

## УСТАНОВЛЕНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ МЕЖДУ ФОНДОВЫМИ РЫНКАМИ РОССИИ И РАЗВИТЫХ СТРАН

Статья посвящена выявлению степени взаимозависимости между рынками России, США, Великобритании, Германии, Франции. Получены оценки коэффициентов для матрицы вариаций-ковариаций двумерной модели BEKK GARCH (1,1), оценки изменяющихся динамических корреляций, установлено направление причинности волатильности по тесту Грейнджера. Результаты исследования помогают лучше понять взаимосвязи между фондовыми рынками и могут быть полезны для портфельных менеджеров, финансовых аналитиков и финансовых властей.

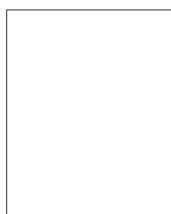
**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** волатильность, модель BEKK GARCH (1,1), перелив волатильности, доходность биржевых индексов

### ВВЕДЕНИЕ

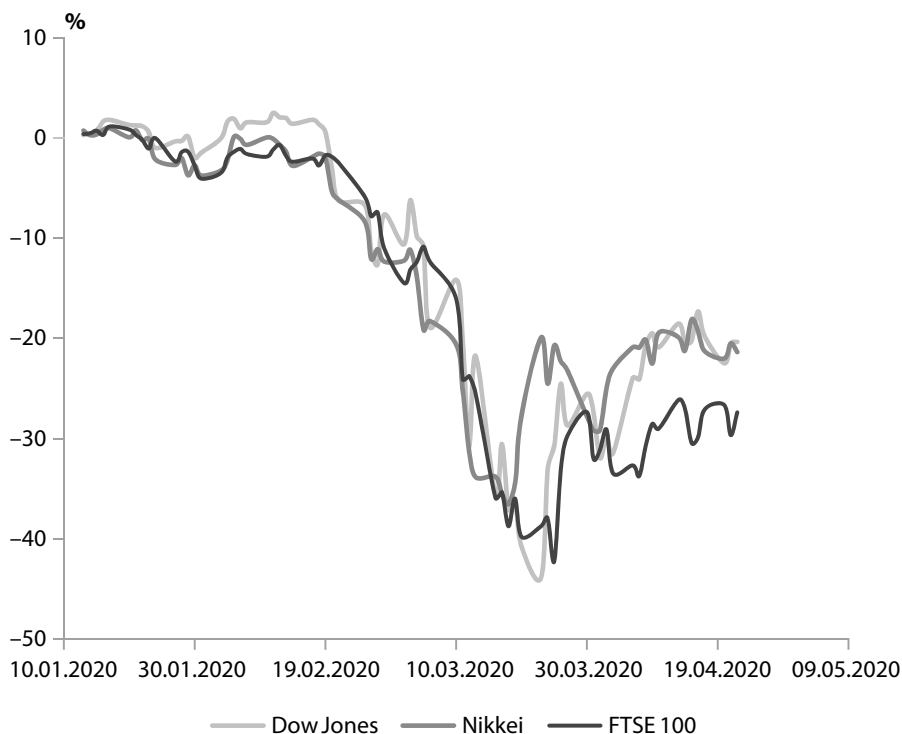
Вспышка коронавируса превратила мировые рынки в настоящие американские горки, а паническая торговля привела к огромным колебаниям цен и большим потерям.

Весьма значительно упали мировые индексы фондовых рынков. Падение индексов FTSE, Dow Jones Industrial Average и Nikkei показано на рис. 1. За первые три месяца года индексы Dow Jones и FTSE продемонстрировали самые большие квартальные падения с 1987 г. Индекс RTSI с января текущего года упал на 30% (рис. 2). Индекс S&P 500 неплохо вырос от своего минимума 23 марта 2020 г., но по-прежнему снижается более чем на 15% от своего рекорда, поскольку экономика США продолжает бороться с потерями рабочих мест и снижением розничных продаж.

Упали цены на нефть. Спрос на нефть почти иссяк, поскольку ограничения по всему миру удерживают людей на самоизоляции. На цену на сырую нефть повлиял конфликт между группой стран — экспортеров нефти ОПЕК и Россией. Коронавирус способствовал дальнейшему снижению цены.



**Салманов Олег Николаевич** — д. э. н., профессор кафедры финансов и бухгалтерского учета Технологического университета (МГОТУ) (г. Королев)

**Рис. 1.** Влияние коронавируса на фондовые рынки с момента начала вспышки

Источник: построено автором на основе данных «Финам» [2].

Нефть марки Brent является эталоном, используемым в Европе и остальном мире. Ее цена опустилась ниже \$20 — это самый низкий уровень за последние 18 лет (рис. 3).

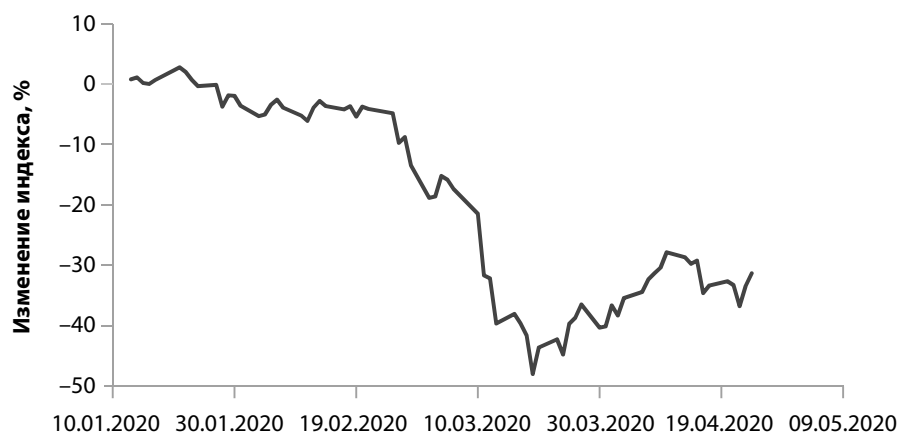
В Соединенных Штатах цена на фьючерсы за баррель нефти West Texas Intermediate (WTI) впервые в истории стала отрицательной (рис. 4).

Приведенные значительные колебания фондовых рынков и ожидаемые в дальнейшем последствия мирового кризиса заставляют признать очень важными инструменты, позволяющие анализировать риски, шоки от потоков волатильности между фондовыми рынками различных стран. Анализу применения этих инструментов посвящена

данная статья. Ее цель — выявление закономерности волатильности между фондовыми рынками развитых стран и российским рынком.

Волатильность оказывает наибольшее влияние на ценообразование активов и управление портфелем. Распространение волатильности воздействует на потоки финансовых активов между странами и приводит к значительным изменениям в доходности фондовых рынков этих стран, объеме операций и рыночной стоимости. Одномерное моделирование волатильности является одной из наиболее активных областей исследований в сфере эмпирических финансов и эконометрики временных рядов благодаря изобретениям

**Рис. 2.** Индекс RTSI, январь — апрель 2020 г., изменение в процентах от значения на 9 января 2020 г.



Источник: построено автором на основе данных «Финам» [2].

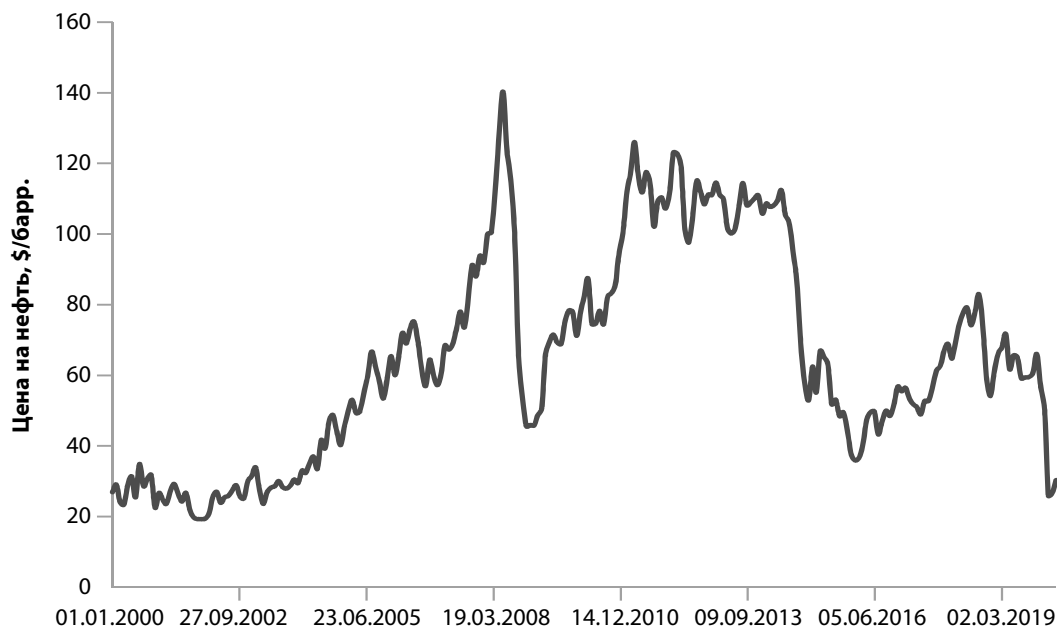
модели авторегрессионной условной гетероскедастичности (ARCH) Р. Энгла [6] и модели GARCH Т. Боллерслева [5]. Данные финансовых временных рядов имеют общие характеристики. Распространенным эмпирическим утверждением является то, что волатильность финансового рынка изменяется во времени и носит постоянный характер, показывает кластеризацию, асимметрично реагирует на шоки и различается по активам, классам активов и странам [6]. Более конкретно данные финансовых временных рядов свидетельствуют о трех распространенных событиях, а именно: кластеризации волатильности, лептокуртозе и эффекте леввериджа.

Кластеризация волатильности подразумевает, что период низкой волатильности следует за периодами низкой волатильности. В финансовых временных рядах за большими шоками обычно следуют большие шоки в любом направлении, а за небольшими шоками — небольшие шоки. Лептокуртоз означает ненормальное распределение финансовых данных. Эффект леввериджа,

или асимметричная волатильность, подразумевает, что волатильность увеличивается, когда цены на акции падают, и уменьшается, когда цены на акции растут, т.е. последствия плохих новостей о волатильности фондового рынка серьезнее, чем последствия, связанные с реакцией на хорошие новости.

Для установления изменяющейся во времени взаимосвязи между российским фондовым рынком и рынками развитых стран мы применяем модели M-GARCH — многомерные модели обобщенной авторегрессии с условной гетероскедастичностью, а именно двумерную BEKK GARCH.

В ряде работ [3, 8, 10–13] оцениваются вторичные эффекты волатильности с помощью разных моделей, в том числе BEKK GARCH (1,1) и DCC-GARCH. В анализируемых работах выявляются разные взаимозависимости: большинство европейских фондовых рынков тесно связаны с рынком США [8], наблюдается сильное распространение волатильности на рынках развитых стран, слабое распространение волатильности в развитых

**Рис. 3.** Цены на нефть Brent на 21-летнем минимуме

Источник: построено автором на основе данных «Финам» [2].

странах на развивающиеся страны [10], односторонние и двусторонние отношения между фондовыми рынками США и другими развитыми рынками [3], статистически значимые вторичные эффекты волатильности из стран с формирующейся рыночной экономикой в Соединенные Штаты [12], сильное распространение волатильности из США на пять основных фондовых рынков [13]. Передача волатильности между фондовыми рынками предсказуема, поскольку они следуют определенной схеме и, следовательно, моделируются с использованием подходящих теоретических распределений [11].

Моделирование волатильности широко применяется как на развитых, так и на развивающихся фондовых рынках [3, 8, 10].

Выполненный анализ показывает, что вторичные эффекты волатильности от зрелых рынков действительно влияют на динамику условных колебаний доходности на многих локальных и региональных развивающихся фондовых рынках. Кроме того, это указывает на то, что параметры распространения волатильности изменяются во время кризисов на зрелых рынках.

Анализ литературных источников свидетельствует об отсутствии исследований волатильности между российским рынком и рынками развитых стран в последнее время. В данной статье мы попытались восполнить этот пробел, а также проследить движение фондовых рынков, поскольку оно претерпевает огромные изменения из-за кризиса. Настоящее исследование, таким образом,

**Рис. 4.** Цены на фьючерсы за баррель нефти WTI в США

Источник: построено автором на основе данных Investing.com [9].

предназначено для изучения динамических взаимосвязей между указанными фондовыми рынками. Модель BEKK GARCH (1,1), которая использовалась в работе, позволяет вариациям изменяться во времени и, следовательно, явно учитывает условную волатильность в данных временных рядов.

Гипотеза исследования состоит в предположении, что знание взаимозависимости волатильности позволяет предвидеть кризисные шоки на российском рынке, а знание взаимосвязи корреляций — получить преимущества от международной диверсификации инвестиционных портфелей.

Учитывая, что в работе установлены тенденции условной волатильности между рынками развитых стран и российским рынком, можно сказать, что исследование вносит определенный

вклад в существующую литературу по вторичным эффектам волатильности на финансовых рынках.

## МЕТОДОЛОГИЯ

В статье задействованы ежедневные наблюдения на фондовых биржах SP500 (США), FTSE 100 (Великобритания), DAX 30 (Германия), CAC 40 (Франция) и RTSI (Россия), которые охватывают период с 18 января 2010 г. по 19 февраля 2020 г.

Мы используем доходность биржевых индексов. Она определяется как натуральный логарифм отношения текущей цены к предыдущему значению.

В случае проблемы гетероскедастичности в анализе временных рядов необходимо применять

нелинейные модели условной дисперсии. Для оценки постоянных и изменяющихся во времени условных корреляций мы используем модель BEKK GARCH (1,1).

Модели авторегрессии с условной гетероскедастичностью (ARCH) применяются в случае, когда прогнозные доверительные интервалы могут изменяться во времени, так что более точные интервалы могут быть получены путем моделирования дисперсии ошибок, а также для более эффективных оценок при гетероскедастичности в дисперсии ошибок.

Модели ARCH специально разработаны для моделирования и прогнозирования условных отклонений. Дисперсия зависимой переменной моделируется как функция прошлых значений зависимой переменной и независимых, или экзогенных переменных.

Процесс авторегрессии с условной гетероскедастичностью хорошо известен в моделировании волатильности доходности акций. Однако при изучении взаимосвязей волатильности между странами многомерный подход GARCH предпочтительнее, чем одномерные модели. К сожалению, такие модели могут быть оценены только путем наложения конкретных ограничений на матрицу условной дисперсии-ковариации (например, положительную определенность). Большинство проблем устраняются в более новой параметризации BEKK (Baba, Engle, Kraft and Kroner) [4], предложенной Р. Энглом и К. Кронером [7]. Модель BEKK использует квадратичные формы для обеспечения положительной определенности, соответствует гипотезе о постоянной корреляции и допускает распространение волатильности на рынках. Однако существует компромисс между универсальностью и возрастающей вычислительной сложностью в системах более высокого измерения.

Согласно работе Р. Энгла и К. Кронера [7] условно-ковариационная матрица может быть записана следующим образом:

$$H_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'H_{t-1}G, \quad (1)$$

где  $C$  — нижняя треугольная матрица констант  $K \times k$ ;

$A$  и  $G$  — матрицы параметров  $k \times k$  (в двумерном случае —  $2 \times 2$ );

$\varepsilon$  — случайная ошибка;

$t$  — время.

Заметим, что внедиагональные элементы  $A$  и  $G$  предоставляют информацию о новостном эффекте и эффекте перелива волатильности соответственно, в то время как диагональные элементы относятся к своим собственным эффектам ARCH и GARCH. Например, мы исследуем эффект перелива волатильности с фондового рынка 1 на фондовый рынок 2. Мы должны проверить, являются ли коэффициенты  $A_{12}$  и  $G_{12}$  статистически значимо отличающимися от нуля и статистически значимыми.

Параметры модели BEKK могут быть рассчитаны путем оценки максимального правдоподобия, предполагающей нормальное распределение ошибок. Следующая функция правдоподобия максимизируется:

$$L(\theta) = -T \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\log |H_t| + \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t), \quad (2)$$

где  $T$  — число наблюдений;

$\theta$  — вектор оцениваемых параметров.

Для максимизации нелинейной функции правдоподобия используются численные методы. Алгоритм Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шанно (Broyden — Fletcher — Goldfarb — Shanno) применяется для получения начальных условий и конечных оценок параметров матрицы дисперсии-ковариации.

## ЭМПИРИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Установлено, что все серии доходности индексов имеют отрицательную асимметрию и высокий положительный эксцесс. Эти значения говорят о ситуации, когда распределения рядов имеют длинный левый хвост и лептокуртичны. Для данных как по индексам, так и по доходности

выполнен расширенный тест Дики — Фуллера (Augmented Dickey — Fuller Test, ADF).

Исходя из результатов теста ADF для всех переменных серии индексов нулевая гипотеза принимается — ряды нестационарные. Для всех переменных серии доходности есть основания отвергнуть нулевую гипотезу о наличии единичного корня для уровней значимости 1% и 5%, т.е. ряды доходностей стационарны.

Далее проверяем все модели доходности индексов на эффект ARCH с помощью теста ARCH-LM. Установлено, что нулевая гипотеза об отсутствии ARCH-эффекта отвергается в силу очень малых значений вероятности.

Проведенный тест Агостино на симметричность кривой распределения позволяет отказаться от нулевой гипотезы и признать, что у всех переменных присутствует значительная, причем отрицательная кривизна. Это говорит о том, что рынки реагируют на плохие новости в большей степени, чем на хорошие.

Из результатов теста Харке — Бера (Jarque — Bera) определено, что  $p$ -значение крайне мало для всех переменных, это позволяет отклонить нулевую гипотезу о нормальности распределения.

Все три теста подтверждают необходимость использования GARCH-моделей.

Чтобы выяснить направление причинности связей волатильности, был проведен тест Грейнджера для лага 3. Результаты приведены в табл. 1.

По тесту причинности Грейнджера можно сделать следующие выводы. Только FTSE имеет двунаправленную связь со всеми рынками. SP500 передает волатильность на все рынки, но обратной связи нет с RTS, DAX, CAC. DAX не передает волатильность RTS, SP500, CAC, получает от FTSE. CAC не передает волатильность RTS, SP500, DAX, получает от FTSE. RTS получает волатильность от SP500 и FTSE, передает только FTSE.

По результатам оценки показателей BEKK GARCH (1,1) построены графики вариаций RTSI и ковариаций с SP500 (рис. 5), FTSE (рис. 6), DAX (рис. 7), CAC (рис. 8).

Результаты оценки параметров модели BEKK GARCH (1,1) приведены в табл. 2.

Диагональные элементы в матрице  $C$  представляют собой среднее уравнение, в то время как матрица  $A$  отражает собственные и кросс-рыночные эффекты ARCH. Диагональные элементы в матрице  $G$  измеряют собственные и кросс-рыночные эффекты GARCH.

Диагональные параметры  $C_{11}$  и  $C_{22}$  для рынков всех стран статистически значимы, следовательно, доходность рынков зависит от их первых лагов.

Все оценочные диагональные параметры  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  и  $G_{11}$ ,  $G_{22}$  являются статистически значимыми, что указывает на сильный процесс GARCH (1,1), приводящий к условным отклонениям индексов.

Недиагональные элементы матриц  $A$  и  $G$  фиксируют перекрестные рыночные эффекты, такие как распространение шока и волатильности между рынками.

При анализе шоковой передачи между российским и другими рынками недиагональных параметров  $A_{12}$  было обнаружено, что они статистически значимы для RTS и FTSE, DAX и CAC. Это указывает на двунаправленную корреляцию между рынками РФ и зрелыми рынками Европы. Связь рынка США с рынком РФ однонаправленная. Передачи шоков от РФ к США не происходит, поскольку недиагональный параметр статистически незначим.

Оценка передачи волатильности на основе недиагональных параметров  $G_{12}$  и  $G_{21}$  показывает статистическую значимость передачи волатильности от рынка Германии к рынку РФ, незначимость обратной связи от рынка РФ к рынкам США, Великобритании, Германии и Франции. Это говорит о слабой интеграции российского рынка с рынками остальных стран, которые использовались при данном анализе.

Анализ графиков корреляции по модели BEKK GARCH (1,1) показывает, что корреляции RTSI и SP500, FTSE во времени снижаются. Также снижаются корреляции RTSI с доходностями индексов DAX и CAC, но в меньшей мере.

По результатам оценки показателей BEKK GARCH (1,1) построены графики вариаций SP500

Таблица 1. Результаты оценки причинности по тесту Грейнджера для 2010–2020 гг.

Нулевая гипотеза	F-статистика	Вероятность	Результат оценки
SP500 не является причинностью по Грейнджеру для RTSI	14,5563	2E-09	Отвергаем
RTSI не является причинностью по Грейнджеру для SP500	1,20512	0,3063	Не отвергаем
CAC не является причинностью по Грейнджеру для RTSI	0,60545	0,6114	Не отвергаем
RTSI не является причинностью по Грейнджеру для CAC	3,01288	0,029	Не отвергаем
DAX не является причинностью по Грейнджеру для RTSI	0,6591	0,5772	Не отвергаем
RTSI не является причинностью по Грейнджеру для DAX	2,55327	0,0538	Не отвергаем
FTSE не является причинностью по Грейнджеру для RTSI	7,79559	4E-05	Отвергаем
RTSI не является причинностью по Грейнджеру для FTSE	4,44216	0,004	Отвергаем
CAC не является причинностью по Грейнджеру для SP500	1,29421	0,2747	Не отвергаем
SP500 не является причинностью по Грейнджеру для CAC	40,6108	1E-25	Отвергаем
DAX не является причинностью по Грейнджеру для SP500	1,69006	0,167	Не отвергаем
SP500 не является причинностью по Грейнджеру для DAX	35,5568	2E-22	Отвергаем
FTSE не является причинностью по Грейнджеру для SP500	5,24584	0,0013	Отвергаем
SP500 не является причинностью по Грейнджеру для FTSE	4,44216	0,004	Отвергаем
DAX не является причинностью по Грейнджеру для CAC	1,71682	0,1614	Не отвергаем
CAC не является причинностью по Грейнджеру для DAX	0,41685	0,7409	Не отвергаем
FTSE не является причинностью по Грейнджеру для CAC	22,292	3E-14	Отвергаем
CAC не является причинностью по Грейнджеру для FTSE	3,3671	0,0179	Отвергаем
FTSE не является причинностью по Грейнджеру для DAX	13,9466	5E-09	Отвергаем
DAX не является причинностью по Грейнджеру для FTSE	4,71406	0,0028	Отвергаем

и ковариаций с FTSE (рис. 9), DAX (рис. 10), CAC (рис. 11).

Результаты оценки параметров модели BEKK GARCH (1,1) вариаций SP500 и ковариаций с FTSE, DAX и CAC приведены в табл. 3.

Все оценочные диагональные параметры  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  и  $G_{11}$ ,  $G_{22}$  являются статистически значимыми, что говорит о сильном процессе GARCH (1,1).

Недиагональные элементы матриц  $A$  и  $G$  фиксируют перекрестные рыночные эффекты, такие как распространение шока и волатильности между рынками.

При анализе шоковой передачи между рынком США и другими рынками недиагональных параметров  $A_{12}$  было установлено, что они статистически значимы для FTSE. Это указывает на двунаправленный поток волатильности между рынком США

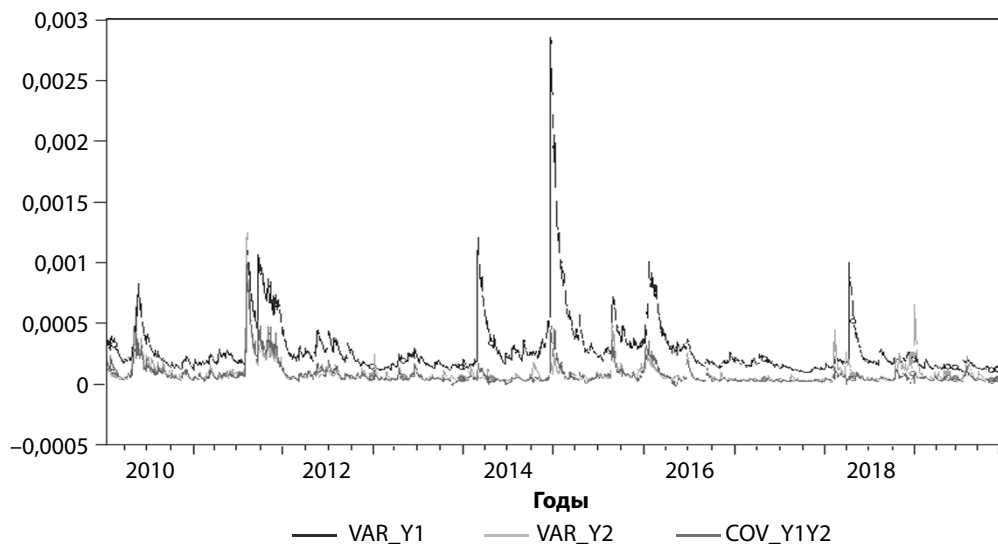
и Великобритании. Передачи шоков от рынка США к рынкам Германии и Франции не происходит, поскольку недиагональный параметр статистически незначим. Условные отклонения не зависят от их собственных лагов. В то же время значима обратная связь.

Оценка передачи волатильности на основе недиагональных параметров  $G_{12}$  и  $G_{21}$  показывает статистическую значимость передачи волатильности от рынка США к европейским развитым рынкам. Это означает, что не только волатильность определяется их запаздывающими значениями, но и перекрестные побочные эффекты волатильности также присутствуют во всем наборе данных.

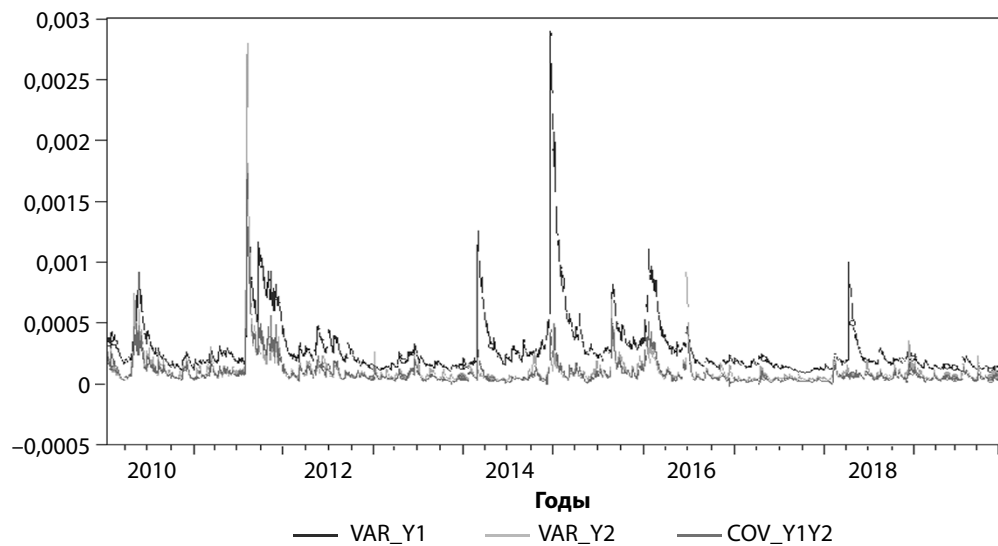
Кроме того, по результатам оценки показателей BEKK GARCH (1,1) были построены графики вариаций DAX и ковариаций с FTSE (рис. 12), CAC



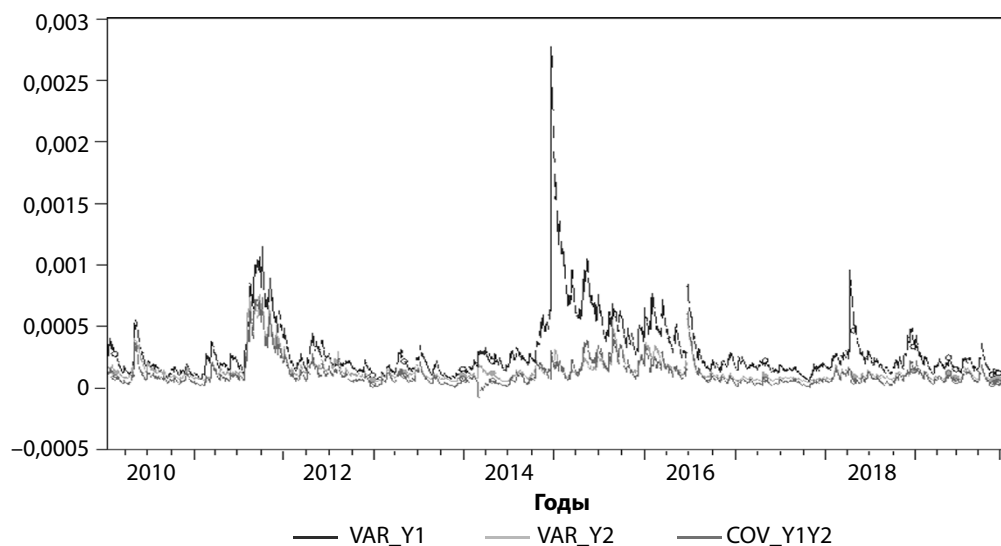
**Рис. 5.** График вариаций RTS (VAR\_Y1) и SP500 (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



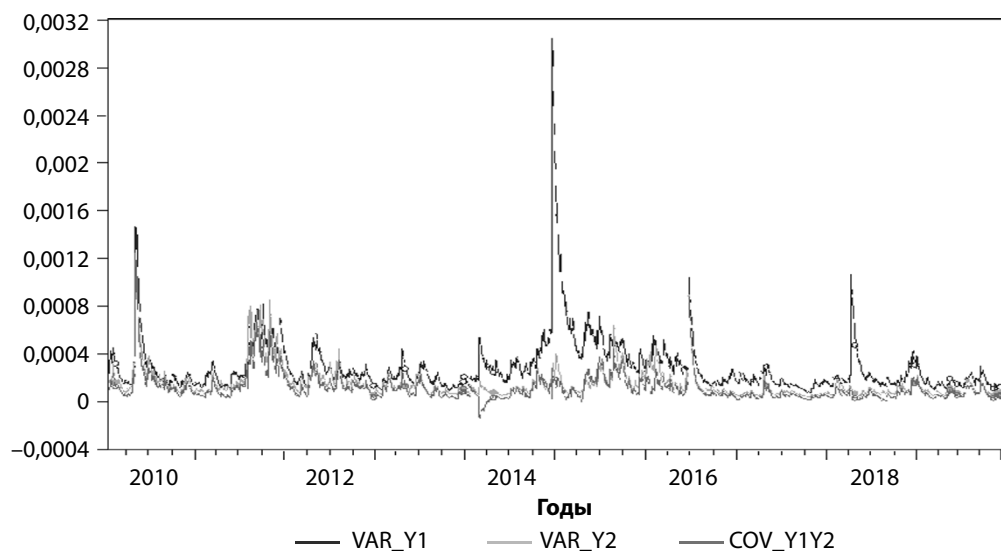
**Рис. 6.** График вариаций RTS (VAR\_Y1) и FTSE (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



**Рис. 7.** График вариаций RTS (VAR\_Y1) и DAX (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



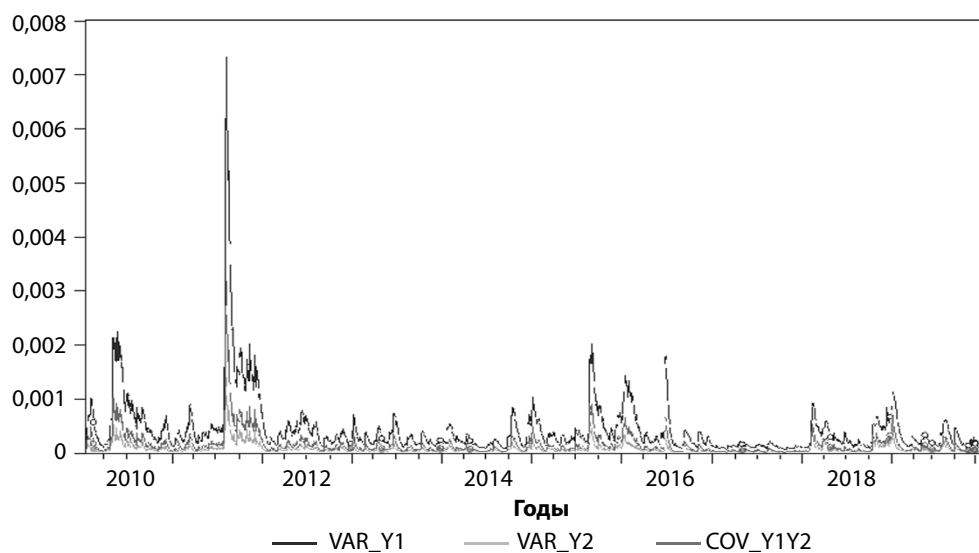
**Рис. 8.** График вариаций RTS (VAR\_Y1) и CAC (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



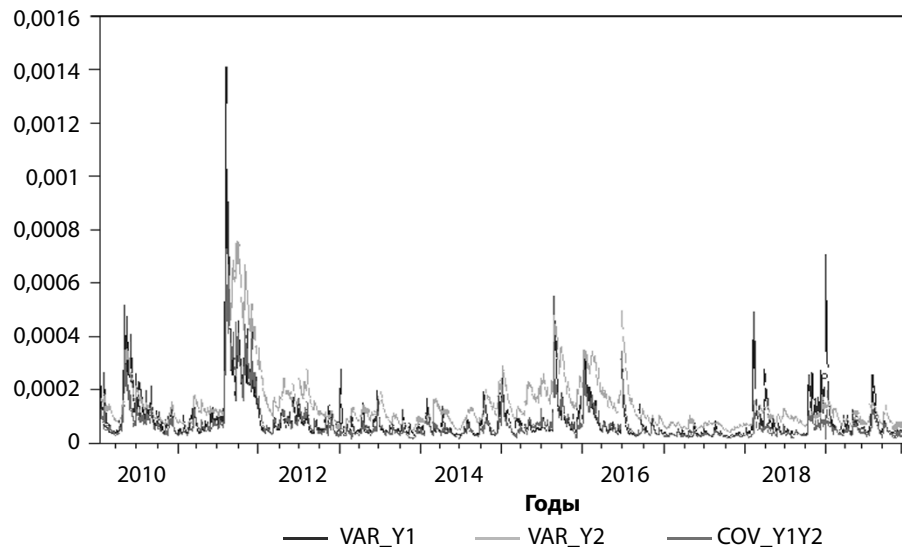
**Таблица 2.** Оценочные коэффициенты для матрицы вариаций-ковариаций двумерной модели BEKK GARCH (1,1) с RTSI за 2010–2020 гг.

Элементы матриц	SP500		FTSE		DAX		CAC	
	Коэффициенты	$P$	Коэффициенты	$P$	Коэффициенты	$P$	Коэффициенты	$P$
$C_{11}$	0,002271	0	0,002325	0	0,000854	0,008	0,001725	0
$C_{21}$	0,000962	0	0,001054	0	6,59E-08	0,9999	0,000586	0,039
$C_{22}$	0,001595	0	0,001883	0	0,001993	0	0,001993	0
$A_{11}$	0,235945	0	0,23513	0	-0,21075	0	-0,23947	0
$A_{12}$	0,010815	0,499	0,056113	0	0,422298	0	0,422035	0
$A_{21}$	0,020135	0,0208	0,020225	0,0277	0,023861	0,0037	0,016119	0,0955
$A_{22}$	0,363393	0	0,413172	0	0,270774	0	0,309231	0
$G_{11}$	0,960699	0	0,957842	0	0,968745	0	0,961504	0
$G_{12}$	0,002711	0,7315	-0,0006	0,942	-0,0056	0,4604	-0,00539	0,503
$G_{21}$	0,001698	0,6272	0,006387	0,1585	-0,00829	0,0057	-0,00403	0,3168
$G_{22}$	0,90977	0	0,889817	0	0,94788	0	0,936612	0

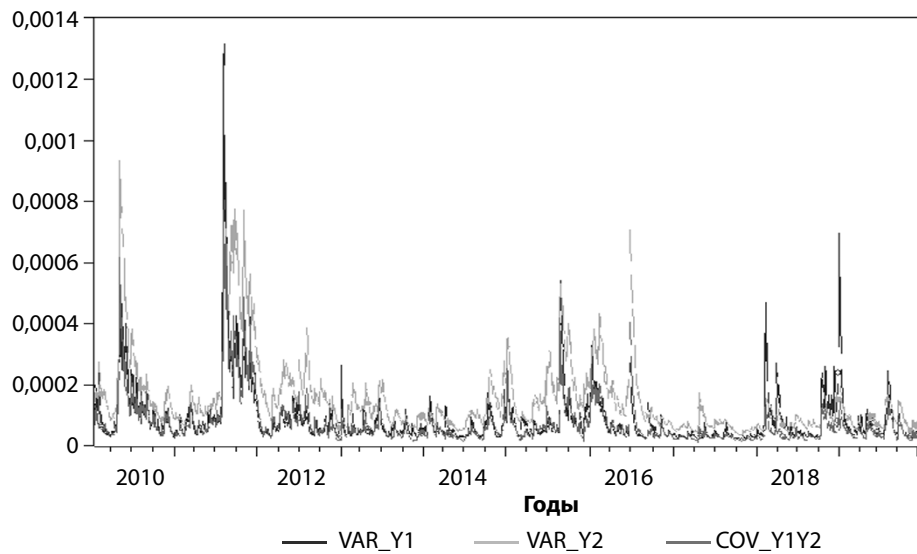
**Рис. 9.** График вариаций SP500 (VAR\_Y1) и FTSE (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



**Рис. 10.** График вариаций SP500 (VAR\_Y1) и DAX (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



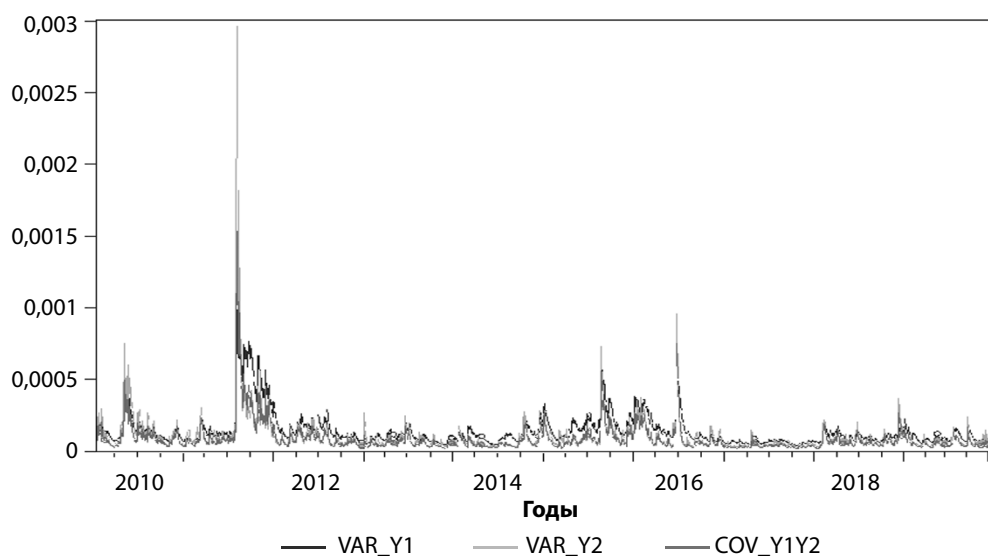
**Рис. 11.** График вариаций SP500 (VAR\_Y1) и CAC (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



**Таблица 3.** Оценочные коэффициенты для матрицы вариаций-ковариаций двумерной модели BEKK GARCH (1,1) с SP500 за 2010–2020 гг.

Элементы матриц	FTSE		DAX		CAC	
	Коэффициенты	<i>P</i>	Коэффициенты	<i>P</i>	Коэффициенты	<i>P</i>
$C_{11}$	0,001365	0	0,001994	0	0,001944	0
$C_{21}$	-0,000947	0,0199	0,0009	0	0,000942	0
$C_{22}$	0,002305	0	0,0011	0	0,001194	0
$A_{11}$	-0,332926	0	0,392178	0	0,383446	0
$A_{12}$	0,51996	0	0,002766	0,8406	-0,00201	0,8755
$A_{21}$	0,2	0	-0,07009	0,0003	-0,08078	0
$A_{22}$	0,39107	0	0,234298	0	0,259817	0
$G_{11}$	0,8176	0	0,884282	0	0,892414	0
$G_{12}$	0,116795	0	0,014447	0,0176	0,011642	0,0399
$G_{21}$	0,2	0	0,036499	0,0001	0,035942	0
$G_{22}$	0,889001	0	0,964856	0	0,958233	0

**Рис. 12.** График вариаций DAX (VAR\_Y1) и FTSE (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



(рис. 13) и CAC — FTSE (рис. 14), оценочные коэффициенты для матрицы вариаций-ковариаций приведены в табл. 4.

Все оценочные диагональные параметры  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  и  $G_{11}$ ,  $G_{22}$  являются статистически значимыми, это означает сильный процесс GARCH (1,1). Значимость параметров матрицы  $A$  говорит о зависимости волатильности между ними от их собственных лагов.

Статистически незначимы недиагональные параметры  $G_{12}$  и  $G_{21}$  DAX — FTSE и DAX — CAC. Это показывает статистическую незначимость лаговых ковариаций и лаговых перекрестных произведений шоков.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

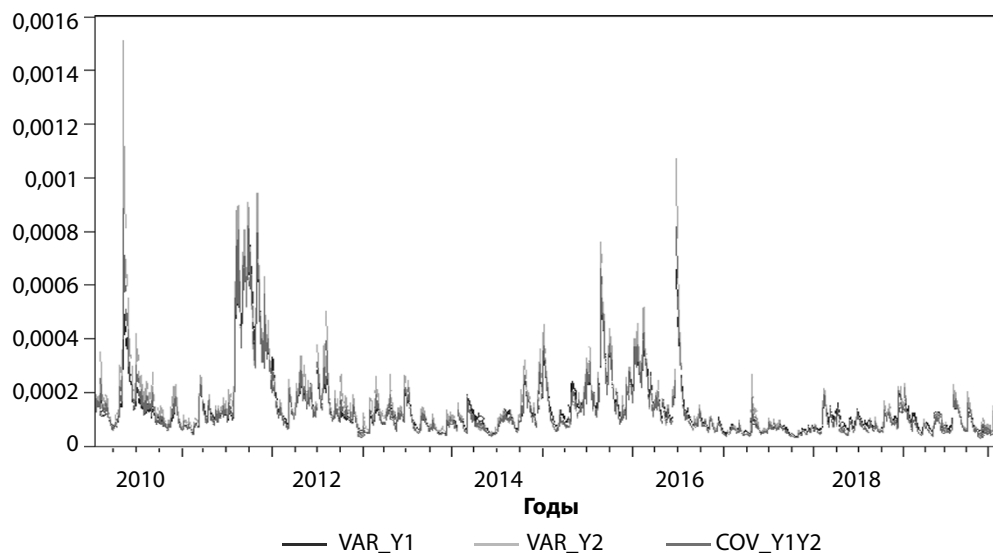
В статье по результатам оценки параметров двумерной модели BEKK GARCH (1,1) установлена двунаправленная волатильность между рынками

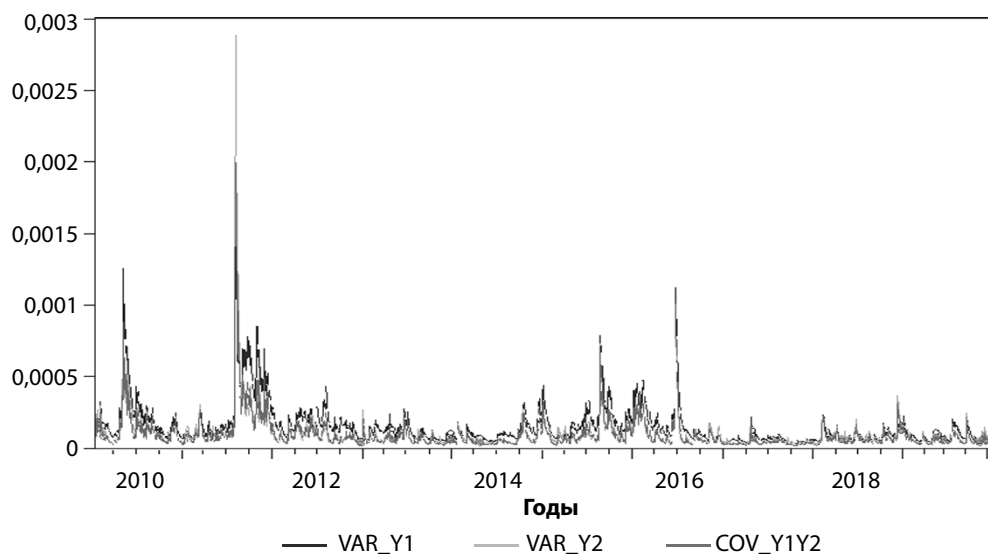
РФ и зрелыми рынками Европы. Связь рынка США с рынком РФ однонаправленная. Передачи шоков от РФ к США не происходит. Оценка передачи волатильности позволила установить статистическую значимость передачи волатильности от рынка Германии к рынку РФ, незначимость обратной связи от рынка РФ к рынкам США, Великобритании, Германии и Франции, что говорит о слабой интеграции российского рынка с рынками остальных стран.

Выявлены взаимозависимости между рынком России, США, Великобритании, Германии, Франции. Наблюдается уменьшение коэффициентов динамических условных корреляций. Исследование согласуется с литературой, подтверждающей идею о том, что рынок США не является самым влиятельным для российского рынка [1].

Анализ волатильности между развитыми рынками США и Европы показал, что данные рынки сильно взаимосвязаны, установлена статистическая взаимосвязь передачи волатильности.

**Рис. 13.** График вариаций DAX (VAR\_Y1) и CAC (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.



**Рис. 14.** График вариаций CAC (VAR\_Y1) и FTSE (VAR\_Y2) и их ковариаций COV\_Y1Y2 во времени, 2010–2020 гг.**Таблица 4.** Оценочные коэффициенты для матрицы вариаций-ковариаций двумерной модели BEKK GARCH (1,1) с DAX за 2010–2020 гг.

Элементы матриц	FTSE		CAC		CAC — FTSE	
	Коэффициенты	<i>P</i>	Коэффициенты	<i>P</i>	Коэффициенты	<i>P</i>
$C_{11}$	0,001771	0	-0,00183	0	0,001894	0
$C_{21}$	0,001775	0	-0,00187	0	0,002063	0
$C_{22}$	0,001545	0	0,000919	0	0,001071	0
$A_{11}$	0,220344	0	0,230407	0	0,228362	0
$A_{12}$	0,086968	0	0,057781	0,0014	0,161836	0
$A_{21}$	0,070569	0	0,073967	0,0005	0,48585	0
$A_{22}$	0,422833	0	0,348155	0	0,42425	0
$G_{11}$	0,955993	0	0,946555	0	0,9657	0
$G_{12}$	-0,01065	0,3401	-0,00148	0,8627	-0,058131	0,0043
$G_{21}$	0,009108	0,2726	0,012869	0,2683	0,022902	0
$G_{22}$	0,879238	0	0,348155	0	0,880095	0

Закономерности передачи шоков волатильности крайне важны в условиях падения мировой экономики от пандемии коронавируса, снижения цен на нефть и с учетом необходимости восстановления производства во всех странах.

Полученные данные позволяют инвесторам понимать фондовые рынки России и развитых стран. Слабую интегрированность российского

рынка можно рассматривать как низкорисковую перспективу инвестиций и возможность выгодно диверсифицировать международные портфели на нем. Кроме того, результаты исследования позволяют лучше понять взаимосвязи фондовых рынков и получить дополнительную информацию о характере волатильности перетоков между ними.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Салманов О.Н. Динамические корреляции индексов фондовых рынков развитых стран и индекса фондового рынка России // Экономический анализ: теория и практика. — 2019. — Т. 18. — №11. — С. 2103–2124. — <https://doi.org/10.24891/ea.18.11.2103>.
2. Финам. — <https://www.finam.ru>.
3. Abdelkefi S.Z., Khoufi W. (2015). «Stock markets linkages before, during and after subprimes crisis: bivariate BEKK GARCH (1,1) and DCC Models». *International Journal of Economics, Finance and Management Sciences*, Vol. 3(3), pp. 213–230. — <http://doi.org/10.11648/j.ije-fm.20150303.18>.
4. Baba Y., Engle R.F., Kraft D., Kroner K. (1990). *Multivariate Simultaneous Generalized ARCH*. San Diego: University of California.
5. Bollerslev T. (1986). «Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity». *Journal of Econometrics*, Vol. 31, pp. 307–327.
6. Engle R.F. (1982). «Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation». *Econometrica*, Vol. 50, pp. 987–1007.
7. Engle R.F., Kroner K.F. (1995). «Multivariate simultaneous generalized ARCH». *Econometric Theory*, Vol. 11, pp. 122–150.
8. Guesmi K., Teulon F., Ftiti Z. (2014). «Sudden changes in volatility in European stock markets». *Journal of Applied Business Research (JABR)*, Vol. 30(6), pp. 1567–1576. — <https://doi.org/10.19030/jabr.v30i6.8872>.
9. *Investing.com*. — <https://www.investing.com>.
10. Kutlar A., Torun P. (2014). «The econometric analysis of volatility dynamics between developed market economies and emerging market economies». *Scholars Journal of Economics, Business and Management*, Vol. 1(7), pp. 291–297.
11. Mitra A., Iyer V., Joseph A. (2015). «Characterizing the volatility transmission across international stock markets». *Theoretical Economics Letters*, Vol. 5, pp. 571–583. — <https://dx.doi.org/10.4236/tel.2015.54067>.
12. Serletis A., Azad N. (2018). «Emerging market volatility spillovers». *The American Economist*, December, 7. — <http://doi.org/10.1177/0569434518816445>.
13. Wang Y., Pan Z., Wu C. (2018). «Volatility spillover from the US to international stock markets: a heterogeneous volatility spillover GARCH model: volatility spillover from the U.S. to international stock markets». *Journal of Forecasting*, Vol. 37(4), pp. 385–400.