



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора

А.В. Троицкий

«__» _____ 2023г.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль): Автоматизация производственных процессов

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев

2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

Автор: Кузина Т.С. Рабочая программа дисциплины: Математический анализ. – Королев МО: «Технологический Университет», 2023.

Рецензент: к.т.н., доцент Бугай И.В.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета. Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 			
Год утверждения (переподтверждения)	2023	2024	2025	2026
Номер и дата протокола заседания кафедры	Протокол №12 от 04.07.2023			

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО  к.т.н., доцент Т.Н.Архипова

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переподтверждения)	2023	2024	2025	2026
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023 г.			

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Цели изучения дисциплины:

- формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
- освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
- формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

общефессиональные компетенции (ОПК):

- Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- Способен проводить анализ затрат на обеспечение деятельности производственных подразделений (ОПК-8);
- Способен разрабатывать и применять алгоритмы и современные цифровые программные методы расчетов и проектирования отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных исполнительных и управляющих устройств, средств автоматизации, измерительной и вычислительной техники в соответствии с техническим заданием, разрабатывать цифровые алгоритмы и программы управления робототехнических систем (ОПК-11).

Основными задачами дисциплины являются:

- Дать студентам базовые знания по следующим разделам математического анализа: теория пределов, дифференциальное исчисление функции одного и многих переменных, интегральное исчисление.
- Научить студентов решать типовые задачи дисциплины.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

Необходимые знания:

- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;

Необходимые умения:

- находить, формулировать и решать стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

Трудовые действия:

- владеть практическим опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике;
- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника».

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях школьной программы по математике и опирается на коммуникативные компетенции, приобретённые в средней общеобразовательной школе.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении всех технических дисциплин и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 часа.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4
Общая трудоемкость	432	144	144	144	
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ					
Аудиторные занятия	192	64	64	64	-
Лекции (Л)	96	32	32	32	-
Практические занятия (ПЗ)	96	32	32	32	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-	-	-
Практическая подготовка	-	-	-	-	-
Самостоятельная работа	240	80	80	80	-
Курсовые работы (проекты)	-	-	-	-	-
Расчётно-графические работы	-	-	-	-	-
Контрольная работа, домашнее задание	+	+	+	+	-
Текущий контроль знаний	Тест	Тест	Тест	Тест	-
Вид итогового контроля		Зачет с оценкой	Зачет с оценкой	экзамен	-
ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ					

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Практическая подготовка	Код компетенций
1 семестр					
Тема 1. Предел последовательности. Предел функции.	8	8	2		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	12	12	2		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Тема 3. Интегральное исчисление. Неопределённый интеграл.	12	12	4		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Итого по 1 семестру	32	32	8		
2 семестр					
Тема 4. Интегральное исчисление. Определённый интеграл.	16	12	4		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Тема 5. Несобственные интегралы	6	8	2		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Тема 6. Ряды. Приближенные вычисления.	10	12	4		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Итого по 2 семестру	32	32	10		
3 семестр					
Тема 7. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	16	16	6		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Тема 8. Кратные интегралы	16	16	4		ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11
Итого по 3 семестру	32	32	10		
Итого:	48	96	28		

4.2. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Предел последовательности. Предел функции.

Вещественные числа. Теория последовательностей. Понятие функции. Графическое изображение функции. Сложные и элементарные функции. Предел функции. О-символика. Непрерывность функции. Обратная функция. Функция, заданная параметрически. Неявная функция.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функций. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Применение производных к исследованию функций и построению графиков. Достаточное условие экстремума. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Тема 3. Интегральное исчисление. Неопределённый интеграл.

Понятие первообразной. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределённых интегралов. Способы интегрирования: замена переменной в неопределенном интеграле; интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций.

Тема 4. Интегральное исчисление. Определённый интеграл.

Понятие об определённом интеграле и его свойства. Теорема о среднем определенном интеграле. Интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной для непрерывных функций. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Свойства определенного интеграла.

Вычисление площади плоской криволинейной трапеции, объёмов тел вращения, длины дуги.

Тема 5. Несобственные интегралы

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Главное значение несобственного интеграла на бесконечном промежутке интегрирования. Геометрический смысл несобственных интегралов с бесконечным пределом интегрирования. Интеграл Эйлера – Пуассона. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов первого рода. Признак Коши сходимости несобственных интегралов первого рода. Необходимое и

достаточное условие сходимости несобственного интеграла первого рода. Абсолютная сходимость интеграла в промежутке $[a, +\infty)$. Признак Абеля. Признак Дирихле.

Тема 6. Ряды. Приближенные вычисления.

Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Достаточные критерии сходимости числовых рядов с неотрицательными членами: первый и второй признаки сравнения, признак Даламбера в предельной форме, интегральный признак, признак Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Понятие о функциональных рядах. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Почленная интегрируемость и дифференцируемость степенного ряда на интервале сходимости. Ряды Тейлора (Маклорена). Разложения функций в ряд Тейлора. Применение рядов в приближенных вычислениях.

Тема 7. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

Понятие о функциях нескольких переменных. Окрестность точки. Внутренние и граничные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Изолированные и предельные точки множества. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции нескольких переменных. Частные производные, полный дифференциал. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции. Производная сложной функции. Экстремум функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Тема 8. Кратные интегралы

Определение и вычисление двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади плоской области. Вычисление объема тела с помощью двойного интеграла. Вычисление площади поверхности. Механические приложения двойного интеграла.

Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах. Вычисление объема тела с помощью тройного интеграла. Механические приложения тройного интеграла.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Двойцова И. Н. Высшая математика. Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл: сборник контрольных заданий с примерами решений: учебное пособие / И. Н. Двойцова - Железногорск: ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2018. - 53 с. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082183>
2. Горлач Б. А. Дифференцирование: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 348 с. — ISBN 978-5-8114-2715-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99102>
3. Горлач Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101>
4. Горлач Б. А. Дифференцирование: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 348 с. — ISBN 978-5-8114-2715-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99102>

Дополнительная литература:

1. Высшая математика. Практикум для студентов технических и экономических специальностей: учебное пособие / Г. Н. Горелов, Б. А. Горлач, Н. Л. Додонова [и др.]; под общей редакцией Б. А. Горлача. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 676 с. — ISBN 978-5-8114-4423-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/140738>
2. Кутузов А.С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: [16+] / А.С. Кутузов. – 2-е изд. стер. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. – 127 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166>
3. Кутузов А.С. Математический анализ: теория пределов / А.С. Кутузов. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. – 152 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471821>
4. Шипачев В. С. Математический анализ. Теория и практика: учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 3-е изд. — М.: ИНФРА-М, 2019. — 351 с. — (Высшее

образование). — www.dx.doi.org/10.12737/5267. - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/989800>

5. Математический анализ: сборник индивидуальных заданий. Дифференциальное исчисление функций многих переменных: [16+] / Г.В. Недогибченко, Р.И. Святкина, А.А. Шалагинов и др.; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 106 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. –

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576419>

6. Буров А.Н. Математический анализ: прикладные задачи: [16+] / А.Н. Буров, Н.Г. Вахрушева; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2018. – 79 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. –

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576151>

7. Лебедева Е.А. Математический анализ: сборник задач для контрольных работ во втором семестре: [16+] / Е.А. Лебедева, О.В. Шерemet; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 72 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL:

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576398>

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: *MSOffice*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

Практические занятия:

– аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями);
доской для письма мелом или фломастерами;
рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль): *Автоматизация производственных процессов*

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся приобретает:		
				Необходимые знания	Необходимые умения	Трудовые действия
1.	ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Тема 1-8.	-базовые знания, полученные в области математических или естественных наук, программирования или информационных технологий	-находить, формулировать и решать стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	-практическим опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
2.	ОПК-8	Способен проводить анализ затрат на обеспечение деятельности производственных подразделений	Тема 1-8.	- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
3	ОПК-11	Способен разрабатывать и применять алгоритмы и современные цифровые программные методы расчетов и проектирования отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных исполнительных и управляющих устройств, средств автоматизации, измерительной и	Тема 1-8.	- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

		вычислительной техники в соответствии с техническим заданием, разрабатывать цифровые алгоритмы и программы управления робототехнических систем				
--	--	--	--	--	--	--

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ОПК-1, ОПК-8, ОПК-11	Тест	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 90% правильных ответов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 70% правильных ответов; •компетенция освоена на базовом уровне – от 51% правильных ответов; <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – менее 50% правильных ответов</p>	<p>Проводится письменно</p> <p>Время, отведенное на процедуру –30 мин.</p> <p>Неявка 0 баллов.</p> <p>Критерии оценки определяются процентным соотношением.</p> <p>Неудовлетворительно – менее 50% правильных ответов.</p> <p>Удовлетворительно – от 51% правильных ответов.</p> <p>Хорошо – от 70%.</p> <p>Отлично – от 90%.</p> <p>Максимальная оценка – 5 баллов.</p>
	Выполнение контрольной работы	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла; <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по дисциплине для данного вида.</p>

	Задачи	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована: •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла;</p> <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <p>1. Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл)</p> <p>2. Умение применить выбранный метод (1 балл)</p> <p>3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл)</p> <p>4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла)</p> <p>5. Задача не решена вообще (0 баллов)</p> <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p> <p>Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено.</p> <p>Оценка проставляется в электронный журнал</p>
--	--------	---	--

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Каждому вопросу соответствует один вариант ответа.

1 СЕМЕСТР

1. Предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{n^3 + 1}$ равен ...

- A) 0;
- B) 1;
- C) ∞ ;
- D) $\frac{2}{3}$.

2. Предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 + n} \right)$ равен ...

- A) 2;
- B) 3;
- C) ∞ ;
- D) 0.

3. Предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4^n + 1}{2^n + 4^n}$ равен ...

- A) -1 ;
- B) 1 ;
- C) $\frac{3}{2}$;
- D) 0 .

4. Предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ равен ...

- A) e^2 ;
- B) \sqrt{e} ;
- C) 1 ;
- D) ∞ .

Вычислить предел функции:

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x+1}{2x-1}$

- a) 3 ;
- b) 0 ;
- c) ∞ ;
- d) $\frac{1}{2}$,
- e) $\frac{3}{4}$.

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$

- a) $\frac{1}{2}$,
- b) 0
- c) ∞ ,
- d) 2 ,
- e) 1 .

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1 - \cos 2x}$

- a) 1 ,
- b) -1 ,
- c) 2 ,
- d) $\frac{1}{2}$,
- e) 0 .

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{2x}$

- a) e^4 ,
- b) 1,
- c) e^2 ,
- d) e ,
- e) e^{-4} .

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin \frac{x}{2}}}$

- a) e ,
- b) 1,
- c) e^{-1} ,
- d) e^{-2} ,
- e) e^2 .

Вычислить производную функции:

10. $y = \frac{4}{\sqrt{x}}$

- a) $\frac{2}{x\sqrt{x}}$,
- b) $2x\sqrt{x}$,
- c) $-2x\sqrt{x}$,
- d) $-2\sqrt{x}$,
- e) $-\frac{2}{x\sqrt{x}}$.

11. $y = \frac{e^x}{x^2}$

- a) $\frac{e^x(x+2)}{x^3}$,
- b) $\frac{e^x(x-2)}{x^4}$,
- c) $\frac{e^x(x-2)}{x^3}$,
- d) $\frac{e^x(x+2)}{x^4}$,
- e) $\frac{e^x}{2x}$.

12. $y = e^{\sin x^2}$

- a) $e^{\cos x^2}$,
- b) $-e^{\sin x^2} \cdot \cos x^2$
- c) $e^{\sin x^2}$,

d) $2x \cdot e^{\sin x^2} \cdot \cos x^2$,

e) $\sin x^2 \cdot e^{\sin x^2 - 1}$.

13. $y = (\operatorname{ctg} x)^x$

a) $(\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left(\ln \operatorname{ctg} x + \frac{x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$,

b) $(\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left(\ln \operatorname{ctg} x - \frac{x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$,

c) $(\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ctg} x} \right)$,

d) $(\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left(x + \frac{1}{\operatorname{ctg} x} \right)$,

e) $x \cdot (\operatorname{ctg} x)^{x-1}$.

14. $x^2 + y^2 = xy$. Вычислить значение производной y'_x в точке (1,1).

a) 0,

b) 1,

c) 2,

d) -2,

e) -1.

15. Найдите правильные соотношения

$$\frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} d \ln(2x+1)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{x+1}} = -\frac{2}{3} d \frac{1}{\sqrt{(x+1)^3}}$$

$$\operatorname{tg} 2x dx = \frac{1}{2} d \operatorname{ctg} 2x$$

$$\frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{2} d \sqrt[3]{x^2}$$

$$e^{-2x} dx = -2d e^{-2x}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{25+x^2}} = \frac{1}{5} d \ln(x + \sqrt{25+x^2})$$

16. Интеграл $\int \frac{(x^2+x)dx}{x\sqrt{x}}$ равен

$$\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + C$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} + 2\sqrt{x} + C$$

$$-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

17. Интеграл $\int \frac{dx}{(5+3x)^4}$ равен

$$-\frac{1}{5(5+3x)^5} + C$$

$$-\frac{1}{5(5+3x)^{-5}} + C$$

$$-\frac{1}{3(5+3x)^{-3}} + C$$

$$-\frac{1}{3(5+3x)^3} + C$$

$$-\frac{1}{9(5+3x)^3} + C$$

$$-\frac{1}{12(5+3x)^4} + C$$

18. Интеграл $\int \cos^3 x dx$ равен

$$-\int \cos^2 x d \cos x$$

$$-\int \sin^2 x d \cos x$$

$$\int \cos^2 x d \sin x$$

$$\int (1 - \sin^2 x) d \sin x$$

$$\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

$$x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

19. Найдите верные соотношения

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln x}{\ln^3 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln \ln x}{\ln^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln x}{x \ln^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln \ln x}{x \ln^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = -\frac{1}{2 \ln^2 x} + C$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \frac{1}{2 \ln^2 x} + C$$

20. Избавиться от радикала в интеграле $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{16x^2 - 25}}$ можно заменой

$$x = \frac{5}{4} \sin t$$

$$x = \frac{5}{4 \cos t}$$

$$x = -\frac{5}{4} \cos t$$

$$x = \frac{5}{4 \sin t}$$

$$x = \frac{4 \sin t}{5 \cos t}$$

$$x = \frac{5 \sin t}{4 \cos t}$$

21. Найдите верные соотношения

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{5} \sin 3x \cos 5x - \frac{3}{5} \int \cos 3x \cos 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{5} \sin 3x \cos 5x - \frac{3}{5} \int \sin 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{5} \cos 3x \sin 5x + \frac{3}{5} \int \sin 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = -\frac{1}{5} \sin 3x \sin 5x + \frac{3}{5} \int \cos 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{3} \sin 3x \cos 5x - \frac{5}{3} \int \cos 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \cos 5x - \frac{5}{3} \int \cos 3x \sin 5x dx$$

22. Найдите верные соотношения

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{dt}{t}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{dt}{t^2-1}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{-dt}{t^2-1}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2-1}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{(t^2-1)\sqrt{t^2-1}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{-tdt}{t^2-1}$$

23. Найдите простые рациональные дроби

$$\frac{x-1}{x^2}$$

$$\frac{x^2+4}{x-1}$$

$$\frac{3}{x^2-9}$$

$$\frac{1}{x^2-4x}$$

$$\frac{x-1}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{1}{x^2+2x-3}$$

24. Рациональная функция $\frac{1}{(x^2-9)(x^2+x)}$ методом неопределенных

коэффициентов раскладывается в сумму

$$\frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x^2+x}$$

$$\frac{a}{x^2-9} + \frac{b}{x^2+x}$$

$$\frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x} + \frac{d}{1+x}$$

$$\frac{ax+b}{x^2-9} + \frac{cx+d}{x^2+x}$$

$$\frac{a}{x^2-9} + \frac{bx+c}{x^2+x}$$

$$\frac{ax+b}{x^2-9} + \frac{c}{x^2+x}$$

25. Найдите верные соотношения

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = \int \frac{dt}{t\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{t\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = \int \frac{dt}{\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{\sqrt{2t^2+4t+3}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{t\sqrt{2t^2+4t+3}}$$

26. В интеграле $\int \frac{\sqrt[3]{1+2x} + \sqrt[6]{(1+2x)^5}}{\sqrt[6]{1+2x} - \sqrt{(1+2x)^3} + 1} dx$ можно избавиться от

иррациональности с помощью замены

$$1+2x = t^6$$

$$1+2x = t^{24}$$

$$1+2x = t^{30}$$

$$1+2x = t^{15}$$

$$1+2x = t^5$$

$$1+2x = t^{21}$$

27. В интеграле $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{1+9x^2}}$ можно избавиться от иррациональности с

помощью замены

$$\sqrt{1+9x^2} = t$$

$$\frac{\sqrt{1+9x^2}}{x} = t$$

$$\sqrt{1+9x^2} = t^2$$

$$\frac{\sqrt{1+9x^2}}{x} = t^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{x^2} + 9} = t$$

$$x = \frac{\sqrt{t^2-1}}{3}$$

2 СЕМЕСТР

1. Выберите среди приведенных выражений верно написанные свойства определенного интеграла, если $f(x)$ и $g(x)$ – интегрируемы на $[a; b]$, $[a; c]$, $[c; b]$ $k = \text{const}$.

$$\int_a^b f(x) dx = \int_b^a \frac{1}{f(x)} dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

2. Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ справедлива, если

$$F'(x) = f(x)$$

$F(x)$ – непрерывна на $[a; b]$; $F'(x) = f(x)$

$f(x)$ – непрерывна на $[a; b]$; $F'(x) = f(x)$

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

3. Выберите верную запись формул интегрирования по частям в определенном интеграле

$$\int_a^b u(x) du(x) = u(x)v(x) - \int_a^b v(x) du(x)$$

$$\int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du(x)$$

$$\int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} v(x) du(x)$$

4. Чему равен определенный интеграл $\int_0^1 \sqrt{x} dx$?

2/3

3/2

2

1/2

5. Чему равен определенный интеграл $\int_1^e \frac{dx}{x}$?

1

0

e

1/e

6. Чему равен определенный интеграл $\int_0^{\pi} \sin x dx$?

2

0

1

-1

7. Чему равен определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$?

1

2

-1

0

8. Чему равен определенный интеграл $\int_0^{\pi} \cos x \, dx$?

0

2

1

1/2

9. Чему равен определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$?

1

3/2

0

1/2

10. Чему равен определенный интеграл $\int_0^1 x^2 \, dx$?

1/3

3/2

2/3

1/2

11. Чему равен определенный интеграл $\int_0^1 x^3 \, dx$?

1/4

1/3

2

1/2

12. Чему равен определенный интеграл $\int_1^2 x^2 \, dx$?

7/3

3/2

1/3

1

13. Чему равен определенный интеграл $\int_0^2 x^3 \, dx$?

4

3/2

2

1/3

14. Определенный интеграл от $f(x)$ на $[a, b]$ – это?

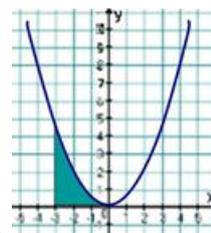
число

совокупность функций

матрица

функция от x

- 15.** Какое из свойств определенного интеграла не верно?
 определенный интеграл от частного двух функций равен частному интегралов от этих функций
 определенный интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от этих функций
 определенный интеграл от разности функций равен разности интегралов от этих функций



- 16.** Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.
- 17.** Определенный интеграл определяется: как неопределенный интеграл, заданный на конечном отрезке $[a, b]$:
 как предел интегральных сумм
 как интеграл, определенный с точностью до константы
 как часть неопределенного интеграла
- 18.** Дан сходящийся ряд. При отбрасывании нескольких его ненулевых членов:
 ряд останется сходящимся и его сумма обязательно не изменится;
 ряд останется сходящимся, и его сумма изменится, если сумма отброшенных элементов не равна 0;
 ряд станет расходящимся;
 ряд останется сходящимся и его сумма обязательно уменьшится;
 не зная членов ряда ничего нельзя сказать о сходимости или расходимости нового ряда.
- 19.** Если U_1, U_2, \dots, U_n - числовая последовательность, то называются соответственно
 рядом, суммой ряда, частичной суммой;
 суммой ряда, частичной суммой, рядом;
 частичной суммой ряда, суммой ряда, рядом;
 частичной суммой ряда, рядом, суммой ряда.
- 20.** Укажите верные утверждения
 Если сходится ряд $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$, то сходится и ряд $u_{m+1} + u_{m+2} + u_{m+3} + \dots$, получаемый из данного отбрасыванием первых m членов;
 Если сходятся ряды $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$ и $v_1 + v_2 + v_3 + \dots$, имеющие соответственно суммы S и σ , то сходится и ряд $(u_1 + v_1) + (u_2 + v_2) + (u_3 + v_3) + \dots$, причем сумма последнего ряда равна $S + \sigma$;
 Если сходится ряд $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$ и его суммой является число S , то сходится и ряд $au_1 + au_2 + au_3 + \dots$, причем сумма последнего ряда также равна S ;
 Если расходятся ряды $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$ и $v_1 + v_2 + v_3 + \dots$, то ряд $(u_1 + v_1) + (u_2 + v_2) + (u_3 + v_3) + \dots$ также расходится;
 Если сходится ряд $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$ и его суммой является число S , то сходится и ряд $au_1 + au_2 + au_3 + \dots$, причем сумма последнего ряда равна aS .

21. Укажите верные утверждения, относящиеся к поведению ряда Дирихле при $\alpha = 1$ указанный ряд сходится;
 при $\alpha < 1$ указанный ряд расходится;
 при $\alpha > 1$ указанный ряд сходится;
 при $\alpha < 1$ указанный ряд сходится;
 при $\alpha = 1$ указанный ряд расходится;
 при $\alpha > 1$ указанный ряд расходится.

22. Общий член знакопеременного ряда $-\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{8}{81}, \dots$ задается формулой

...

A) $a_n = \frac{(-1)^n 2n}{3^n}$;

B) $a_n = \frac{(-1)^n (n+1)}{3^n}$;

C) $a_n = \frac{(-1)^n (n+1)}{n+2}$;

D) $a_n = -\frac{2n}{3^n}$.

23. Числовой ряд $\{a_n\}$ задан рекуррентным способом:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$$

Тогда, член ряда a_5 равен...

A) 5;

B) 8;

C) 4;

D) 3.

24. Числовой ряд $\{a_n\}$ задан рекуррентным способом:

$$a_{n+1} = 2(n+1) \cdot a_n, \quad a_1 = 1.$$

Тогда общий член ряда задается формулой...

A) $a_n = 2^{n-1} n!$

B) $a_n = 2^n n!$

C) $a_n = (2n)!$

D) $a_n = 2 \cdot n!$.

25. Знакопеременный ряд $1, -1, 1, -1, \dots$

A) не имеет предела;

B) имеет предел, равный 0;

C) имеет предел, равный 1;

D) имеет предел, равный -1 .

3 СЕМЕСТР

1. Производная функции $f(x, y) = x^2 \sin(xy)$ по x равна

$$2x \sin(xy) + x^2 \cos(xy) y$$

$$2x \sin(xy) - x^2 \cos(xy)(x + y)$$

$$2x \cos(xy) y$$

$$-2x \cos(xy) y$$

$$2x \cos(xy)(x + y)$$

$$2x \sin(xy) \cdot \cos(xy) y$$

2. Производная функции $f(x, y) = x^2 y^3 + xy^3$ в точке $(1, -1)$ по направлению вектора $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ равна

$$0 \quad \frac{24}{5} \quad \frac{36}{5} \quad \frac{12}{5} \quad \frac{9}{5} \quad -\frac{3}{5}$$

3. Укажите полный дифференциал dz функции $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$

$$dz = \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} dy$$

$$dz = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} dy$$

$$dz = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} dy$$

$$dz = -\frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$$

верный ответ отсутствует

4. Укажите частную производную по x первого порядка $z = e^{xy}$

$$y \cdot e^{xy}$$

$$-y \cdot e^{xy}$$

$$x \cdot e^{xy}$$

$$-x \cdot e^{xy}$$

$$e^{xy}$$

$$xy \cdot e^{xy-1}$$

5. Укажите частную производную по y первого порядка z'_y функции $z = \cos \frac{x}{y}$

$$-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{y}$$

$$\cos \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$$

$$- \sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$$

$$\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$$

верный ответ отсутствует

6. Найдите сумму частных производных первого порядка функции $z = x^2y$ в точке (1,1).

$$2 \quad -2 \quad 4 \quad 3$$

7. Укажите верные выражения для полного дифференциала dz функции $z = f(x, y)$

$$dz = \frac{df}{dx} dx + \frac{df}{dy} dy$$

$$dz = \frac{dz}{dx} dx + \frac{dz}{dy} dy$$

$$dz = \frac{dz}{dx} \partial x + \frac{dz}{dy} \partial y$$

$$dz = f'_x dx + f'_y dy$$

верный ответ отсутствует

8. Найдите значение дифференциала для функции $u = 4x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ в точке $A(1; 1)$, если $dx=dy=1$

$$27 \quad 32 \quad 30 \quad 29$$

9. Укажите частную производную по x второго порядка z''_{xx} функции $z = e^x \cdot \ln y + y^2$

$$-\frac{e^x}{y^2} - 2$$

$$e^x \cdot \ln y$$

$$-\frac{e^x}{y} + 2$$

$$\frac{e^x}{y^2} - 2$$

$$\frac{e^x}{y^2} - 2$$

10. Найдите значение выражения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 6 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \text{ в точке } \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right), \text{ где } z = \sin x \cdot \sin y$$

$$-2 \quad 3 \quad -3 \quad 2$$

11. Укажите функцию $z = f(x, y)$, полный дифференциал которой имеет вид

$$dz = 2x \sin 3y dx + 3x^2 \cos 3y dy$$

$$z = 3x^2 \cos 3y$$

$$z = x^2 \sin 3y$$

$$z = x^2 \cos 3y - 2$$

$$z = x^3 \sin 3y$$

верный ответ отсутствует

12. Укажите верное множество стационарных точек для функции $z = x^3 + y^3 - xy$

$$\{(-1,1),(1,1)\}$$

$$\{(0,0),(1,1)\}$$

$$\{(0,0),(-1,1),(1,1),(1,-1)\}$$

$$\{(0,0),(-1,1),(1,1)\}$$

правильный ответ отсутствует

13. Укажите точку экстремума функции $z = x^2 + y^2 + 3$

(0;0;3) - точка минимума

(0;0;3) - точка максимума

(3;0;0) - точка минимума

(3;0;0) - точка максимума

экстремумов нет

14. Укажите верное утверждение. В точке максимума функции градиент:

равен нулю

достигает максимальной длины

равен нулю или не существует

не равен нулю и параллелен оси Oz

может быть произвольным вектором

15. Укажите верное утверждение. Функция $z = xy$

имеет единственную точку максимума (0;0)

имеет единственную точку минимума (0;0)

имеет несколько точек экстремума

не имеет точек экстремума

имеет бесконечное множество точек экстремума

16. Укажите значение функции $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 6y$ в точке экстремума

-4

5

-3

0

функция не имеет экстремумов

$$z = \frac{\ln x}{y} + x$$

17. Укажите координаты стационарной точки функции

(0;1)

(-1;1)

(1;-1)

(1;1)

18. Укажите верные утверждения, касающиеся достаточных условий существования или отсутствия точек экстремумов функции $z = f(x,y)$ (далее:

$$A = f''_{xx}(M_0), \Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx}(M_0) & f''_{xy}(M_0) \\ f''_{xy}(M_0) & f''_{yy}(M_0) \end{vmatrix}$$

$M_0(x_0, y_0)$ – стационарная точка функции,

если $\Delta > 0$, то $z = f(x, y)$ имеет в точке M_0 максимум

если $\Delta > 0$ и $A < 0$, то $z = f(x, y)$ имеет в точке M_0 максимум

если $\Delta > 0$ и $A > 0$, то $z = f(x, y)$ имеет в точке M_0 минимум

если $\Delta < 0$, то $z = f(x, y)$ имеет в точке M_0 экстремум

если $\Delta = 0$, то $z = f(x, y)$ имеет в точке M_0 экстремум

20. Укажите правильный порядок действий при исследовании функции многих переменных на экстремум:

1. Исследовать стационарные точки на наличие в них максимума или минимума
2. Найти все частные производные первого порядка
3. Найти в найденных точках экстремума значения функции
4. Найти стационарные точки функции, решая соответствующую систему уравнений

21 Вычислить интеграл $\iint_D xy \, dx \, dy$ по области D , ограниченной прямыми $x=0$, $x=2$, $y=2x$, $y=6-x$

28, 20, -20, 34

22. Вычислить интеграл $\iint_D (x^2 - y^2) \, dx \, dy$ по области D , ограниченной линиями $y=x$, $x=2$, $y=2-x^2$

$-2, \frac{10}{3}, -26, \frac{26}{7}$

23. Вычислить интеграл $\iint_D (x^2 + y^2) \, dx \, dy$ по области D , ограниченной

линиями $y=0$, $y=x+1$, $y=1-x$

$\frac{4}{9}, -\frac{9}{4}, \frac{9}{4}, 2$

24. С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями:

$$y^2=9+x, y^2=9-3x$$

24, 96, 17, 48

25. С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями:

$$y=2-x^2, y=x^2$$

$4, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, 8$

26. С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями:

$$xy=4, y=x, x=4$$

$$8, 8-6 \ln 2, 4 \ln 2, 6$$

27. Вычислить объем тела, ограниченного следующими поверхностями $z=\frac{1}{2}y^2$,

$$2x+3y-12=0, x=0, y=0, z=0$$

$$16, \frac{16}{3}, \frac{3}{4}, 8$$

28. Вычислить объем тела, ограниченного координатными плоскостями, плоскостью $x+y-3=0$ и поверхностью $z=4x^2+2y^2+1$

$$39, \frac{70}{3}, 13, \frac{11}{4}$$

29. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $z=x^2+y^2$, координатными плоскостями и плоскостью $x+y=1$

$$3, 2, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$$

3.2 Примерная тематика контрольных работ:

Контрольная работа (1 семестр)

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра A и B . Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются по цифрам A и B из таблиц:

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

1 СЕМЕСТР

1. Найти пределы:

$$1.а \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + nx + m}}{nx - m};$$

$$1.в \quad \lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin m\pi x - \sin n\pi x}{\sqrt{1 - \cos 3\pi x}};$$

$$1.д \quad \lim_{x \rightarrow \pi} (2 + \cos nx)^{\operatorname{ctg}(m-n)x};$$

$$1.б \quad \lim_{x \rightarrow m} \frac{x - \sqrt{x^2 + nx - mn}}{x^2 - (m+n)x + mn};$$

$$1.г \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - mx}{x^2 + nx + m} \right)^{nx+m};$$

$$1.е \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\operatorname{arctg} \frac{x-n}{x-m} - \frac{\pi}{4} \right).$$

2. Найти производные следующих функций:

$$2.а \quad y = (x^2 - mx^{m-n} + n)^n;$$

$$2.в \quad y = \frac{1 - m \cdot \ln(nx)}{1 + m \cdot \ln(nx)};$$

$$2.д \quad y = \sqrt{\frac{(1 - nx^2)(m+x)^m}{(x-m)^n (nx^2 + m)}};$$

$$2.ж \quad y = t - m \cdot \ln nt, \quad x = 1 - \frac{m}{t};$$

$$2.б \quad y = \sin mx \cdot e^{-nx};$$

$$2.г \quad y = \operatorname{arctg}^n \sqrt{\arcsin mx};$$

$$2.е \quad y = (\cos nx)^{x+m};$$

$$2.з \quad e^{xy} - mx \cdot \operatorname{tg} \frac{ny}{mx} = 0.$$

3. Найти точки разрыва функций

$$3.а \quad y = \frac{x-m}{x-n} e^{-\frac{1}{x-m}};$$

$$3.б \quad y = \frac{x-n}{x-m} \ln(x-n)^2$$

и определить тип разрыва. Сделать схематический чертеж.

4. Исследовать функцию $y = \frac{x^2 - (m+n)x + mn}{x - 2m}$ с помощью производных первого и второго порядка и построить её график.

2 СЕМЕСТР

1. Вычислить неопределенные интегралы:

$$1.а \quad \int \frac{(x^m + \sqrt{x^{-n}})^2 dx}{x^{m-n}};$$

$$1.в \quad \int \frac{\sin^n x dx}{\cos^m x};$$

$$1.д \quad \int \frac{dx}{(x-m)\sqrt{x^2 - (m+n)x + mn}};$$

$$1.ж \quad \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 + m^2}};$$

$$1.б \quad \int \frac{(x+m)dx}{\sqrt{n^2 - x^2}};$$

$$1.г \quad \int (x+m)e^{-nx} dx;$$

$$1.е \quad \int \frac{(m^2 + n^2 - mx)dx}{(x+m)(x^2 + n^2)};$$

$$1.з \quad \int \frac{dx}{(1+m^2) \sin nx - 2m}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$2.а \quad (y-n)^2 = x+m, \quad y = x+m+n+2; \quad 2.б \quad y = \ln \frac{x}{n}, \quad y = 0, \quad x = n, \quad x = mn.$$

3. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$

3 СЕМЕСТР

1. Найти градиент функции $f(x, y) = \ln^2 \frac{mx+ny}{\sqrt{x}}$ в точке $(1, n)$.
2. Вычислить производную функции $f(x, y) = \frac{x^m}{y^n}$ по направлению вектора $\vec{l} = (n, m)$ в точке $(1, 1)$.
3. Найти производные $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ функции $f(x, y) = xe^{mx-ny}$.
4. Для поверхности, задаваемой уравнением $x^n y^{m+1} - 2xy + 1 = 0$, написать уравнения касательной плоскости и нормали в точке $(1, 1)$.
5. Изменить порядок интегрирования и перейти к полярным координатам:

$$\int_0^a 1 dy \int_{\sqrt{ay}}^{\sqrt{2a^2-y^2}} f(x, y) dx$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного данными поверхностями:

$$4z = 16 - x^2 - y^2 \quad z = 0 \quad x^2 + y^2 = (4x^2 + 4y^2 \leq 16)$$

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Математический анализ» являются две текущие аттестации в форме тестов (в каждом из 3-х семестров), промежуточные аттестации в форме зачета с оценкой и итоговый экзамен в письменной форме.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Проводится в сроки, установленные графиком образовательного процесса	Тестирование 1,2	ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 30 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично - от 90%.
	Зачет с оценкой	ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11	5 заданий	Зачет проводится в письменной форме, путем решения задач. Время, отведенное на процедуру - 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях;

						<p>знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета.</p> <p>«Хорошо»:</p> <ul style="list-style-type: none"> • знание основных понятий предмета; • умение использовать и применять полученные знания на практике; • работа на практических занятиях; • знание основных научных теорий, изучаемых предметов; • ответы на вопросы билета • неправильно решено практическое задание <p>«Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях;</p> <p>«Неудовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
Экзамен	ОПК-1 ОПК-8 ОПК-11	5 заданий	Экзамен проводится в письменной	Результаты предоставляются в день	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных	

				<p>форме, путем решения задач. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.</p>	<p>проведения экзамена</p>	<p>понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета.</p> <p>«Хорошо»:</p> <ul style="list-style-type: none"> •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий, изучаемых предметов; •ответы на вопросы билета •неправильно решено практическое задание <p>«Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях;</p> <p>«Неудовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания</p>
--	--	--	--	---	----------------------------	---

						на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.
--	--	--	--	--	--	--

4.1. Типовые вопросы, выносимые на зачет с оценкой (1 семестр)

1. Вещественные и комплексные числа.
2. Основные понятия числовой последовательности
3. Предел числовой последовательности. Геометрический смысл.
4. Понятие функции. Основные свойства функций.
5. Основные элементарные функции.
6. Сложная функция. Обратная функция.
7. Предел функции (определение, основные теоремы, свойства пределов).
8. Бесконечно малая и бесконечно большая величины.
9. Непрерывность функции в точке.
10. Пределы функции справа и слева. Монотонная функция. Точки разрыва функции.
11. Функции, непрерывные на отрезке. Основные теоремы о непрерывных функциях.
12. Первый замечательный предел.
13. Число e . Второй замечательный предел.
14. Сравнение бесконечно малых, эквивалентные бесконечно малые.
15. Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной (задача о мгновенной скорости, задача об угле наклона касательной к кривой).
16. Основные правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций.
17. Дифференциал функции. Приближённые вычисления с помощью дифференциала.
18. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
19. Монотонность функции. Критерии возрастания и убывания функции на интервале.
20. Локальный экстремум. Достаточные критерии локальных экстремумов.
21. Выпуклость кривой. Точка перегиба.
22. Раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталья.
23. Первообразная. Неопределённый интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
24. Правила интегрирования.
25. Теорема об инвариантности неопределённого интеграла.

26. Интегрирование по частям и замена переменной.
27. Интегрирование рациональных дробей.

4.2 Типовые вопросы, выносимые на зачет с оценкой (2 семестр)

1. Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
2. Задача о площади криволинейной трапеции.
3. Основные свойства определённого интеграла.
4. Теорема об оценке определённого интеграла. Теорема о среднем.
5. Теорема о производной интеграла по переменному верхнему пределу.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Геометрический смысл определённого интеграла. Вычисление площади криволинейной трапеции.
8. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной кривыми, заданными параметрически.
9. Вычисление длины дуги плоской кривой.
10. Вычисление объёма тела с помощью определённого интеграла. Объём тела вращения.
11. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
12. Геометрический смысл несобственных интегралов с бесконечным пределом интегрирования.
13. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
14. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов первого рода.
15. Признак Коши сходимости несобственных интегралов первого рода.
16. Необходимое и достаточное условие сходимости несобственного интеграла первого рода.
17. Абсолютная сходимость интеграла в промежутке $[a, +\infty)$.
18. Признак Абеля.
19. Признак Дирихле.
20. Числовые ряды. Свойства сходящихся числовых рядов.
21. Необходимый признак сходимости рядов.
22. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов (признаки сравнения, признак Даламбера; радикальный и интегральный признаки Коши).
23. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
24. Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимость.

25. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда.
26. Свойства степенных рядов.
27. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
28. Ряд Маклорена.
29. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
30. Приближенные вычисления с использованием рядов.

4.3. Типовые вопросы, выносимые на экзамен (3 семестр)

1. Понятие о функциях нескольких переменных.
2. Окрестность точки. Внутренние и граничные точки множества.
3. Открытые и замкнутые множества.
4. Изолированные и предельные точки множества.
5. Область определения функции двух переменных.
6. График функции двух переменных.
7. Предел функции нескольких переменных.
8. Непрерывность функции нескольких переменных.
9. Поверхности (линии) уровня функции нескольких переменных.
10. Частные производные функции нескольких переменных.
11. Градиент функции нескольких переменных. Свойства градиента.
12. Частные производные высших порядков.
13. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
14. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
15. Производная сложной функции нескольких переменных.
16. Производная по направлению. Связь производной по направлению с градиентом функции нескольких переменных
17. Экстремум функции двух переменных. Необходимый признак экстремума функции двух переменных.
18. Достаточный признак экстремума функции двух переменных.
19. Определения касательной плоскости и нормали к поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в заданной точке.
20. Дать определение двойного интеграла и сформулировать его свойства.
21. Доказать теоремы об оценке и о среднем для двойного интеграла.
22. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах с помощью повторного интегрирования (для правильной области).
23. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
24. Приложения двойных интегралов. Вычисление объемов тел и площади поверхности.
25. Дать определение тройного интеграла и сформулировать его свойства.
26. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах.

27. Вывод формул для вычисления статических моментов плоских фигур и пространственных тел.

28. Вывод формул для вычисления моментов инерции плоских фигур и пространственных тел.

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль): Автоматизация производственных процессов

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Общие положения

Цели изучения дисциплины:

- формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
- освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
- формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- Дать студентам базовые знания по следующим разделам математического анализа: теория пределов, дифференциальное исчисление функции одного и многих переменных, интегральное исчисление.
- Научить студентов решать типовые задачи дисциплины.

2. Указания по проведению практических занятий

Семестр 1.

Практическое занятие 1.

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Предел функции. Раскрытие неопределённостей.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Предел функции. 1-ый и 2-ой замечательные пределы.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Вычисление пределов функций.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Непрерывность функции, точки разрыва.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 5.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Производная функции, основные правила дифференцирования.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Производная сложной функции.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Производная функции, заданной параметрически. Производная неявной функции.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Дифференциалы и производные высшего порядка.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 9.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Приложение производной к исследованию функции.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 10.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Формула Тейлора. Вычисление пределов с помощью формул Лопиталя.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 11.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Вычисление неопределённых интегралов.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 12.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Замена переменной в неопределённом интеграле.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 13.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Интегрирование по частям.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 14.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Интегрирование рациональных дробей.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 15.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Интегрирование тригонометрических функций.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 16.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Интегрирование иррациональных функций.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Семестр 2.

Практическое занятие 1-2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Формула Ньютона-Лейбница.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длин дуг.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 4-5.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Вычисление объёмов тел вращения. Вычисление площадей поверхности вращения.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Приложения определенного интеграла к решению физических задач.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Несобственные интегралы 1-ого рода.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Несобственные интегралы 2-ого рода.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 9.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Абсолютная сходимость интеграла в промежутке $[a, +\infty)$.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 10.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *: Признак Абеля. Признак Дирихле.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 11.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Числовой ряд, общий член ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Сумма ряда. Необходимый признак сходимости ряда.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 12.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 13.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости. Знакопеременные ряды. Признак сходимости Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 14.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Степенные ряды. Нахождение интервала и области сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в степенные ряды.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 15.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Разложение элементарных функций в степенные ряды.*

Приложение рядов к приближенным вычислениям.

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 16.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов.*

Тема и содержание практического занятия: *Применение рядов для приближенного вычисления значений функции и определенных интегралов.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Семестр 3

Практическое занятие 1-3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Область определения функции двух переменных. Предел функции многих переменных. Частные производные. Градиент. Производная по направлению*

Продолжительность занятия – 6ч.

Практическое занятие 4-7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Экстремумы функции 2-х переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции многих переменных.*

Продолжительность занятия – 8ч.

Практическое занятие 8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Касательная плоскость и нормаль к поверхности.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 11-12.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Двойной интеграл в декартовой системе координат. Вычисление площади плоской области.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 13.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади плоской области*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 14.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Вычисление объема тела с помощью двойного интеграла.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 15.

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Вычисление площади поверхности. Вычисление тройного интеграла.*

Продолжительность занятия – 2ч.

Практическое занятие 16.

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Механические приложения кратных интегралов.*

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

Цель самостоятельной работы: подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

Задачи самостоятельной работы:

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Виды самостоятельной работы представлены в таблице:

№ п/п	Наименование блока (раздела) дисциплины	Виды СРС
1.	Предел последовательности. Предел функции.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: построение графиков функций.
2.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов

		дисциплины: Касание кривых, круг кривизны, эволюта.
3.	Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: Геометрические приложения.
4.	Интегральное исчисление. Неопределённый интеграл.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: Интегрирование трансцендентных функций.
5.	Интегральное исчисление. Определённый интеграл.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: Вычисление моментов, координаты центра тяжести.
6.	Ряды. Приближенные вычисления.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: Ряды Фурье.
7.	Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: Производные порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных производных для функции двух переменных. Классы функций $C_m(G)$.
8.	Кратные интегралы	2. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 3. Выполнение практических заданий 4. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины: Формула Остроградского – Гаусса и некоторые ее приложения. Инвариантное определение дивергенции с ее помощью и её физическая интерпретация. Соленоидальное векторное поле.

5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной формы обучения

Учебным планом данного курса для бакалавров очной формы обучения предусмотрено написание контрольной работы (в каждом семестре), что является одним из условий успешного освоения ими основных положений данной дисциплины и служит допуском к сдаче экзамена по курсу во время зачетной сессии.

Задания контрольной работы разрабатываются преподавателем кафедры «Математики и естественнонаучных дисциплин» Университета.

Цель выполняемой работы: Продемонстрировать знания и умения в области изучения дисциплины «Математический анализ».

5.1. Требования к структуре

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями m и n , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

5.2. Требования к оформлению

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.
2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.
3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.
4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.
5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.
6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.
7. Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на экзамене.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. Двойцова И. Н. Высшая математика. Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл: сборник контрольных заданий с примерами решений: учебное пособие / И. Н. Двойцова - Железногорск: ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2018. - 53 с. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082183>
2. Горлач Б. А. Дифференцирование: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 348 с. — ISBN 978-5-8114-2715-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99102>

3. Горлач Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101>
4. Горлач Б. А. Дифференцирование: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 348 с. — ISBN 978-5-8114-2715-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99102>

Дополнительная литература:

1. Высшая математика. Практикум для студентов технических и экономических специальностей: учебное пособие / Г. Н. Горелов, Б. А. Горлач, Н. Л. Додонова [и др.]; под общей редакцией Б. А. Горлача. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 676 с. — ISBN 978-5-8114-4423-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/140738>
2. Кутузов А.С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: [16+] / А.С. Кутузов. — 2-е изд. стер. — Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. — 127 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166>
3. Кутузов А.С. Математический анализ: теория пределов / А.С. Кутузов. — Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. — 152 с.: ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471821>
4. Шипачев В. С. Математический анализ. Теория и практика: учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 3-е изд. — М.: ИНФРА-М, 2019. — 351 с. — (Высшее образование). — www.dx.doi.org/10.12737/5267. - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст: электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/989800>
5. Математический анализ: сборник индивидуальных заданий. Дифференциальное исчисление функций многих переменных: [16+] / Г.В. Недогибченко, Р.И. Святкина, А.А. Шалагинов и др.; Новосибирский государственный технический университет. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2017. — 106 с.: ил., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576419>
6. Буров А.Н. Математический анализ: прикладные задачи: [16+] / А.Н. Буров, Н.Г. Вахрушева; Новосибирский государственный технический университет. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2018. — 79 с.: ил., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576151>
7. Лебедева Е.А. Математический анализ: сборник задач для контрольных работ во втором семестре: [16+] / Е.А. Лебедева, О.В. Шерemet; Новосибирский государственный технический университет. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2019. — 72 с.: ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576398>

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniyum.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: *MSOffice*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*