значит вероятность отсутствия билетов вопросов по неравенствам равно: 1-2/5 =3/5.

Количество информации в сообщении о том, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам находим по формуле Шеннона: $I = \log_2(1/p) = \log_2(5/3) = \log_2 5 - \log_2 3 = 0{,}72$ бит

Лекционный материал по презентации.

Кодирование числовой информации

Числовая информация переводится в двоичную систему исчисления.

Классификация чисел по критерию «форма записи»:

- **числа с фиксированной точкой,**
- **числа с плавающей точкой.**

Двоичные числа с плавающей точкой

Десятичное число 234000 можно представить как $0{,}234*10^6$.

Число 0,234 называется мантиссой, число 6 – порядком.

Также представляют двоичные числа, для хранения которых используют ячейки памяти 32 бит.

Нормализованным числом называется число, мантисса которого удовлетворяет следующим неравенствам:

$$1 > \left| \sum_{i=1}^{n} x_i * p^{-i} \right| \geq p^{-1}, \; x_1 \neq 0,$$

где x – мантисса, p – система счисления.

Пример:

$0{,}00121 = 10^{-2} * 0.121$

$0.0010 = 2^{-2} * 0.101$

$101.10 = 2^{3} * 0.10110$

Сложение (вычитание) чисел с плавающей точкой.

1. Порядки чисел a и b выравниваются по большему из них.

2. Выполняется операция сложения (вычитания) над мантиссами с округлением по значению n+1-ой значащей цифры результата.

3. Мантисса результата должна быть нормализована (получившийся после нормализации порядок может отличаться как в меньшую, так и в большую сторону).

Пример:

$a = 10^{-2} * 0.121$, $b = 10^{-3} * 0.101$

$a + b = 10^{-2} * 0.121 + 10^{-2} * 0.0101 = 10^{-2} * 0.1311 = 10^{-2} * 0.131$

Умножение и деление нормализованных чисел.

1. Мантиссы перемножаются (или одна делится на другую), при этом результат округляется до n значащих цифр (отметим, что при умножении может получиться 2n значащих цифры в мантиссе, а при делении – бесконечно много).

2. Порядки при умножении складываются, а при делении вычитаются.

3. При необходимости мантисса результата нормализуется.

Пример:

a = 10^{-2}*0.121, b= 10^{-3}*0.101

a * b =10^{-2}*0.121 * 10^{-3}*0.101= 10^{-5}*0.021412=10^{-6}*0.214

Пример:

a = 10^{-2}*0.121, b= 10^{-3}*0.101

a / b =10^{-2}*0.121 / 10^{-3}*0.101= 10^{+1}*1.19802=10^{+2}*0.120

Примеры для вычислений:

a = 10^{+2}*0.543, b= 10^{-6}*0.122

Найти:

1. a + b
2. a — b
3. a * b
4. a / b

Формат для представления чисел с плавающей точкой содержит одно или два поля фиксированной длины для знаков. Количество позиций для значащих цифр различно в разных ЭВМ, но существует, тем не менее, общий формат. В соответствии с этой записью формат вещественного числа содержит в общем случае поля мантиссы, порядка и знаков мантиссы и порядка. Для увеличения количества значащих цифр в представлении числа и исключения переполнения при умножении мантиссу обычно подвергают нормализации.

Нормализация означает, что мантисса (назовем ее F), кроме случая, когда F=0, должна находиться в интервале

R^(-1) <= F < 1.

Для двоичной системы счисления R=2. Тогда в связи с тем, что 2^(-1) <= F < 1, ненулевая мантисса любого хранимого числа с плавающей точкой должна начинаться с двоичной единицы. В этом и заключается одно из достоинств двоичной формы представления числа с

плавающей точкой. Поскольку процесс нормализации создает дробь, первый бит которой равен 1, в структуре некоторых машин эта единица учитывается, однако не записывается в мантиссу. Эту единицу часто называют скрытой единицей, а получающийся дополнительный бит используют для увеличения точности представления чисел или их диапазона**.**

<Двоичный код машинного порядка>:=<Двоичный код порядка> +1000000$_2$

Диапазон значений по модулю: 1,5*10^{-45} – 3,4*10^{38}

32-разрядный знаковый формат для вещественных типов данных

31 разряд (знаковый)	**30 … 24 разряд**	**23 … … разряд**	**0 разряд**
Двоичный код знака числа	**Двоичный код машинного порядка**	Двоичный код мантиссы	
1 байт		3 байта	

Задачи.

Задача 1. Для представления вещественного числа отводится 8 байт. Порядок занимает 11 бит. Сколько значащих цифр будет содержать двоичная мантисса?

Решение:

Число занимает 64 разряда, из них 11 разрядов на машинный порядок, значит, на знак числа и мантиссу отводится 64–11 =53 бит, на мантиссу 52 бита

Ответ: 52 бита.

Задача 2. Для вычисления количества вещественных чисел, точно представимых в памяти компьютера, используется формула:

$$\mathbf{N = 2^t \times (U - L + 1) + 1.}$$

Здесь: t – количество двоичных разрядов мантиссы;

U – максимальное значение математического порядка;

L – минимальное значение порядка.

Для представления вещественного числа отводится 2 байта. Порядок занимает 7 бит. Сколько различных вещественных чисел точно представимы в памяти такого компьютера?

Решение: t = 9 (16 разрядов всего, 7-машинный порядок, 16–7=9)

Так как машинный порядок 7 бит, 1 разряд на знак порядка, 6 бит на число порядка. Машинный порядок изменяется в диапазоне от 0 до 63 (всего значений 26 = 64). Минимальное значение порядка L= –32, максимальное значение порядка U = 31.

Подставляем найденные значения в формулу:

N = 2t × (U – L + 1) + 1.

N = 29 × (31 + 32 + 1) + 1 =512×64 +1=32769

Ответ: 32769

Задача 3. Представьте вещественное число 18,0 в 4-байтовом формате с плавающей точкой. Переведите в 16-ричный код.

Решение.

$18{,}0_{10} = 10010_2 = 0.1001 * 2^{101}$

Находим машинный порядок:

$p_{маш} = p_{порядка} + p_{смещ} = 101 + 1000000 = 1000101$

Представим данное число в 4-байтовом формате:

01000101100100...0000

$0.1000101.10010000000000000000000_2 = 45900000_{16}$

Задача 4. По шестнадцатеричной форме внутреннего представления числа в форме с плавающей точкой C9811000 восстановить само число.

Решение.

1. Перейдем к двоичному представлению числа в 4-х байтовой ячейке, заменив каждую шестнадцатеричную цифру 4-мя двоичными цифрами:

   1100 1001 1000 0001 0001 0000 0000 0000

1	100	1000	0001	0000
	1001	0001	0000	0000
31	Mp_2	23		0

2. Заметим, что получен код отрицательного числа, поскольку в старшем разряде с номером 31 записана 1. Получим порядок числа из уравнения:

$Mp2 = p_2 + 100\ 0000_2$;

$p2 = 1001001_2 - 100\ 0000_2 = 1001_2 = 9_{10}$.

3. Запишем в форме нормализованного двоичного числа с плавающей точкой с учетом знака числа: $-0{,}1000\ 0001\ 0001\ 0000\ 0000\ 0000 \times 2^{1001}$.

Число в двоичной системе счисления имеет вид: $-100000010{,}001_2$.

Переведем число в десятичную систему счисления:

$$-100000010{,}001_2 = -(1 \times 2^8 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^{-3}) = -258{,}125_{10}.$$

Практическое занятие 13. Контроль знаний первого семестра.

Задания в виде электронных тестов выполняются на компьютере в течение занятия.

Контрольная работа (электронные тесты) по темам первого семестра:

I Системы счисления (4 варианта)

Вопросы к варианту 1.

1. **Как представлено число 110111_2 в восьмеричной системе счисления?**

   Ответы: (1) 313_8 (2) 55_8 (3) 67_8 (правильный ответ) (4) 37_8

2. **Какое число предшествует числу 10000_2 в двоичной системе счисления?**

   Ответ: 1111_2

3. **Чему равно количество цифр в двоичной записи десятичного числа, которое можно представить в виде $2_{10}+6_{10}+32_{10}+64_{10}+256_{10}+512_{10}$?**

   Ответ: 10

4. **Дано x $=57_{16}$, y $=131_8$. Какое из чисел z, записанных в десятичной системе, удовлетворяет условию x <z<y?**

   Ответы: (1) 87_{10} (2) 89_{10}(3) 88_{10} (правильный ответ) (4) 86_{10}

5. **Выполните сложение двоичных чисел X=1101011, Y=1011. Ответ запишите в двоичной системе счисления.**

   Ответ: 1110110

6. **Сколько единиц содержится в двоичной записи выражения $8^{2100} – 4^{2500} +19$?**

   Ответ: 1303

7. **Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 36_{10} оканчивается на 4?**

   Ответ: 8, 16, 32

8. **В системе счисления с некоторым основанием число 75_{10} записывается в виде 203. Укажите это основание.**

   Ответ: 6

II Кодирование информации (4 варианта)

Вопросы к варианту 1.

1. **Сколько различных значений можно закодировать 10 битами?**

   Ответ: 1024

2. **В азбуке Морзе каждый символ кодируется при помощи последовательности знаков: точек и тире. Сколько символов можно закодировать при помощи азбуки Морзе при условии, что для одного символа разрешается использовать три или пять знаков (точек или тире)?**

   Ответ: 40

3. **Все пятибуквенные слова, составленные из букв А, Д, Ж, Р записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:**

   1) **ААААА**
   2) **ААААД**
   3) **ААААЖ**
   4) **ААААР**
   5) **АААДА**

   Запишите, на каком месте от начала списка стоит слово РАДЖА?

   Ответ: 793

4. **Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 96 Кгц и 24-битным разрешением. Запись длится 0,5 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите приблизительно размер полученного файла (в Мбайтах). В качестве ответа укажите ближайшее к размеру полученного файла целое число.**

   Ответ: 8

5. **Для хранения в растровом графического изображения размером 640*1504 пикселей отвели 705 Кбайт памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?**

   Ответ: 64

6. **Для кодирования букв Г, Н, О, Ь решили использовать двухразрядные двоичные числа 00,01,10 и 11 (различным буквам соответствуют разные двоичные числа). Закодировав таким образом слово ОГОНЬ и записав результат восьмеричным кодом, получили число 1344. Какой двоичный код имеет буква Н?**

   Ответ: 01

7. **Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, И, Г и Д решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность. Вот этот код : А –11, Б –10, В –01, Г–001, Д-0001. Можно ли сократить для одной из букв длину кодового слова так, чтобы код по-прежнему можно было декодировать**

однозначно? Коды остальных букв меняться не должны. Выберите оптимальный вариант ответа.

(1) Это невозможно (2) для буквы А – 1 (3) для буквы Д - 000 (правильный ответ) (4) для буквы Г - 00

8. **В некоторой стране автомобильный номер длиной 8 символов составляют из заглавных букв (всего используется 20 различных букв) и десятичных цифр, записанных в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование: каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 30 номеров. В ответе запишите только число, слово «байт» писать не нужно.**

   Ответ: 150

9. **Документ объемом 16 Мбайт можно передать с одного компьютера на другой двумя способами:**

А. Сжать архиватором, передать архив по каналу связи, распаковать.

Б. Передать по каналу связи без использования архиватора. Какой способ быстрее и насколько, если:

- средняя скорость передачи данных по каналу связи составляет 2^{24} бит в секунду;

- объём сжатого архиватором документа равен 50% исходного;

- время, требуемое на сжатие документа, – 8 секунд, на распаковку – 3 секунды?

В ответе напишите букву А, если быстрее способ А, или Б, если быстрее способ Б. Сразу после буквы напишите число, обозначающее, на сколько секунд один способ быстрее другого. Так, например, если способ Б быстрее способа А на 18 секунд, в ответе нужно написать Б18. Единицы измерения «секунд», «сек.», «с.» к ответу добавлять не нужно.

Ответ: А7

Пример варианта домашнего задания за первый семестр Информатика. Зачетное задание. Вариант 1.

№ пп	Вопрос	Ответ	Контроль
1	2	3	4
1	Автоматическое устройство осуществило автоматическую перекодировку сообщения на русском языке на 16-битном представлении UNICODE в 8-битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 3 байта. Какова длина этого сообщения в символах?		
2	Определите, сколько потребуется знаков для кодирования 14 различных элементов троичным кодом переменной длины.		
3	Сколько значащих цифр в двоичной записи десятичного числа 265,75?		
4	Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 21 заканчивается на 0.		

1	2	3	4
5	**В электронной таблице значение формулы =СУММ(B2:D2) равно 15. Чему равно значение ячейки A2, если значение формулы = СРЗНАЧ(A2:D2) равно 4?**		
6	**Размер цветного изображения составляет 12,5 на 12,5 см. Разрешение изображения составляет 600 точек на дюйм (2,5 см). Какой объем памяти необходим для его хранения, если цветность изображения равна 256?**		
7	**В вазе стоит букет цветов из ромашек и васильков, причем васильков в 3 раза больше, чем ромашек. Чему равен информационный объем сообщения, что из вазы наугад взяли одну ромашку?**		
8	**Вычислить сумму трех чисел X, Y, Z, заданных в разных системах счисления. $X=1F_{16}$, $Y=100_8$, $Z=15_{10}$. Результат записать в 16-ричной системе счисления.**		
9	**Дана логическая функция трех переменных $F(x_1, x_2, x_3)= \neg x_1 * \neg x_2 * \neg x_3 + x_1 * x_2 * x_3$. Определить номера наборов, на которых функция равна 0.**		

1	2	3	4
10	**В школьных соревнованиях по настольному теннису четверку лучших составили Наташа, Маша, Люда и Рита. Первый болельщик считает, что первой будет Наташа, а второй – Маша. Второй же решил, что четвертой будет Рита, а Люда – второй. Третий сказал, что, по его мнению, Рита – третья, Наташа – вторая. Оказалась, что они были правы только в одном из своих прогнозов. Какие же места заняли девочки (ответ дайте по первым буквам имен)?**		

Заключение

Представленные в первой части пособия материалы позволяют слушателям курсов уже достаточно неплохо подготовиться к сдаче ЕГЭ по информатике. Однако первая часть не содержит решений, связанных с такими важными вопросами, как например, теория алгоритмов, программирование, архитектура компьютерных сетей, технологии поиска и хранения информации. Особенную трудность на занятиях, как правило, вызывает подготовка заданий по программированию в случае, если слушатель не был предварительно знаком с каким-нибудь базовым языком программирования. Поэтому вторая часть пособия должна содержать необходимые знания по алгоритмизации и программированию, достаточные для решения задач по ЕГЭ, не касаясь заданий по разработке эффективных программ. Кроме того, данные задачи требуют у слушателей знаний и навыков решений, связанных с их математической и физической подготовкой, поэтому в пособии необходимо рассмотреть соответствующие материалы по математике или физике.

Приложение 1

АНКЕТА СЛУШАТЕЛЯ

1. **Фамилия_____**
2. **Имя_____**
3. **Отчество_____**
4. **Возраст_____**
5. **Где учитесь (город, номер школы)_____**
6. **Отметки в школе:**

А) математика_____

Б) физика_____

В) информатика_____

7. **Любимые школьные предметы_____**

_____

8. **Навыки работы с компьютером (чайник, пользователь, профи)**

_____

9. **Ваши любимые программные продукты_____**

_____

10. Навыки работы с компьютерным железом и программированием

_____

11. С какими языками программирования Вы знакомы_____

12. К какому психологическому типу людей себя относите: мыслитель (познавательный тип); собеседник (эмоционально-коммутативный тип); практик (практический тип)

_____

13.Ваши пожелания к курсу_____

_____

Теперь постарайтесь ответить на несколько вопросов:

1. Назовите основные типы алгоритмов_____

_____

2. Из каких основных компонентов состоит программный код?

_____

3. Что такое триггер?

_____

4. Чем различаются сетевые технологии «звезда» и «общая шина»?

_____

5. Определение растра (в информатике)_____

_____

____

6. Формула де-Моргана для конъюнкции

_____

____

7. Что такое модель (краткое определение)?

_____

_

8. Почему Гоголь говорил, что можно описывать яблоню с золотыми яблоками, но не груши на вербе?

_____

____

9. Какие символы использует восьмеричная система счисления?

_____

____

10. Если у двух книг на китайском и русском языках одинаковый формат и число страниц, то в какой из них больший объем информации и почему?

_____

Стрельцова

_____

Заранее благодарю

Приложение 2

Разбор решений задач на занятиях

Практическое занятие 6.

Пример 2. Для какого слова истинно высказывание:

¬(Первая буква слова согласная) →(Вторая буква слова гласная) v (Последняя буква слова гласная)

Варианты ответов:

1)ГОРЕ 2) ОТВЕТ 3) КРЕСЛО 4) ПРИВЕТ

Решение. Преобразуем импликацию к виду: (Первая буква слова гласная) v (Вторая буква слова гласная) v (Последняя буква слова гласная) – набор дизъюнкций.

Тогда условие 1) подходит ко второй дизъюнкции, условие 2) подходит к первой дизъюнкции, условие 3) подходит к третьей дизъюнкции.

Ответ: 1), 2), 3)

Пример 3. Укажите, для какого слова истинно высказывание:

((Первая буква слова гласная) v (Пятая буква слова согласная)) → (Вторая буква слова гласная)

Варианты ответов:

1)АРБУЗ 2) ОТВЕТ 3) КРЕСЛО 4) ПРИВАЛ

Решение. Преобразуем импликацию к виду: (Первая буква слова гласная) v (Вторая буква слова гласная) v (Пятая буква слова гласная) – набор дизъюнкций.

Тогда условие 1) подходит к первой дизъюнкции, условие 2) подходит к первой дизъюнкции, условие 4) подходит к третьей дизъюнкции.

Ответ:1), 2), 4)

Задача 2. Беседуют трое друзей: Белокуров, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой – брюнет, третий – рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии. Каков цвет волос у каждого из друзей?

Решение. Применяем таблицу:

	Фамилия	Белокуров	Рыжов	Чернов
Цвет волос	белокурый	-	-	+
	рыжий	+	-	-
	черный	-	+	-

Так как по условиям задачи цвет волос не совпадает с фамилией, ставим прочерки в этих строках. Ключевая фраза:« Брюнет сказал Белокурову…», значит, Белокуров не брюнет, ставим ему прочерк на черном цвете волос. Тогда соответственно по таблице: Белокуров рыжий, Чернов белокур, Рыжов черноволос.

Ответ: Белокуров - рыжий, Рыжов - брюнет, Чернов- блондин.

Задача 3. Воронов, Павлов, Левицкий и Сахаров – четыре талантливых молодых человека: танцор, художник, певец и писатель. О них известно следующее:

- Воронов и Левицкий сидели в зале консерватории, когда певец дебютировал в сольном концерте.
- Павлов и писатель вместе позировали художнику.
- писатель написал библиографическую повесть о Сахарове и собирается писать о Воронове.
- Воронов никогда не слышал о Левицком.

Кто из них кто по профессии?

Решение. Можно использовать метод рассуждений (без таблицы).

По первому условию: Воронов и Левицкий не певцы, по второму Павлов – не художник, Сахаров и Воронов не писатели. При этом Павлов видел писателя, позируя художнику, и им может быть Левицкий. Тогда Воронов является танцором, Павлов – певцом, а Сахаров – художником.

Ответ: Воронов - танцор, Павлов - певец, Левицкий - писатель, Сахаров – художник.

Задача 4. В бюро переводов приняли на работу троих сотрудников: Ивана, Антона и Петра. Каждый из них знает ровно два иностранных языка из следующего набора: немецкий, японский, шведский, китайский, французский и греческий. Известно, что:

(1) Петр – самый высокий

(2) Переводчик с французского ниже ростом переводчика со шведского

(3) Переводчик со шведского, переводчик с французского и Антон родом из одного города

(4) Переводчик с японского, переводчик с китайского и Петр учились втроем в одном институте

(5) Антон не знает ни китайского, ни греческого.

Какие языки кто знает?

Решение. Можно использовать метод рассуждений с таблицей.

Имена	Языки					
	Нем.	Япон.	Швед.	Китай.	Франц.	Греч.
Иван	-	-	-	+	+	-
Антон	+	+	-	-	-	-
Петр	-	-	+	-	-	+

Условие (4): Петр не знает японского и китайского. Условие (5): Антон не знает ни китайского, ни греческого. Условие (3): Антон не

знает ни шведского, ни французского. Поэтому он является переводчиком с немецкого и японского языков. Так как по условию (1) Петр самый высокий, то по условию (2) он не знает французский, а знает шведский и греческий. Ивану остается знать китайский и французский языки.

Ответ: Иван – китайский и французский, Антон - немецкий и японский, Петр – шведский и греческий.

Задача 5. Когда сломался компьютер, его хозяин сказал «Память не могла выйти из строя». Его сын предположил, что сгорел процессор, а винчестер исправен. Пришедший специалист по обслуживанию сказал, что, скорее всего, с процессором все в порядке, а память неисправна. В результате оказалось, что двое из них сказали все верно, а третий – все неверно. Что же сломалось?

Решение. Можно использовать метод рассуждений.

Трое субъектов высказали предположение о процессоре и памяти. Если учесть, что первое предположение хозяина об исправности памяти верно, то второе предположение его сына о неисправности процессора и исправности памяти также верно. Таким образом, ошибся специалист по обслуживанию в обоих случаях, и неисправным оказался процессор.

Ответ: процессор.

Задача 6 (Эйнштейна). На одной улице стоят в ряд 4 дома, в каждом из них живет по одному человеку. Их зовут Василий, Семен, Геннадий и Иван. Известно, что все они имеют разные профессии: скрипач, столяр, охотник и врач. Известно, что (1) Столяр живет правее охотника. (2) Врач живет левее охотника. (3) Скрипач живет с краю. (4) Скрипач живет рядом с врачом. (5) Семен не скрипач и не живет рядом со скрипачом. (6) Иван живет рядом с охотником. (7)

Василий живет правее врача. (8) Василий живет через дом от Ивана. Определите, кто где живет.

Решение. Введем обозначения: В - Василий, С - Семен, Г – Геннадий, И – Иван. СК - скрипач, С - столяр, О - охотник и ВР - врач.

Условие (3): схема домов - СК??? или ???СК. Условие (4): СКВ?? или ??ВСК. Условие (2): О?ВСК или ?ОВСК. Условие (1): СКВОС. Условие (5): С – С или О. Условие (6): И – С или В. Условие (7): В – О или С. Принимаем очевидное: Г – СК. Тогда С – О, В - С. Условие (8): И - В.

Ответ: Геннадий - скрипач, Иван – врач, Семен - охотник, Василий - столяр.

Практическое занятие 7.

Пример 1. Построить таблицу истинности логической функции трех переменных $F(x_1, x_2, x_3)$ и определить номера наборов, на которых функция равна 0.

а) ⌐x1*x2*⌐x3 + ⌐x1*⌐x2*x3

б) ⌐x1* x3 + ⌐x2*⌐ x3 + x1*⌐ x2

Решение а). Построим таблицу истинности функции F трех переменных x1, x2, x3 как набор двух дизъюнкций: F1= ⌐x1*x2*⌐x3 и F2= ⌐x1*⌐x2*x3, при этом F= F1+ F2

наборы	x1	x2	x3	F1	F2	F
1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1
3	0	1	0	1	0	1
4	0	1	1	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0

1	2	3	4	5	6	7
6	1	0	1	0	0	0
7	1	1	0	0	0	0
8	1	1	1	0	0	0

Ответ: наборы 1, 4, 5, 6, 7, 8

Решение б). Построим таблицу истинности функции F трех переменных x1, x2, x3 как набор трех дизъюнкций: F1= ⌐x1*x3, F2= ⌐x2*⌐x3 и F3=x1*⌐x2, при этом F= F1+ F2+ F3

наборы	x1	x2	x3	F1	F2	F3	F
1	0	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	1
5	1	0	0	0	1	1	0
6	1	0	1	0	0	1	1
7	1	1	0	0	0	0	0
8	1	1	1	0	0	0	0

Ответ: наборы 2, 3, 5, 7, 8

Пример 2. Заданы логические функции:

F1 = x1*x2*⌐x3 V ⌐x1*⌐x2*x3

и F2 = ⌐(x1*x2 V ⌐x2*⌐x3)* ⌐(x1*⌐x2 V x1*x3 V x2*x3)

Проверьте, являются ль данные функции тождественными.

Решение. Проверить тождественность данных функций можно упрощением их логических выражений или построением таблиц истинности. Построим таблицы истинности для функций:

F1 = x1*x2*⌐x3 V ⌐x1*⌐x2*x3= f1+ f2

x1	x2	x3	f1	f2	F
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0

F2 = ⌐(x1*x2 V ⌐x2*⌐x3)* ⌐(x1*⌐x2 V x1*x3 V x2*x3) = f1+ f2

x1	x2	x3	f1	f2	F
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Так как третий набор функций не совпадает друг с другом, то остальные наборы можно не заполнять, так как очевидно, что функции F1и F2 не тождественны друг другу.

Ответ: функции не тождественны.

Задача 1. Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Коля, Саша и Миша, но

не знает, кто из них правдив, а кто – нет. Однажды все трое прогуляли урок астрономии. Директор знает, что никогда раньше никто из них не прогуливал астрономию. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Коля сказал: «Я всегда прогуливаю астрономию. Не верьте тому, что скажет Саша». Саша сказал: «Это был мой первый прогул этого предмета». Миша сказал: «Все, что говорит Коля, – правда». Директор понял, кто из них кто. Расположите первые буквы имен мальчиков в порядке: «говорит всегда правду», «всегда лжет», «говорит правду через раз» (Пример: если бы имена мальчиков были Рома, Толя и Вася, ответ мог бы быть: РТВ).

Решение (метод рассуждений):

1. есть «точная» информация, которая не подвергается сомнению:

(*) все трое прогуляли урок астрономии в первый раз и высказывания мальчиков:

Коля: 1. Я всегда прогуливаю астрономию.

2. Саша врет.

Саша: 1. Я в первый раз прогулял астрономию.

Миша: 1. Коля говорит правду.

2. известно, что один из них все время лжет, второй – говорит правду, а третий говорит правду через раз (то есть, из двух его высказываний одно истинно, а второе – ложно; если у нас есть только одно высказывание «полу-лжеца», оно может быть как истинным, так и ложным)

3. сопоставив первое высказывание Коли и высказывание Саши с информацией (*), сразу определяем, то тут Коля соврал, а Саша сказал правду; это значит, что второе высказывание Коли – тоже неверно, поэтому мальчик Коля всегда лжет. Тогда Саша или Миша, говорит правду всегда, а второй – через раз.

4. Мишино высказывание неверно, т. к. мы уже определили, что Коля лжет; это значит, что Миша не всегда говорит правду, он – «полу-лжец», тогда получается, что Саша всегда правдив, и действительно, его высказывание верно.

Ответ: СКМ Саша – правдив, Коля – лжец, Миша – «полу-лжец».

Возможные проблемы:

1. в этой задаче нет точной информации, поэтому приходится предполагать истинность того или другого высказывания и проверять, не противоречат ли этому предположению остальные утверждения

2. если мы выяснили, что высказывание «*Саша всегда лжет*» ложно, это не означает, что Саша всегда говорит правду: *неверно,* что Саша всегда лжет, то есть он может быть и правдивым, и «полу-лжецом»

3. легко по невнимательности перепутать порядок букв в ответе (здесь сначала правдивый, потом – лжец, потом – «полу-лжец»)

Задача 2. Мама, прибежавшая на звон разбившейся вазы, застала всех трех своих сыновей в совершенно невинных позах: Саша, Ваня и Коля делали вид, что происшедшее к ним не относится. Однако футбольный мяч среди осколков явно говорил об обратном.

– Кто это сделал? – спросила мама.

– Коля не бил по мячу, – сказал Саша. – Это сделал Ваня.

Ваня ответил: – Разбил Коля, Саша не играл в футбол дома.

– Так я и знала, что вы друг на дружку сваливать будете, рассердилась мама. Ну, а ты что скажешь? – спросила она Колю.

– Не сердись, мамочка! Я знаю, что Ваня не мог этого сделать. А я сегодня еще не сделал уроки, – сказал Коля.

Оказалось, что один из мальчиков оба раза солгал, а двое в каждом из своих заявлений говорили правду. Кто разбил вазу?

Решение (метод подбора):

1. запишем высказывания трех мальчиков в краткой форме:

Саша: 1. Коля не разбивал 2. Ваня разбил

Ваня: 1. Коля разбил 2. Саша не разбивал

Коля: 1. Ваня не разбивал

Оформим эти данные в виде таблицы, где в строках записаны высказывания мальчиков, а в столбцах – информация, которая в них содержится:

	Саша разбил	Ваня разбил	Коля разбил
Саша		1	0
Ваня	0		1
Коля		0	

Если бы все мальчики сказали правду, то очевидно, что все они указали бы на одного, который и разбил вазу: это значит, что в одном столбце были бы только единицы (и, возможно, пустые ячейки), а в остальных – только нули; по таблице видим, что соврал Саша или Ваня, потому что в их строчках единицы стоят в разных столбцах. Один мальчик соврал оба раза, для получения «правильной» таблицы (один столбец с единицами, а остальные – с нулями) нужно инвертировать одну строку (построить инверсию - заменить все единицы на нули и наоборот). Инверсия первой строчки дает такое решение (в последнем столбце все единицы, в остальных – все нули).

	Саша разбил	Ваня разбил	Коля разбил
Саша		не 1, 0	не 0, а 1
Ваня	0		1
Коля		0	

Ответ: вазу разбил Коля (а не Ваня и не Саша).

Практическое занятие 8.

3. Дано сложное высказывание: «Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел». Преобразовать к логической формуле.

Решение.

Обозначим через А простое высказывание «Людоед голоден», а через В простое высказывание «Он давно не ел». Тогда логическая формула сложного высказывания имеет вид: А=В

4. Дано сложное высказывание: «День сменяет ночь тогда и только тогда, когда солнце скрывается за горизонтом». Преобразовать к логической формуле.

Решение.

Обозначим через А простое высказывание «День сменяет ночь», а через В простое высказывание «Солнце скрывается за горизонтом». Тогда логическая формула сложного высказывания имеет вид: А=В

Практическое занятие 11.

Задача 1. Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика, если в непрозрачном мешочке находится 50 белых, 25 красных, 25 синих шариков?

Решение.

Шаг 1. Подсчитываем вероятности отдельных событий по формуле: $p_i=n_ш/n_{общ}$, где $n_ш$ –количество шариков определенного цвета, $n_{общ}$- общее число шариков.

При этом общее число шариков равно: $n_{общ}$=50+25+25+100 шариков,

Вероятность нахождения белого шарика равна $p_б$=50/100 =1/2, вероятности нахождения красных и белых шариков соответственно равны: $p_к$= $p_с$=25/100=1/4

Шаг 2. Количество информации о цвете вынутого шарика получаем по формуле Шеннона:

I_i =-$\log_2 p_i$.

Тогда количество информации о вынутом белом шарике равно: $I_б = -\log_2 p_i = \log_2 2 = 1$ (бит), а о красном и синем равны: $I_к = I_с = -\log_2 p_i = \log_2 4 = 2$ (бит)

Задача 2. Некоторая система может находиться в четырех состояниях: в первом - с вероятностью 0.1, во втором и третьем - 0.25, в четвертом - 0.4. Чему равно количество информации в системе?

Решение.

Используется формула Шеннона:

$I = -(0{,}1*\log_2 0{,}1 + 0{,}25*\log_2 0{,}25 + 0{,}25*\log_2 0{,}25 + 0{,}4*\log_2 0{,}4) =$

$(0{,}322 + 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}375) = 1{,}7$(бит).

Задача 3. В алфавите племени МУМУ всего 4 буквы (А, У, М, К), один знак препинания (точка) и для разделения слов используется пробел. Подсчитали, что в популярном романе «Мумука» содержится всего 10000 знаков, из них: букв А – 4000, букв У – 1000, букв М – 2000, букв К – 1500, точек – 500, пробелов – 1000. Какой объем информации содержит книга?

Решение. Поскольку объем книги достаточно большой, то можно допустить, что вычисленная по ней частота встречаемости в тексте каждого из символов алфавита характерна для любого текста языке МУМУ. Подсчитаем частоту встречаемости каждого символа во всем тексте книги (т.е. вероятность) и информационные веса символов:

буква А: 4000/10000 = 0,4; $i_A = \log_2 (1/0{,}4) = 1{,}321928$;

буква У: 1000/10000 = 0,1; $i_У = \log_2 (1/0{,}1) = 3{,}1928$;

буква М: 2000/10000 = 0,2; $i_M = \log_2 (1/0{,}2) = 2{,}321928$;

буква К: 1500/10000 = 0,15; $i_K = \log_2 (1/0{,}15) = 2{,}736966$;

точка: 500/10000 = 0,05; $i_{точка} = \log_2 (1/0{,}05) = 4{,}321928$;

пробел: 1000/10000 = 0,1; $i_{пробел} = \log_2 (1/0{,}1) = 3{,}321928$.

Общий объем информации в книге вычислим как сумму произведений информационного веса каждого символа на число повторений этого символа в книге:

$I = i_А * n_А + i_У * n_У + i_М * n_М + i_К x* n_К + i_{точка} * n_{точка} + i_{пробел} * n_{пробел} =$

=1,321928 * 4000+3,1928 * 1000+2,321928 * 2000+2,736966 * 1500+4,321928 * 500+3,321928 * 100=22841,84 бита.

Задача по контрольной работе.

По результатам контрольной работы выяснилось, что:

- Сергей решил правильно 18 задач из 36,
- Никита - 24 из 36,
- Марк –13 из 36,
- Дмитрий - 20 из 36 или 8 из 36,
- Максим -10 из 36,
- Артем – 0 из 36.

Подсчитать общий объем информации результатов выполнения нашей контрольной работы.

Шаг 1. Подсчитаем вероятности выполнения контрольной работы:

- У Сергея р=18/ 36,
- У Никиты р= 24/ 36,
- У Марка р =13/ 36,
- У Дмитрия р= 20/ 36,
- У Максима р =10/ 36

Шаг 2. Общий объем информации считаем по формуле Шеннона:

$I=18/36*\log_2 36/18+24/36*\log_2 36/24+13/36*\log_2 36/13+20/36*\log_2 36/20+10/36*\log_2 36/10=1/36(18*\log_2 2+24*\log_2 3/2+13*\log_2 36/13+20*\log_2 1,8+10*\log_2 3,6)=0,28*0,301(18+24*(0,48-$

1)+13*1,114+20*0,255+10*0,556)=0,08*(18-

12,48+14,48+5,1+5,56)=0,08*30,66=2,45 (бит)

Задача на дом (вероятностный подход)

Словарь людоедов племени Мумбо-Юмбо содержит слова только трех частей речи: существительные, глаголы и междометия. Каждый раз за обедом, по причине своей дикости, людоед произносит предложение, состоящее из одного равновероятно выбранного из словаря слова. Количество информации, содержащееся в сообщении "Предложение состоит из глагола", равно 1 + log $_2$5 бита. Информационный объем сообщения "Предложение состоит из существительного" равен 1 + log $_2$3 бита. В словаре только 8 слов не являются междометиями. Количество всех слов в словаре равно….

Шаг 1. Обозначим количество частей речи буквами: *с* – всего существительных, *г* – всего глаголов, *м* – всего междометий.

Шаг 2. Определяем Информационный объем – это логарифм по основанию два от отношения количества всех возможных значений множества к количеству значений, удовлетворяющих сообщению: I =- log $_2$ P $_i$, где P - вероятность такого события.

Шаг 3. Найдем информационный объем первого сообщения:

$$-\log_2 \frac{г}{с+г+м} = 1+\log_2 5 \qquad \text{Отсюда: } с+г+м = 10г$$

Шаг 4. Найдем информационный объем второго сообщения:

$$-\log_2 \frac{с}{с+г+м} = 1+\log_2 3 \qquad \text{Отсюда: } с+г+м = 6с$$

Шаг 5. Известно, что 8 слов не являются междометиями, то есть в сумме в алфавите 8 существительных и глаголов. Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} с + г + м = 10г \\ с + г + м = 6с \\ с + г = 8 \end{cases}$$

$с$=5, $г$=3, $м$=22

Шаг 6. Сумма всех частей речи представляет собой словарь: **5+3+22=30 (слов)**

Ответ: 30 слов.

Приложение 3

Инструкция пользователю по программной системе «ЕГЭ 2008» и вариант экзаменационной работы

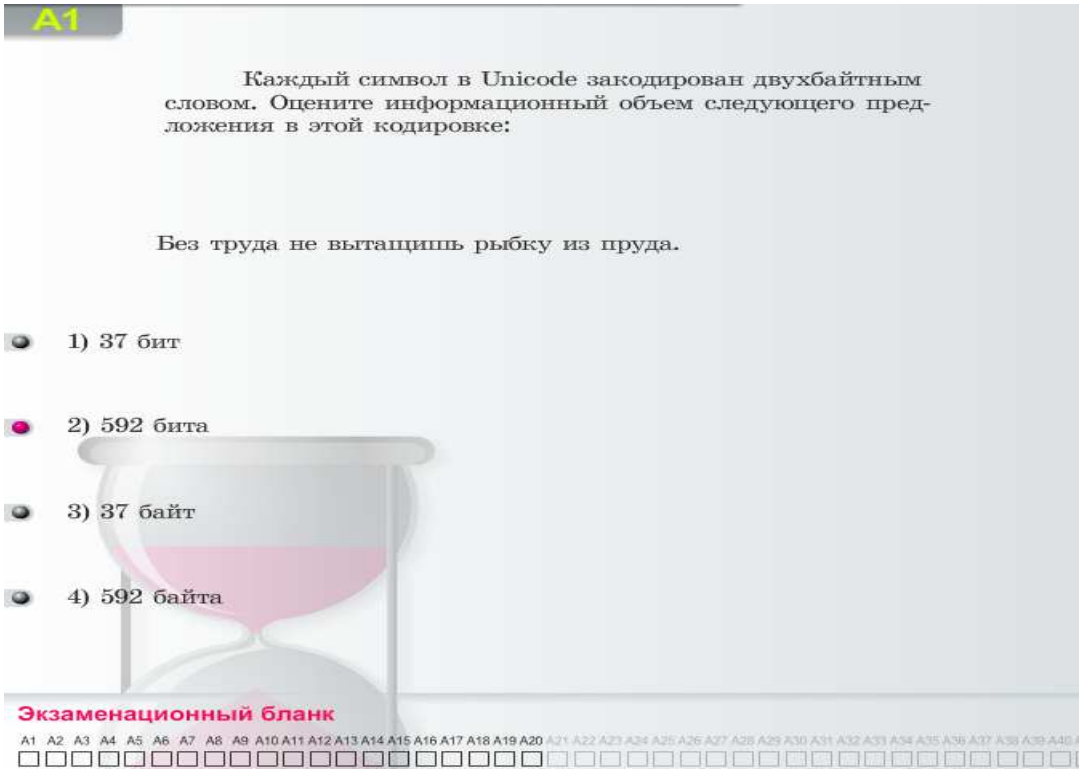
1. При загрузке системы на экране монитора появляется интерфейс программы:

2. Выбирая клавишу «Интенсивный тренинг - курс», выходим на интерфейс выбора режима тестирования:

3. Далее выбираем «Экзаменационный режим» и таким образом формируем свою контрольную работу:

4. Последовательно выполняем задания части А. При этом не забудьте внести решения в экзаменационный бланк по клавише «Перенести ответы в бланк»:

   Задание А1:



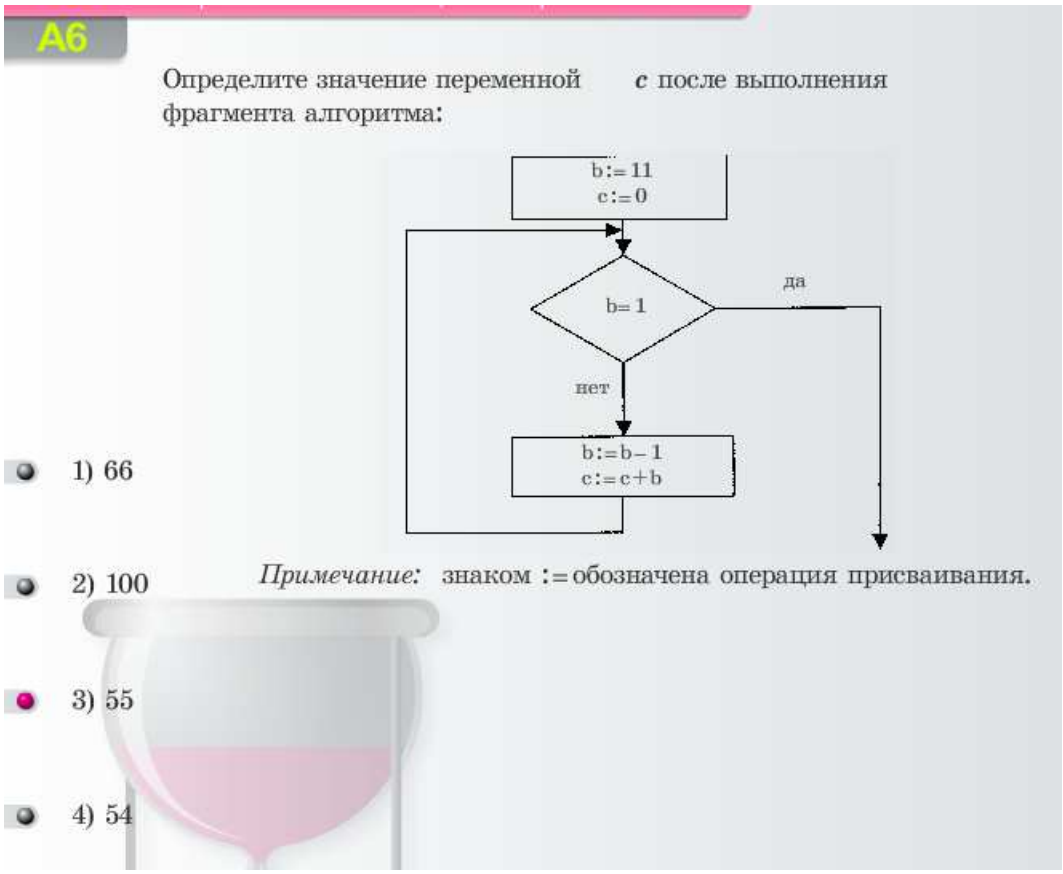
Задание А2:

Задание А3:

Задание А4:

Задание А5:

Задание А6:



Задание А7:

A7 Определите значение целочисленных переменных a и b после выполнения фрагмента программы:

Бейсик	Паскаль	Алгоритмический

a = 1075
b = (a MOD 1000) * 10
a = a + (b \ 100)
'\ и MOD — операции, вычисляющие результат деления нацело первого аргумента на второй и остаток от деления соответственно
	a:= 1075;
	b:= (a mod 1000)*10;
	a:= a+ (b div 100);
	{div и mod — операции, вычисляющие результат деления нацело первого аргумента на второй и остаток от деления соответственно}
		a:= 1075
		b:= mod(a,1000)*10
		a:= a+ div(b,100)
		|div и mod — функции, вычисляющие результат деления нацело первого аргумента на второй и остаток от деления соответственно|

- 1) $a = 1150,\ b = 750$
- 2) $a = 1082,\ b = 1070$
- 3) $a = 1082,\ b = 750$
- 4) $a = 1085,\ b = 1070$

Задание А8:

A8 Значения двух массивов $A[1..100]$ и $B[1..100]$ задаются с помощью следующего фрагмента программы:

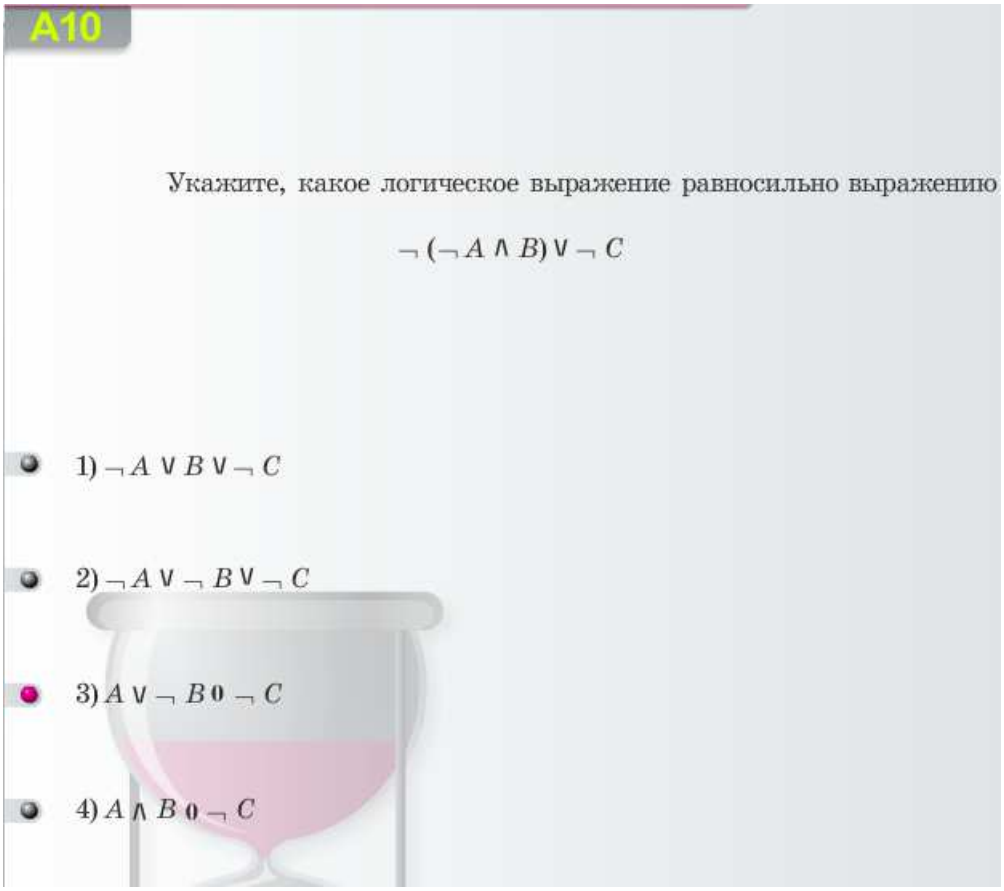
Бейсик	Паскаль	Алгоритмический
FOR n= 1 TO 100 A(n)= n–10 NEXT n FOR n= 1 TO 100 B(n)=A(n)*n NEXT n	for n:= 1 to 100 do A[n]:= n–10; for n:= 1 to 100 do B[n]:=A[n]*n	нц для n от 1 до 100 A[n]= n–10 кц нц для n от 1 до 100 B[n]=A[n]*n кц

Сколько элементов массива B будут иметь положительные значения?

- 1) 10
- 2) 50
- 3) 90
- 4) 100

Задание А9:

Задание А10:



Задание А11:

А11

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.
Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	1	0	0
1	1	0	1
1	0	1	0

Какое выражение соответствует F?

- 1) $\neg X \vee Y \vee \neg Z$
- 2) $X \wedge Y \wedge \neg Z$
- 3) $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z$
- 4) $X \vee \neg Y \vee Z$

Экзаменационный бланк

Задание А12:

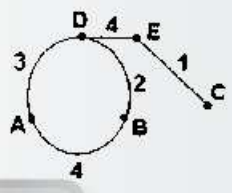
А12

В таблице приведена стоимость перевозок между соседними железнодорожными станциями. Укажите схему, соответствующую таблице.

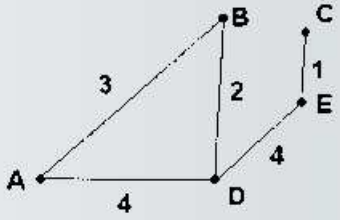
	A	B	C	D	E
A		3		4	
B	3		2		
C					1
D	4	2		4	
E			1	4	

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

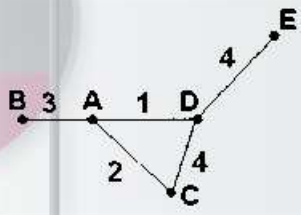
1)



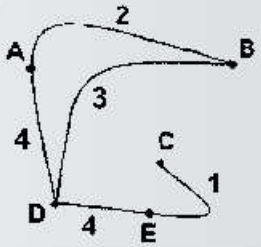
2)



3)



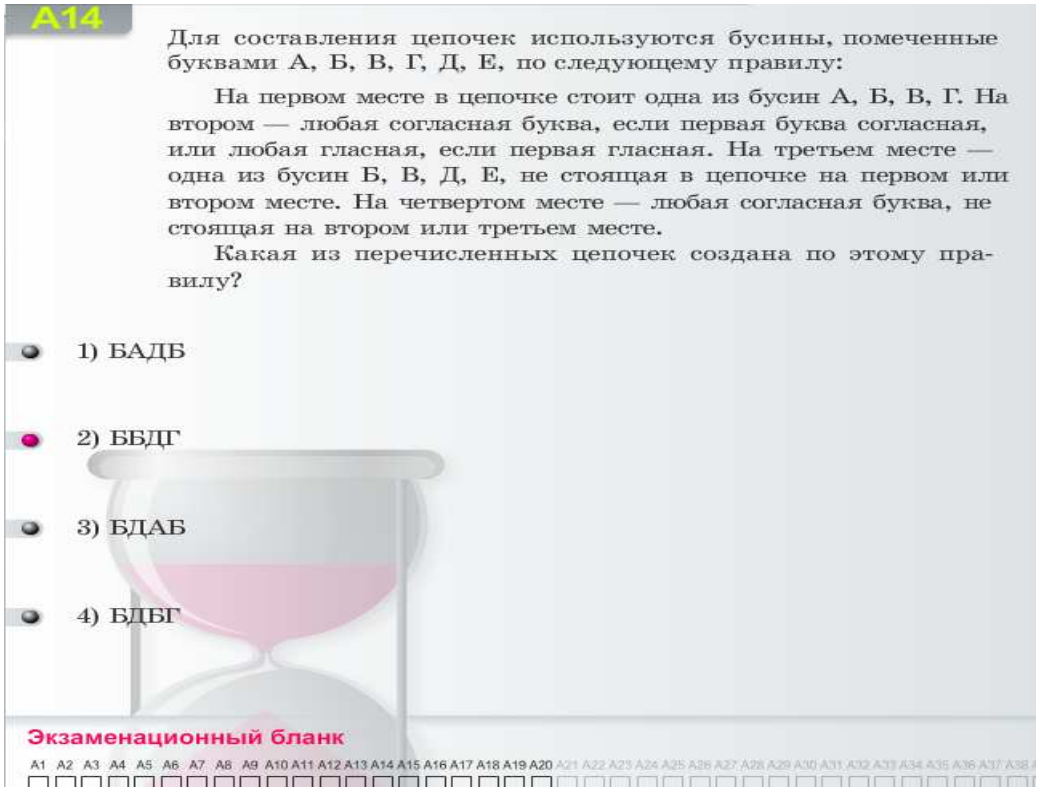
4)



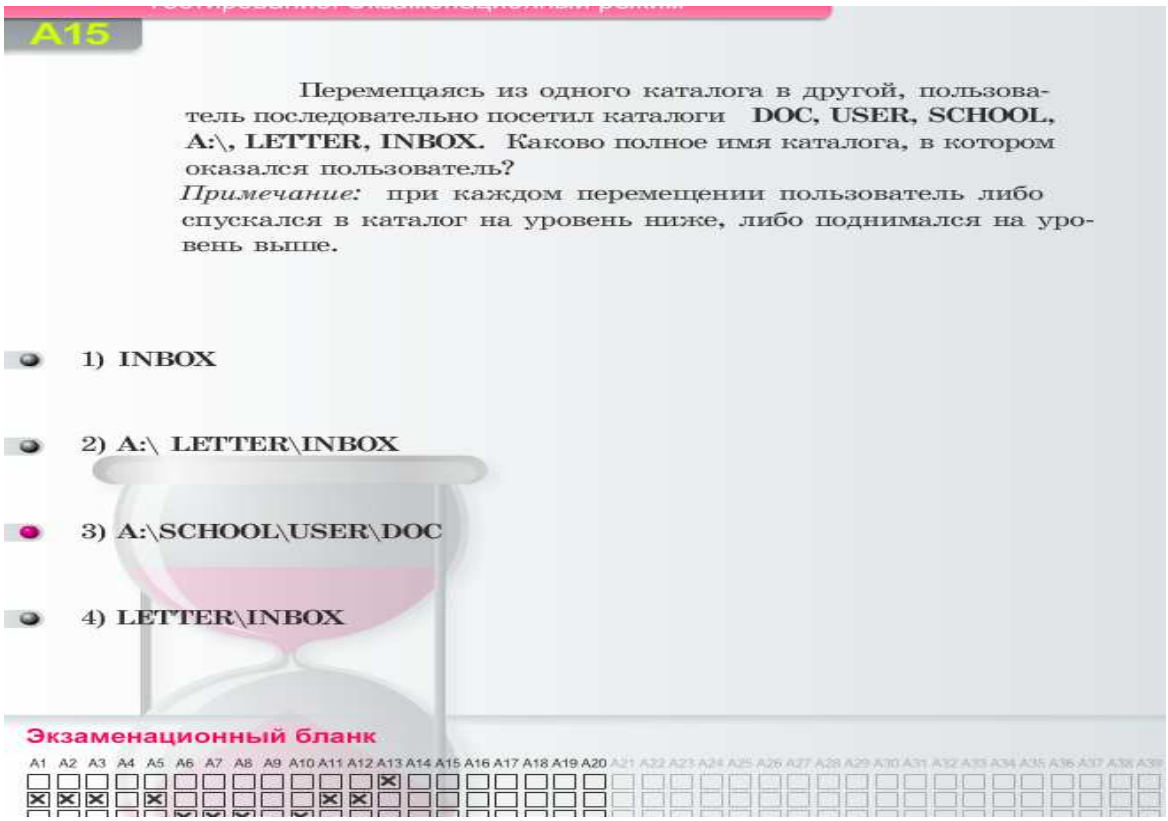
Экзаменационный бланк

Задание А13:

Задание А14:



Задание А15:



A15

Перемещаясь из одного каталога в другой, пользователь последовательно посетил каталоги **DOC, USER, SCHOOL, A:\, LETTER, INBOX.** Каково полное имя каталога, в котором оказался пользователь?

Примечание: при каждом перемещении пользователь либо спускался в каталог на уровень ниже, либо поднимался на уровень выше.

1) INBOX

2) A:\ LETTER\INBOX

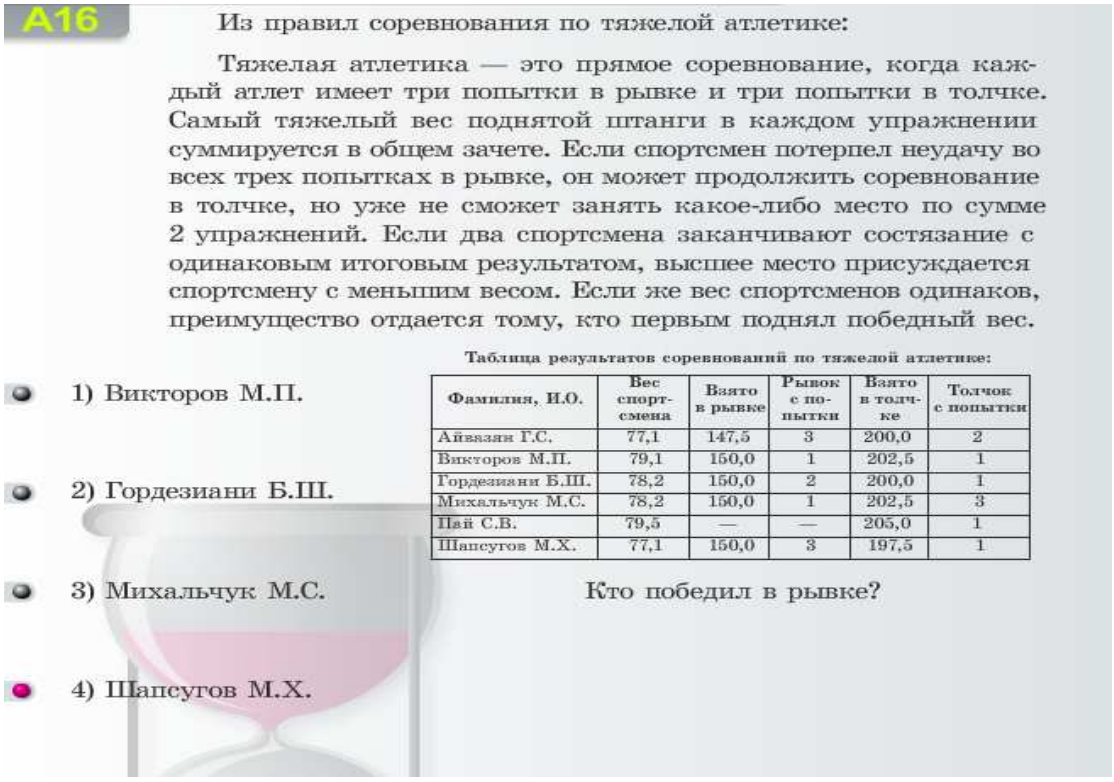
3) A:\SCHOOL\USER\DOC

4) LETTER\INBOX

Экзаменационный бланк

A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 A12 A13 A14 A15 A16 A17 A18 A19 A20

Задание А16:



A16

Из правил соревнования по тяжелой атлетике:

Тяжелая атлетика — это прямое соревнование, когда каждый атлет имеет три попытки в рывке и три попытки в толчке. Самый тяжелый вес поднятой штанги в каждом упражнении суммируется в общем зачете. Если спортсмен потерпел неудачу во всех трех попытках в рывке, он может продолжить соревнование в толчке, но уже не сможет занять какое-либо место по сумме 2 упражнений. Если два спортсмена заканчивают состязание с одинаковым итоговым результатом, высшее место присуждается спортсмену с меньшим весом. Если же вес спортсменов одинаков, преимущество отдается тому, кто первым поднял победный вес.

Таблица результатов соревнований по тяжелой атлетике:

Фамилия, И.О.	Вес спортсмена	Взято в рывке	Рывок с попытки	Взято в толчке	Толчок с попытки
Айвазян Г.С.	77,1	147,5	3	200,0	2
Викторов М.П.	79,1	150,0	1	202,5	1
Гордезиани Б.Ш.	78,2	150,0	2	200,0	1
Михальчук М.С.	78,2	150,0	1	202,5	3
Пай С.В.	79,5	—	—	205,0	1
Шапсугов М.Х.	77,1	150,0	3	197,5	1

Кто победил в рывке?

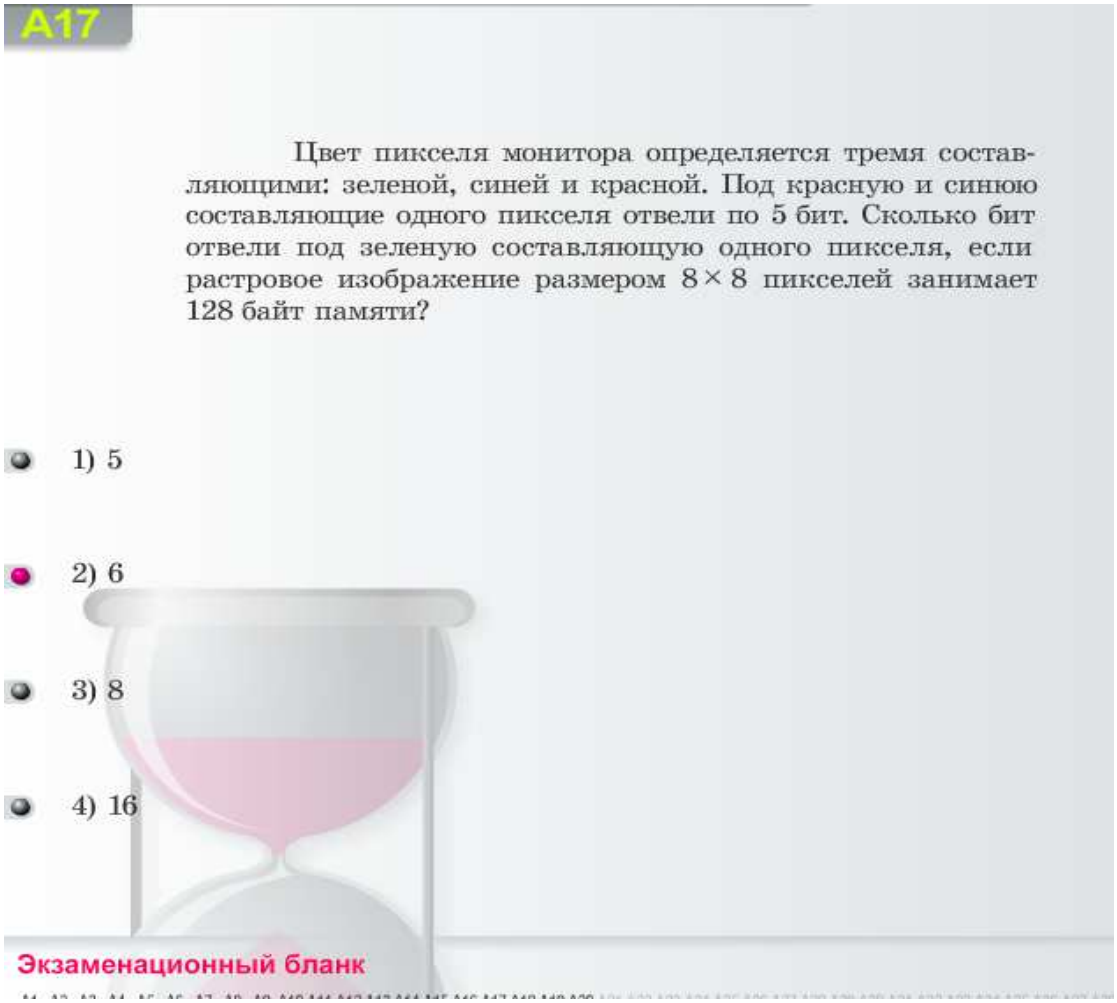
1) Викторов М.П.

2) Гордезиани Б.Ш.

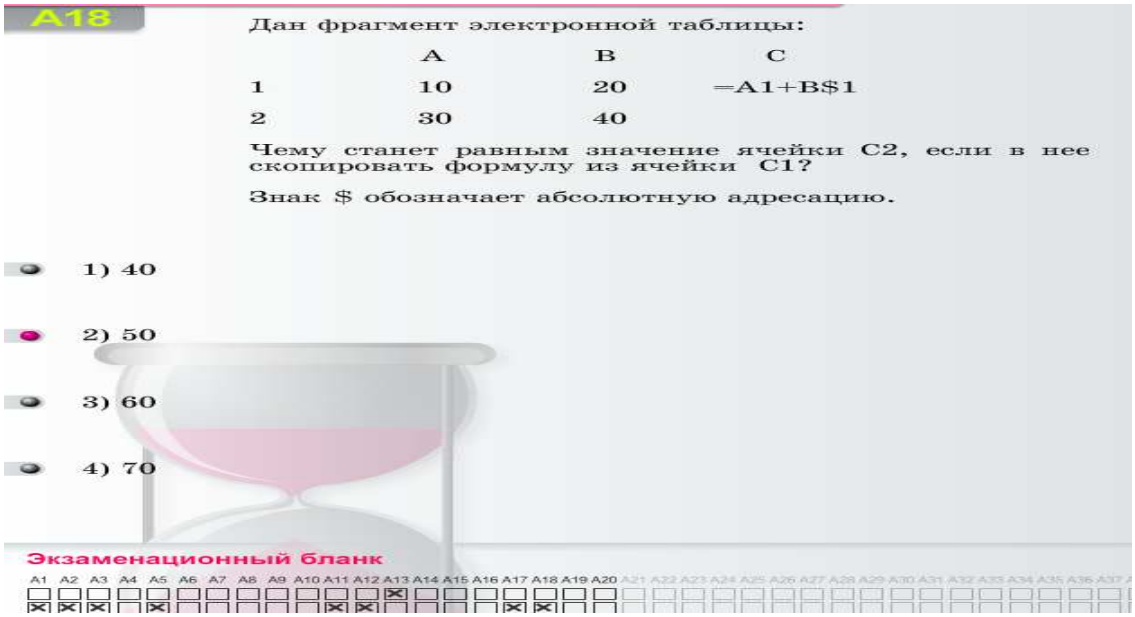
3) Михальчук М.С.

4) Шапсугов М.Х.

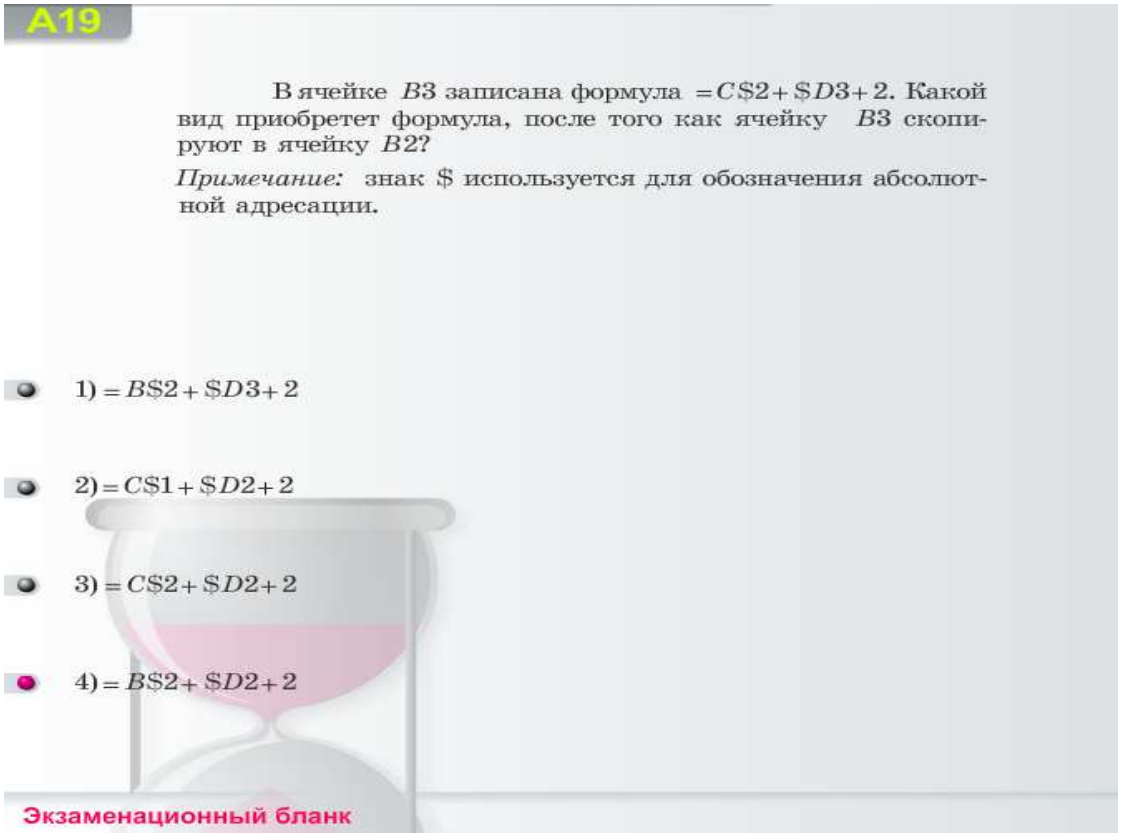
Задание А17:



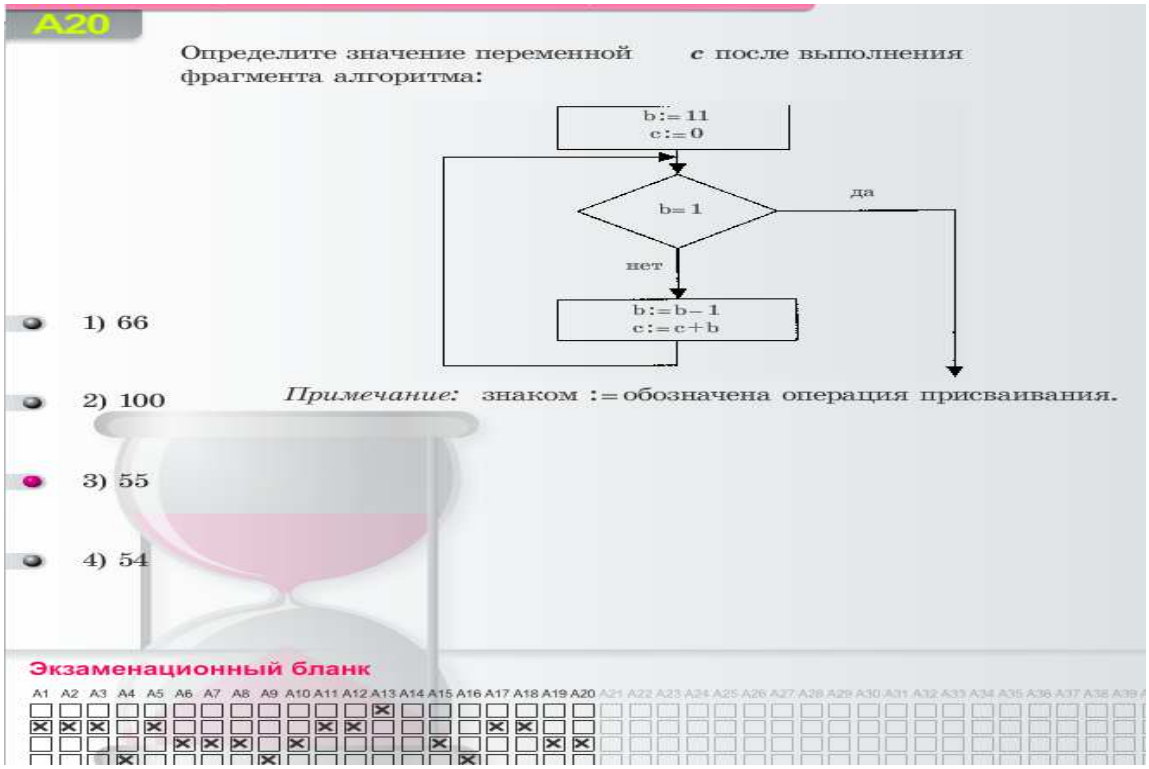
Задание А18:



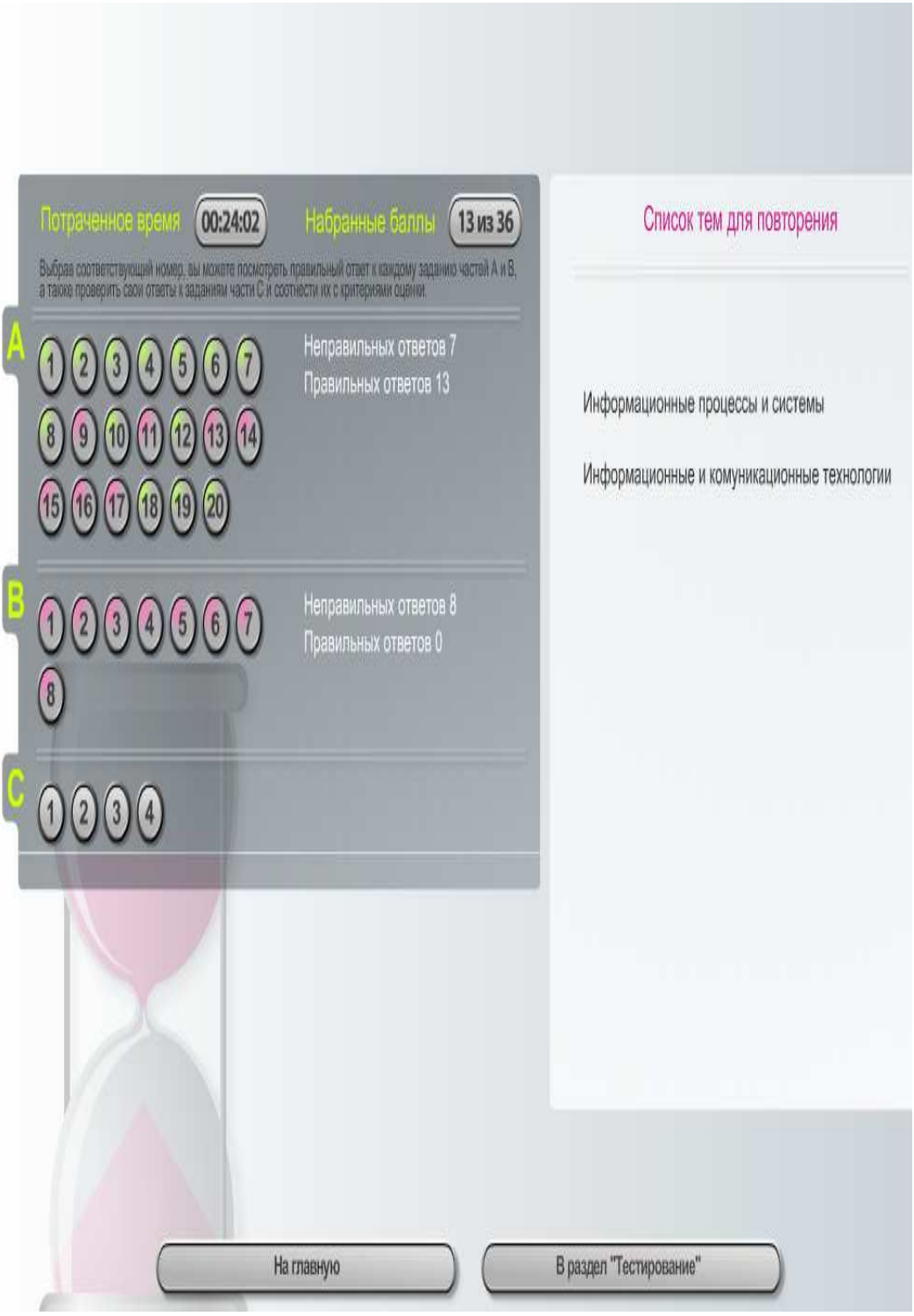
Задание А19:



Задание А 20:

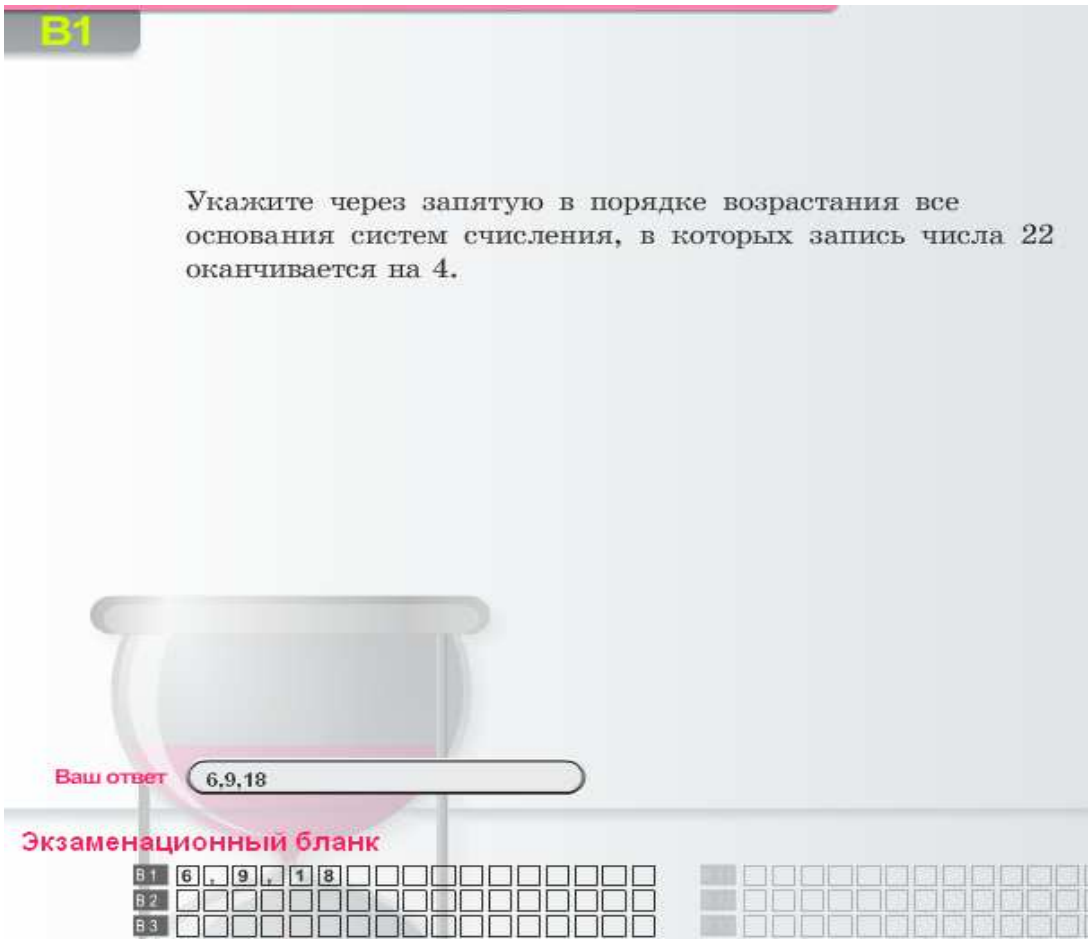


5. После выполнения заданий части А можно посмотреть результаты выполнения по интерфейсу программы, обязательно записывая ответы:

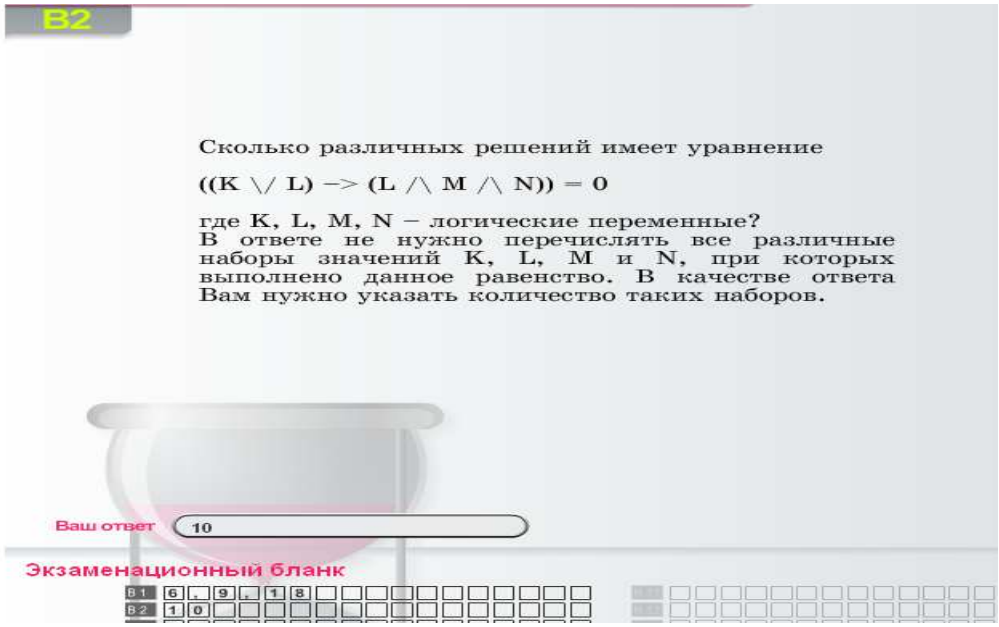


6. Далее выполняем задания части B:

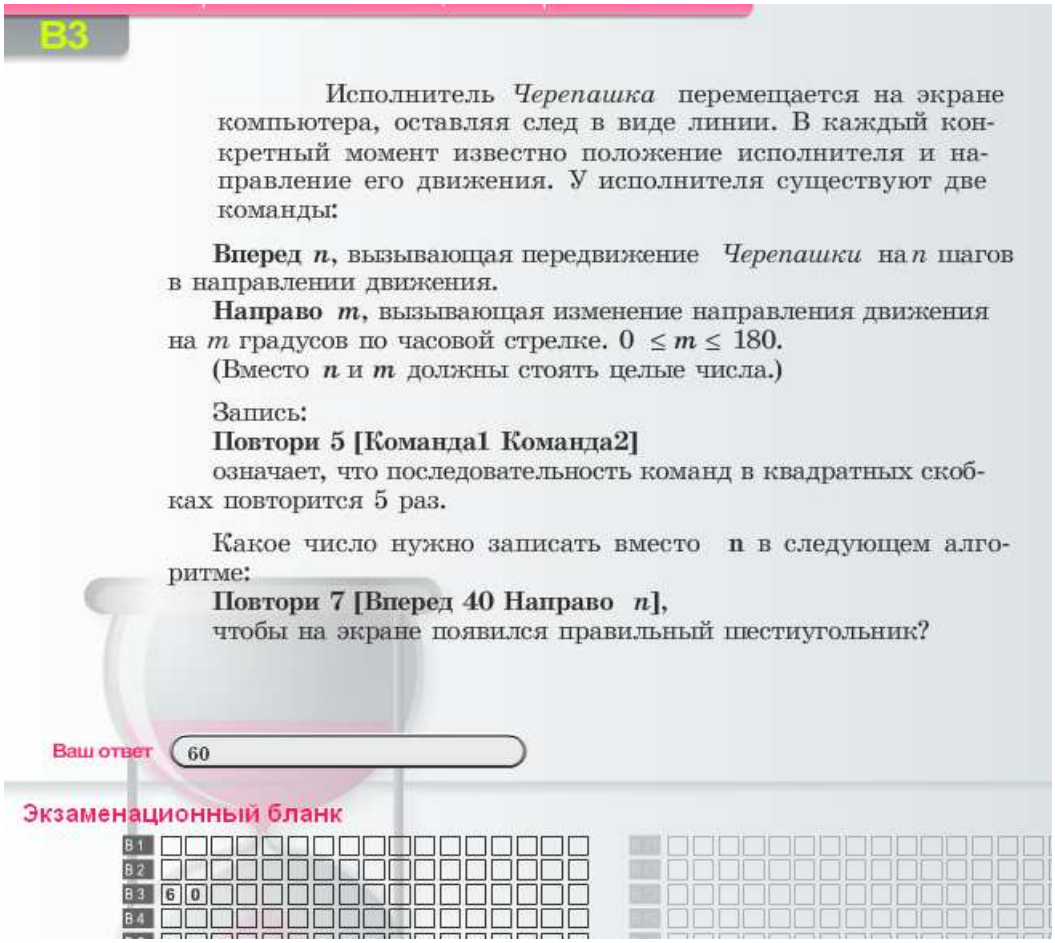
Задание B1:



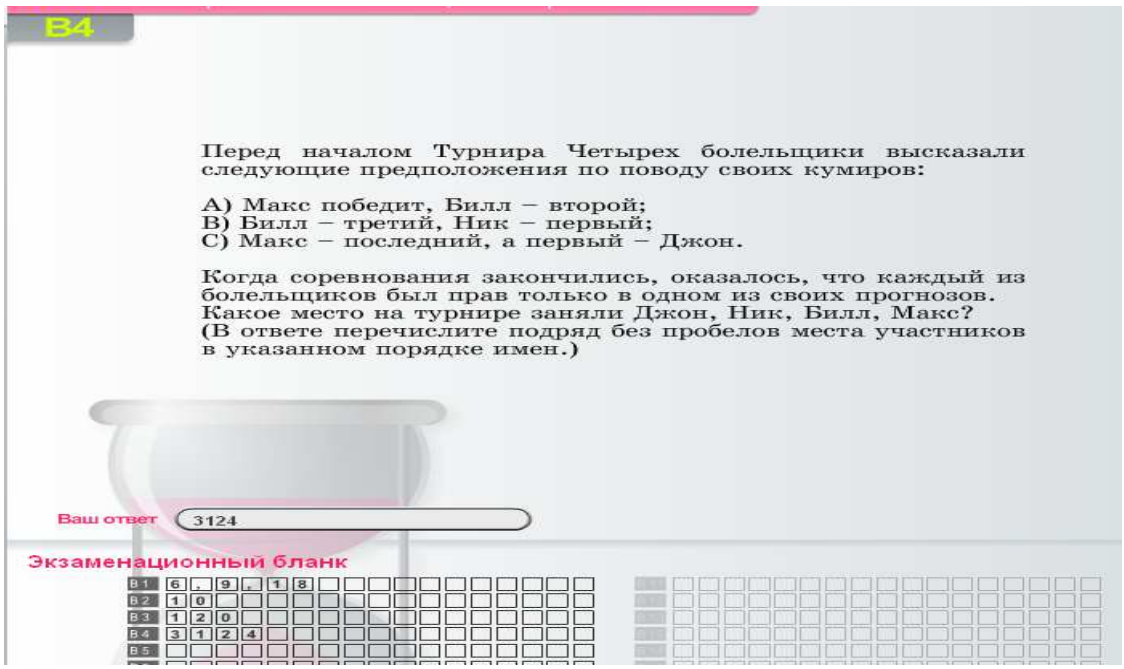
Задание B2:



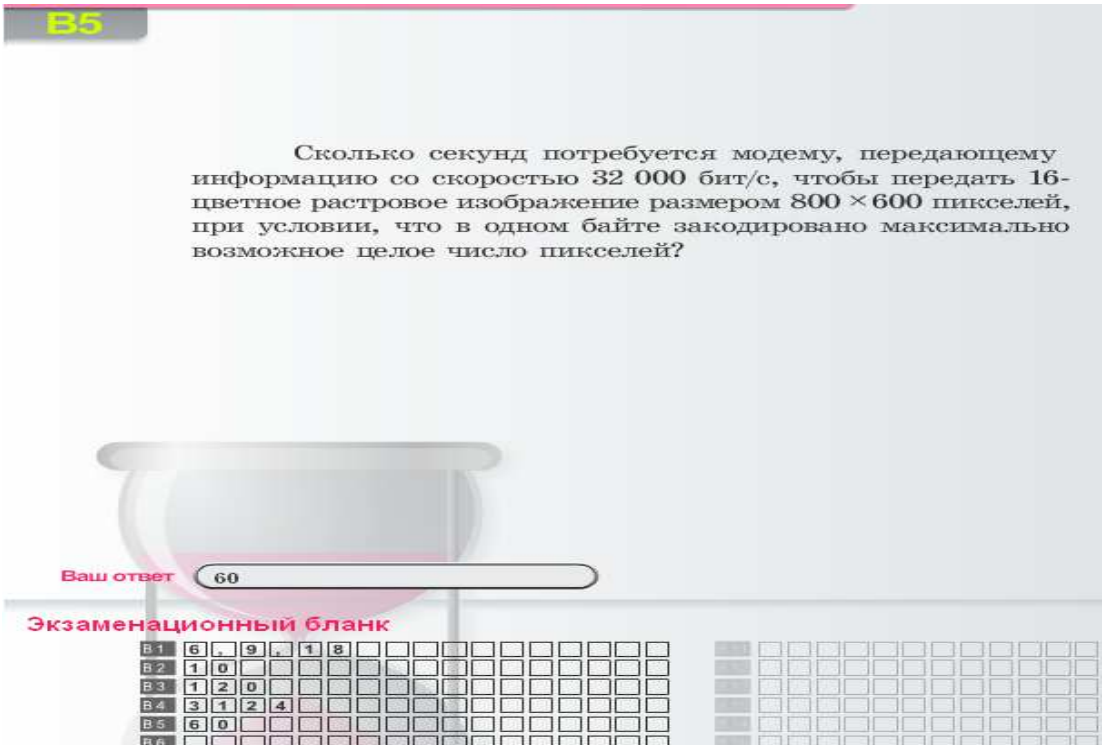
Задание B3:



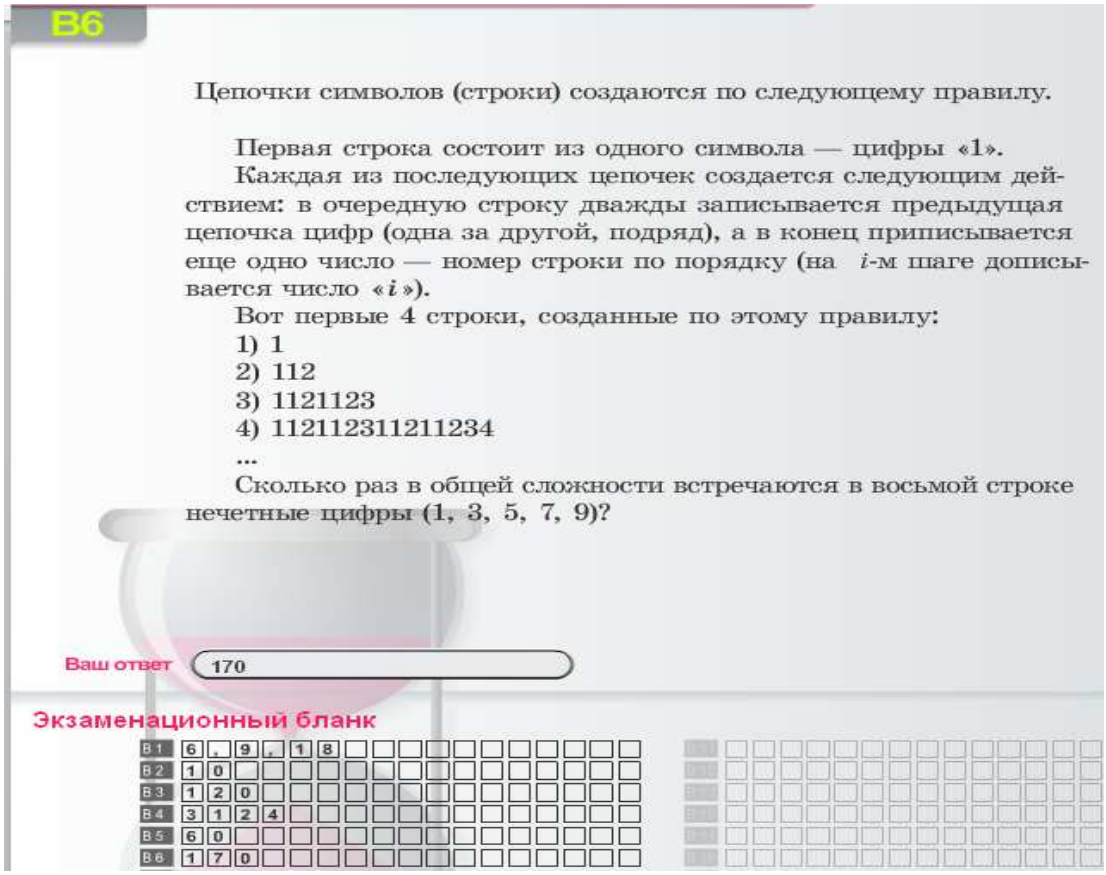
Задание B4:



Задание B5:



Задание B6:



Задание B7:

B7

Доступ к файлу http.txt, находящемуся на сервере www.net, осуществляется по протоколу ftp. В таблице фрагменты адреса файла закодированы буквами от А до Ж. Запишите последовательность этих букв, кодирующую адрес указанного файла.

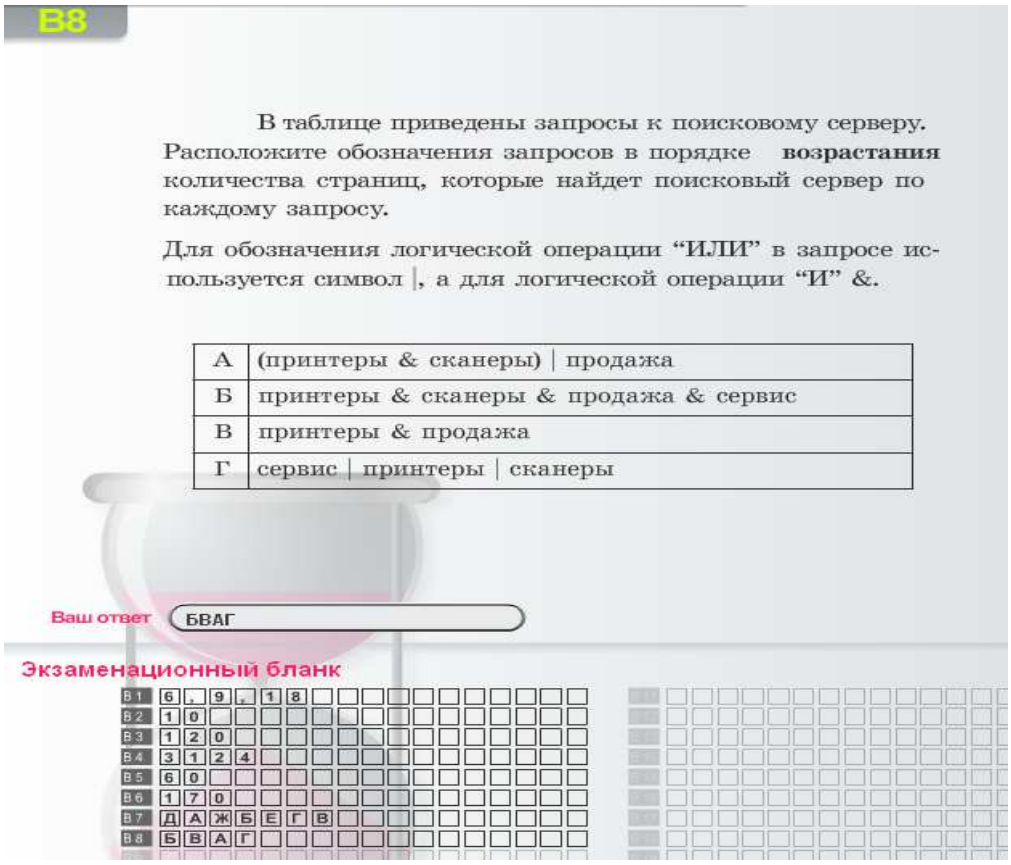
А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
://	.net	.txt	http	ftp	/	www

Ваш ответ: ДАЖБЕГВ

Экзаменационный бланк

B1	6	,	9	,	1	8										
B2	1	0														
B3	1	2	0													
B4	3	1	2	4												
B5	6	0														
B6	1	7	0													
B7	Д	А	Ж	Б	Е	Г	В									
B8																

Задание B8:



B8

В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите обозначения запросов в порядке **возрастания** количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу.

Для обозначения логической операции "ИЛИ" в запросе используется символ |, а для логической операции "И" &.

А	(принтеры & сканеры) | продажа
Б	принтеры & сканеры & продажа & сервис
В	принтеры & продажа
Г	сервис | принтеры | сканеры

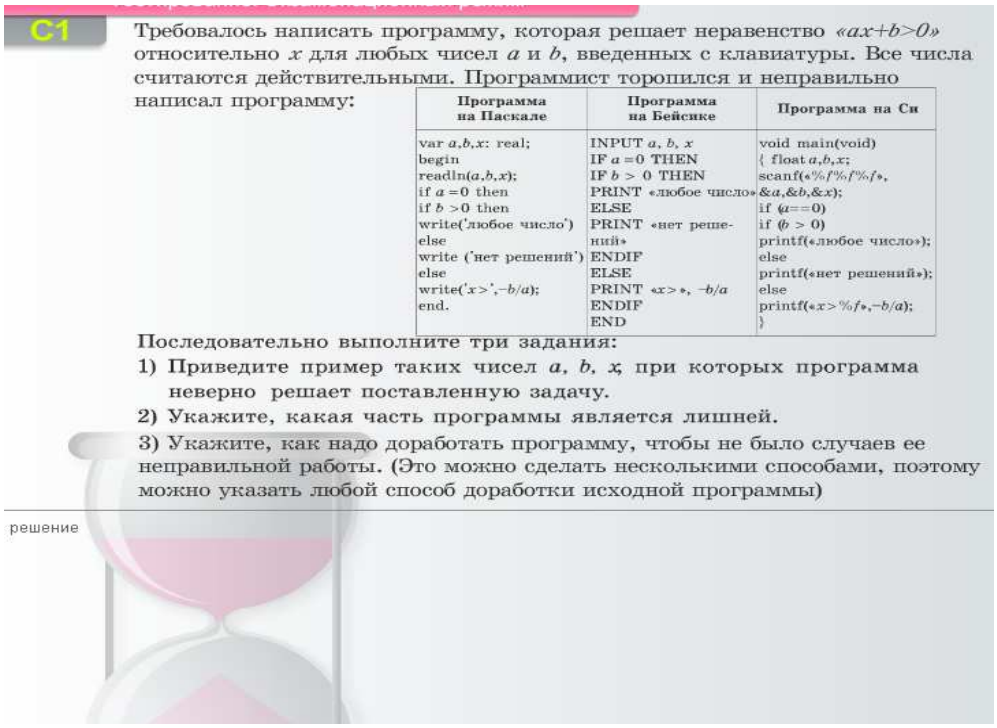
Ваш ответ: БВАГ

Экзаменационный бланк

B1	6	,	9	,	1	8										
B2	1	0														
B3	1	2	0													
B4	3	1	2	4												
B5	6	0														
B6	1	7	0													
B7	Д	А	Ж	Б	Е	Г	В									
B8	Б	В	А	Г												

7. Далее переходим к выполнению заданий части С:

Задание С1:



C1

Требовалось написать программу, которая решает неравенство «$ax+b>0$» относительно x для любых чисел a и b, введенных с клавиатуры. Все числа считаются действительными. Программист торопился и неправильно написал программу:

Программа на Паскале	Программа на Бейсике	Программа на Си

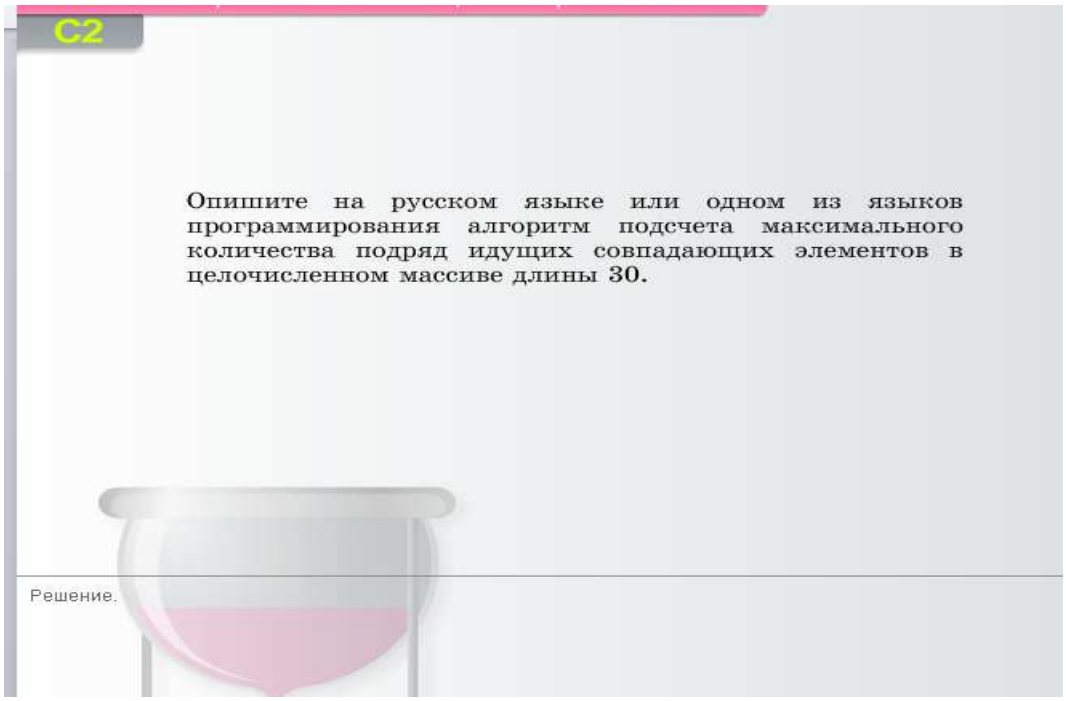
var a,b,x: real;
begin
readln(a,b,x);
if a =0 then
if b >0 then
write('любое число')
else
write ('нет решений')
else
write('x>',-b/a);
end.
	INPUT a, b, x
	IF a =0 THEN
	IF b > 0 THEN
	PRINT «любое число»
	ELSE
	PRINT «нет реше-
	ний»
	ENDIF
	ELSE
	PRINT «x>», -b/a
	ENDIF
	END
		void main(void)
		{ float a,b,x;
		scanf(«%f%f%f»,
		&a,&b,&x);
		if (a==0)
		if (b > 0)
		printf(«любое число»);
		else
		printf(«нет решений»);
		else
		printf(«x>%f»,-b/a);
		}

Последовательно выполните три задания:

1) Приведите пример таких чисел a, b, x, при которых программа неверно решает поставленную задачу.
2) Укажите, какая часть программы является лишней.
3) Укажите, как надо доработать программу, чтобы не было случаев ее неправильной работы. (Это можно сделать несколькими способами, поэтому можно указать любой способ доработки исходной программы)

решение

Задание С2:

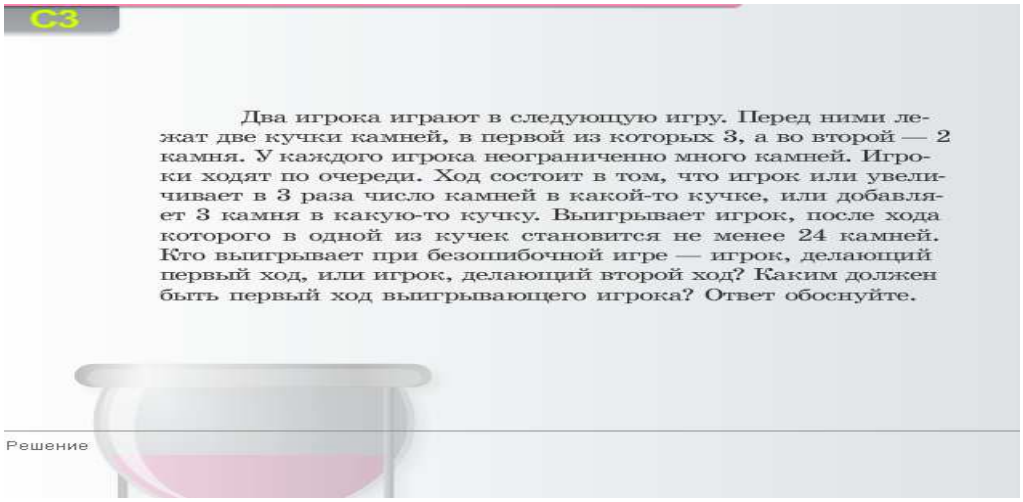


C2

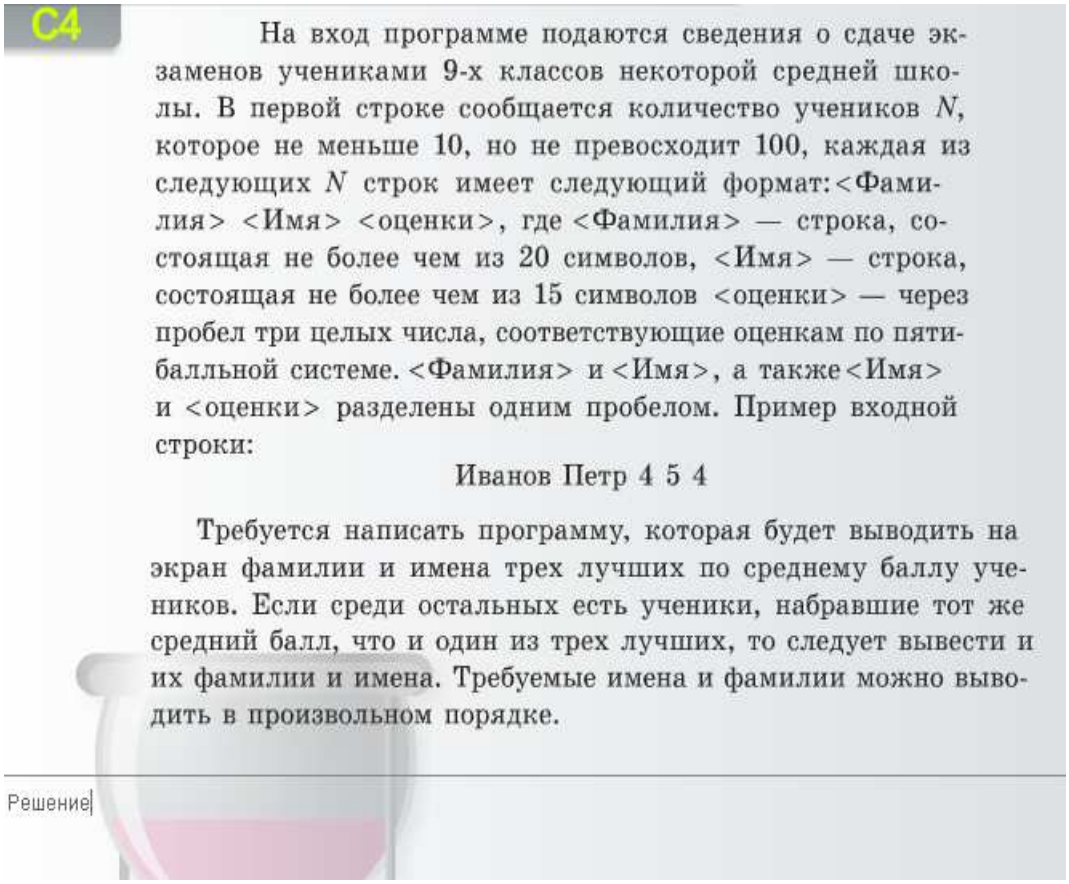
Опишите на русском языке или одном из языков программирования алгоритм подсчета максимального количества подряд идущих совпадающих элементов в целочисленном массиве длины 30.

Решение.

Задание С3:

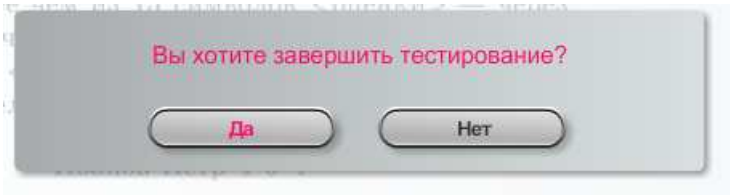


Задание С4:



8. Данные задания части С проверяются непосредственно преподавателем.
9. Указания по корректировке результатов можно посмотреть в правой части программы «Руководство пользователя»:

10. По окончании тестирования появляется окно:



11. При нажатии клавиши «Да» появляется окно интерфейса «Результаты тестирования. Общая информация»:

Результаты тестирования. Общая информация
Руководство пользователя
Потраченное время
00:24:11
Набранные баллы
2 из 36
Выбрав соответствующий номер, вы можете посмотреть правильный ответ к каждому заданию частей A и B, а также проверить свои ответы к заданиям части C и соотнести их с критериями оценки.
A
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20
Неправильных ответов 20
Правильных ответов 0
B
1 2 3 4 5 6 7
8
Неправильных ответов 7
Правильных ответов 1
C
1 2 3 4
Список тем для повторения
Информационные процессы и системы
Информационные и комуникационные технологии
На главную
В раздел "Тестирование"