



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. проректора

А.В. Троицкий

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

**ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ  
ДИСЦИПЛИН**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

**Специальность:** 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

**Специализация №21:** Производство и технологическая отработка изделий ракетно-космической техники

**Уровень высшего образования:** специалитет

**Квалификация (степень) выпускника:** инженер

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

Королёв  
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

**Автор:** к.т.н. Скрипкина Е.В. Модуль «Высшая математика»  
**Рабочая программа дисциплины:** «Дифференциальные уравнения» –  
**Королев МО: «Технологический университет», 2023.**

**Рецензент:** к.т.н. Бугай И.В.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета.

Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В., к.т.н. 				
Год утверждения (переподтверждения)	2023	2024	2025	2026	2027
Номер и дата протокола заседания кафедры	№ 8 от 15.03.2023г.	№ __ от ___. __.20__ г.			

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО  Мороз А.П., д.т.н., с.н.с.

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переподтверждения)	2023	2024	2025	2026	2027
Номер и дата протокола заседания УМС	№ 5 от 11.04.2023г.	№ __ от ___. __.20__ г.			

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Цель курса – освоение студентами фундаментальных знаний в области дифференциальных исчислений, изучение способов исследования и решения дифференциальных уравнений, а также их практического применения. Данный курс формирует базовые знания в области дифференциальных уравнений как дисциплины, обеспечивающей научные основы современных моделей окружающего мира и технологических процессов.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции.

### **Общепрофессиональные компетенции:**

- ОПК-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов естественных наук и математики.
- ОПК-5 Способен разрабатывать физические и математические модели исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере деятельности для решения инженерных задач
- УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий

Основными **задачами** дисциплины являются:

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

### **Трудовые действия:**

- Владеет навыками решения профессиональных управленческих задач в области управления качеством в технических системах
- Понимает методы и алгоритмы, представленные в профильных разделах математических и естественно-научных дисциплин,

позволяющие выбрать актуальную информацию, требуемую для решения задач управления в технических системах

#### **Необходимые умения:**

- Формулирует корректные постановки управленческих задач в технических системах.
- Владеет навыками использования современного инструментария базовых инженерных, математических и естественно-научных дисциплин для решения задач в области управления качеством в технических системах.

#### **Необходимые знания:**

- Знает задачи управления качеством в технических системах
- Знает теоретические основы анализа и обеспечения технических параметров качества, как обоснование задач в области управления качеством

### **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов. Дисциплина базируется на ранее полученных знаниях по ранее изученным дисциплинам в средней школе, и опирается на коммуникативные компетенции, приобретённые в средней общеобразовательной школе, а также дисциплинах: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ» и компетенциях: ОПК-1, ОПК-5, УК-1.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми при изучении дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Системный анализ и принятие решений».

### **3. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

**Таблица 1**

Виды занятий	Всего часов	Семестр	Семестр 3	Семестр	Семестр
Общая трудоемкость	144		144		
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
Аудиторные занятия	64		64		
Лекции (Л)	32		32		

Практические занятия (ПЗ)	24		24		
Лабораторные работы (ЛР)	8		8		
Практическая подготовка	-		-		
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>80</b>		<b>80</b>		
Курсовые работы (проекты), Расчетно-графические работы	-		-		
Контрольная работа, домашнее задание	+ -		+ -		
Текущий контроль знаний (7 - 8, 14 - 15 недели)	Тест		Тест		
Вид итогового контроля	Зачет с оценкой		Зачет с оценкой		

ОЧНО - ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ					
Аудиторные занятия	32		32		
Лекции (Л)	16		26		
Практические занятия (ПЗ)	12		12		
Лабораторные работы (ЛР)	4		4		
Практическая подготовка	-		-		
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>112</b>		<b>112</b>		
Курсовые работы (проекты), Расчетно-графические работы	-		-		
Контрольная работа, домашнее задание	+ -		+ -		
Вид итогового контроля	Зачет с оценкой		Зачет с оценкой		

#### 4. Содержание дисциплины

##### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час. очн/очно -заочн	Практич е-ские занятия, час. очн/очно -заочн	Лаборато р-ные занятия, час очное/очн о -заочное	Занятия в интеракт ивной форме, час очн/очно -заочн	Практи- ческая подготов- ка, час очное/очн о-заочное	Код Компе- тенций
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	10/6	8/4	4/2	6/4	-	ОПК-1 ОПК-5 УК-1
Тема 2. Дифференциальные уравнения n-го порядка	12/6	8/4	4/2	6/2	-	ОПК-1 ОПК-5 УК-1
Тема 3. Элементы теории устойчивости	10/4	8/4	0/0	2/2	-	ОПК-1 ОПК-5 УК-1
<b>Итого:</b>	<b>32/16</b>	<b>24/12</b>	<b>8/4</b>	<b>14/8</b>	<b>-</b>	

## **4.2.Содержание тем дисциплины**

### **Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Неполные уравнения.

### **Тема 2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка.**

Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.

### **Тема 3. Элементы теории устойчивости.**

Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.

Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Метод малого параметра.

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя.

Динамические системы и их исследование в фазовом пространстве. Понятие устойчивости. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка.

## **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

## **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

## 7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### Основная литература:

1. Назарова, Т.М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т.М. Назарова, И.М. Пупышев, В.В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428> (дата обращения: 19.07.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.

2. Горлач, Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чиждова. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168782> (дата обращения: 13.07.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Евсеева, О. А. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / О. А. Евсеева, О. А. Малыгина, Е. В. Пронина. — Москва : РТУ МИРЭА, 2021. — 139 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/218801> (дата обращения: 03.08.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### Дополнительная литература:

1. Туганбаев, А.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А.А. Туганбаев. – 4-е изд., стереотип. – Москва : Флинта, 2017. – 31 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103833> (дата обращения: 20.07.2020). – ISBN 978-5-9765-1309-9. – Текст : электронный.

2. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие / В. А.

Болотюк, Л. А. Болотюк, Е. А. Швед, Ю. В. Швед. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169387> (дата обращения: 16.10.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1039633>

4. Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 127 с. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1065259>

5. Дифференциальные уравнения: электронное учебно-методическое пособие / сост. А. Прокудин, М. В. Краюшкина, О. В. Малышенко ; Кемеровский государственный университет и др. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2017. – Ч. 2. – 139 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482906> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный.

## **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** MSOffice

**Информационные справочные системы:** Электронные ресурсы образовательной среды Университета

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

**Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

**Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами; рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

**ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ**

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»  
(Приложение 1 к рабочей программе)**

**Специальность:** 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

**Специализация №21:** Производство и технологическая отработка изделий ракетно-космической техники

**Уровень высшего образования:** специалитет

**Квалификация (степень) выпускника:** инженер

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

Королев  
2023

## Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции, обучающийся приобретает:		
				Трудовые действия	Необходимые умения	Необходимые знания
1	ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности	<b>Темы 1-3.</b>	ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования;	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

2	ОПК-5	Способен разрабатывать физические и математические модели исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере деятельности для решения инженерных задач	<b>Темы 1-3.</b>	ОПК-5.3. Иметь навыки: моделирования и проектирования процессов, для решения инженерных задач	ОПК-5.2. Уметь: применять на практике математическое и физические модели, методы и средства проектирования и автоматизации инженерных задач;	ОПК-5.1. Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования инженерных задач информационных и автоматизированных систем, для решения инженерных задач;
---	-------	---	------------------	---	--	---

	УК-1	УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	<b>Темы 1-3.</b>	УК-1.5. Использует логико-методологических инструментарий для критической оценки современных концепций философского и социального характера в своей предметной области.	УК-1.3. Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников; УК-1.4. Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарных подходов;	УК-1.1. Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними; УК-1.2. Определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению;
--	------	--	------------------	---	---	---

### 1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Показатель оценивания компетенции	Критерии оценки
ОПК-1 ОПК-5 УК-1	Письменное задание	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на <u>высоком</u> уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>компетенция освоена на <u>продвинутом</u> уровне – 4 балла;</li> <li>компетенция освоена на <u>базовом</u> уровне – 3 балла;</li> </ul> <p>В) не сформирована (компетенция <u>не сформирована</u>) – 2 и</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл)</li> <li>Умение применить выбранный метод (1 балл)</li> <li>Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл)</li> <li>Решение задачи и получение правильного результата (2 балла)</li> <li>Задача не решена вообще (0 баллов)</li> </ol> <p>Максимальная оценка - 5 баллов. Время отведенное на процедуру – до 40 мин. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения</p>

		менее баллов	процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал
--	--	--------------	---

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Тематика письменных заданий:**

**Вариант 1**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = -e^{x+y}$$

$$2. y' = \frac{2yx + y^2}{x^2}$$

$$3. y' - \frac{2xy}{1+x^2} = x^2$$

$$4. y'' - 2y' - 24y = (x-2)e^x$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$4y^3 y'' = y^4 - 1,$$

$$5. y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

**Вариант 2.**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = -\frac{1+y^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$2. y' = \frac{yx - x^2}{x^2}$$

$$3. y' + \frac{xy}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = 0$$

$$4. y'' - 10y' + 25y = 2xe^{4x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' = 128y^3,$$

$$5. y(0) = 1, y'(0) = 8$$

**Вариант 3**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. (1+e^x) \frac{dy}{dx} = -2e^x \operatorname{tg} y$$

$$2. y' = \frac{y+x}{x-y}$$

$$3. y' - \frac{y}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\cos x} = 0$$

$$4. y'' - 8y' + 16y = -xe^{3x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' y^3 + 64 = 0,$$

$$5. y(0) = 4, y'(0) = 2$$

**Вариант 4**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = -\frac{x^2 \sin y}{\cos y}$$

$$2. xy' = y \ln \frac{y}{x}$$

$$3. y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2$$

$$4. y'' - 2y' - 24y = (x-2)e^x$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' = 2 \sin y \cos^3 y,$$

$$5. y(0) = 0, y'(0) = 1$$

**Вариант 5**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. 2e^x \frac{dy}{dx} = \cos^2 y$$

$$2. y' = \frac{2y - x}{x}$$

$$3. y' + \frac{y}{x} + \frac{1}{x^3} = 0$$

$$4. y'' - 8y' + 12y = xe^{3x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' = 32 \sin^3 y \cos y,$$

$$5. y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 7$$

**Вариант 6**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{x \cos y}{1 - x^2}$$

$$2. y' = \frac{3y + 2x}{x}$$

$$3. y' + \frac{2xy}{1 - x^2} - y^2 = 0$$

$$4. y'' - 8y' + 16y = xe^{-2x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y''y^3 + 49 = 0,$$

$$5. y(3) = -7, y'(3) = -1$$

**Вариант 7.**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = 2^{x-y}$$

$$2. y' = \frac{y^2 - 2xy}{x^2}$$

$$3. y' - \frac{3xy}{1 + x^2} - \frac{x}{1 + x^2} = 0$$

$$4. y'' - 2y' + 5y = xe^{-3x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y''y^3 + 16 = 0,$$

$$5. y(1) = 2, y'(1) = 2$$

**Вариант 8**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{9 + y^2}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

$$2. y' = \frac{x^2 - y^2}{x^2}$$

$$3. y' - \frac{2xy}{1 + x^2} - \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} = 0$$

$$4. y'' - 2y' - 24y = (x - 2)e^x$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0,$$

$$5. y(0) = 0, y'(0) = 2$$

**Лабораторные работы**

Лабораторные работы выполняются в интерактивном режиме в соответствии методическими указаниями, изложенными в учебно-методических пособиях.

Тема	Название лабораторной работы
Дифференциальные уравнения первого	Решение задачи Коши для

порядка	дифференциальных уравнений первого порядка
Дифференциальные уравнения n-го порядка	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений n-го порядка

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Формой контроля знаний по дисциплине «Дифференциальные уравнения» являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме экзамена в письменной форме.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающих знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
в соответствии с графиком учебного процесса	тестирование	ОПК-1 ОПК-5 УК-1	33 вопроса	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
в соответствии с графиком учебного процесса	тестирование	ОПК-1 ОПК-5 УК-1	33 вопроса	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
в соответствии с графиком учебного процесса	Зачет с оценкой	ОПК-1 ОПК-5 УК-1	3 вопроса	Зачет проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых

						<p>предметов; ответ на вопросы билета.</p> <p>«Хорошо»:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•знание основных понятий предмета;</li> <li>•умение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>•работа на практических занятиях;</li> <li>•знание основных научных теорий, изучаемых предметов;</li> <li>•ответы на вопросы билета</li> <li>•неправильно решено практическое задание</li> </ul> <p>«Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</p> <p>незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике;</p> <p>не работал на практических занятиях;</p> <p>«Неудовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</p> <p>незнание основных понятий предмета;</p> <p>неумение использовать и применять полученные знания на практике;</p> <p>не работал на практических занятиях;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• не отвечает на вопросы.</li> </ul>
--	--	--	--	--	--	---

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

#### 4.1. Вопросы, выносимые на тестирование

1. Дифференциальное уравнение  $y' + y = 0$   
имеет бесконечно много решений  
имеет одно решение  
имеет два решения  
не имеет решений
2. Дифференциальное уравнение  $y'^2 + y^2 + 1 = 0$   
не имеет решений  
имеет одно решение  
имеет два решения  
имеет бесконечно много решений
3. Задача Коши для дифференциального уравнения  $y' + y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$  имеет  
одно решение  
бесконечно много решений  
два решения  
ни одного решения
4. Дифференциальное уравнение  $y' - y = 0$  имеет  
бесконечно много решений  
одно решение  
два решения  
ни одного решения
5. Задача Коши для дифференциального уравнения  $y' - y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$  имеет  
одно решение  
бесконечно много решений  
два решения  
ни одного решения
6. Найти решение дифференциального уравнения  $y' = f(x; y)$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(x_0) = y_0$ , это  
задача Коши  
задача Бернулли  
задача Пифагора  
задача Гаусса
7. Какая из функций:  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = e^x$ ,  $y = 3x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' - y = 0$  ?

третья

первая

вторая

четвертая

8. Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' + y = 0$  ?

первая и третья

только первая

вторая

никакая

9. Задана задача Коши для дифференциального уравнения  $y' - y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$ . Функция  $y = \cos x$  удовлетворяет:

начальному условию, но не дифференциальному уравнению

дифференциальному уравнению, но не начальному условию

и начальному условию и дифференциальному уравнению

ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

10. Задана задача Коши для дифференциального уравнения  $y' + y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$ . Функция  $y = e^{-x}$  удовлетворяет:

и начальному условию и дифференциальному уравнению

дифференциальному уравнению, но не начальному условию

начальному условию, но не дифференциальному уравнению

ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

#### 4.2. Вопросы, выносимые на зачет с оценкой

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения первого порядка.
6. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям
7. Линейные уравнения. Метод подстановки.
8. Линейные уравнения. Метод вариации постоянной
9. Линейные уравнения. Метод интегрирующего множителя
10. Уравнения, приводящиеся к линейным уравнениям
11. Уравнение Бернулли
12. Уравнения Риккати.

13. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
14. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
15. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной.
16. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
17. Дифференциальные уравнения высших порядков.
18. Существование и единственность решения задачи Коши линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
19. Случаи понижения порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
21. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
22. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
23. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
24. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
25. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
26. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
27. Теорема сравнения.
28. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
29. Теорема о приводимости линейной системы.
30. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
31. Периодические решения линейных систем.
32. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
33. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

**ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

**(Приложение 2 к рабочей программе)**

**Специальность:** 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

**Специализация №21:** Производство и технологическая отработка изделий ракетно-космической техники

**Уровень высшего образования:** специалитет

**Квалификация (степень) выпускника:** инженер

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

Королев  
2023

## 1. Общие положения

**Целью изучения дисциплины является освоение студентами фундаментальных знаний в области дифференциальных исчислений, изучение способов исследования и решения дифференциальных уравнений, а также их практического применения. Данный курс формирует базовые знания в области дифференциальных уравнений как дисциплины, обеспечивающей научные основы современных моделей окружающего мира и технологических процессов.**

### **Задачи дисциплины:**

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### **Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Практическое занятие 1-2.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения.

Продолжительность занятия – 2/2 ч.

### **Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Практическое занятие 3-4.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения
2. Уравнение Бернулли, Риккати.
3. Уравнения в полных дифференциалах.

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

### **Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Практическое занятие 5.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

2. Особые решения.

3. Неполные уравнения

Продолжительность занятия – 4/1 ч.

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка Практическое занятие 6-7.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами.

2. Метод Лагранжа

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка Практическое занятие 8-9.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

2. Метод Эйлера.

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка Практическое занятие 10.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка Практическое занятие 11.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.

2. Теорема Штурма

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

### **Тема 3. Элементы теории устойчивости**

#### **Практическое занятие 12-13.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

2. Метод малого параметра.

3. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

### **Тема 3. Элементы теории устойчивости.**

#### **Практическое занятие 14-15.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова.

Продолжительность занятия – 2/1 ч.

### **Тема 3. Элементы теории устойчивости.**

#### **Практическое занятие 16.**

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Устойчивость по первому приближению.

2. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка

Продолжительность занятия – 4/2 ч.

### **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Лабораторные работы (см. Приложение 1) выполняются в интерактивном режиме в компьютерном классе. Подготовка к проведению лабораторной работы, обработка экспериментальных данных, составление уравнений в задачах практического содержания, решение уравнений, подготовка работы к защите осуществляется в соответствии с методическими указаниями.

Общий объем занятий: 8/4 часа

Тема	Название лабораторной работы
------	------------------------------

Дифференциальные уравнения первого порядка	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка
Дифференциальные уравнения n-го порядка	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений n-го порядка

#### 4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Количество часов	Перечень заданий
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	30/32	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 7.
2.	Подготовка к практическим занятиям	30/40	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
3	Подготовка к зачету с оценкой	20/40	Проработка лекций, практик, изучение рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
Всего часов на самостоятельную работу		<b>80/112</b>	

##### 4.1 Тематика вопросов для самостоятельного изучения

1. Уравнение Эйлера – Риккати.
2. Специальное уравнение Риккати.
3. Каноническое уравнение Эйлера – Риккати
4. Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами
5. Нелинейные системы дифференциальных уравнений.
6. Метод исключения
7. Подбор интегрируемых комбинаций
8. Зависимость решения от начальных условий

9. Зависимость решения от параметров
10. Оценка погрешности приближенного решения
11. Отыскание производных от решений по параметру
12. Аналитические приближенные методы
13. Метод малого параметра
14. Численные методы решения дифференциальных уравнений
15. Фазовая плоскость.
16. Построение фазового портрета
17. Предельные циклы
18. Признаки наличия предельных циклов
19. Признаки отсутствия предельных циклов
20. Преобразование Лапласа.
21. Оригинал и изображение.
22. Определение свертки
23. Теорема умножения
24. Обобщенная теорема умножения
25. Формулы Дюамеля.

### 5. Указания по проведению контрольных работ для студентов факультета заочного обучения

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1) \quad y' = \frac{x(m^2 + y^2)}{n^2 - x^2};$$

$$2) \quad y' = \frac{mx - ny}{my - nx};$$

$$3) \quad y' + \frac{my}{x^2} + \frac{n^2}{x^2} = 0;$$

$$4) \quad y' - \frac{\sin(mx)y^n}{\cos(mx)} + \frac{\sin^2(mx)y^{n+1}}{\cos(mx)} = 0.$$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения:

1. 4.4.a  $y'' + (m - 2)y' - 2my = xe^{mx}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  ;

4.4.б  $y'' + n^2y = \cos nx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  .

3. Решить системы дифференциальных уравнений:

$$1) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 5x - 4y \end{cases};$$

$$2) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}.$$

Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y, & x(0) = 3 \\ \frac{dy}{dt} = -x + 5y, & y(0) = 1 \end{cases}$$

4. Найти фазовую траекторию автономной динамической системы  $\dot{x} = 1 - x^2 - y^2$ ,  $\dot{y} = 2x$ , проходящей через точку  $M_0(1,2)$ .

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра  $A$  и  $B$ . Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются по цифрам  $A$  и  $B$  из таблиц:

$A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

$B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

## 6. Указания по проведению курсовых работ

Не предусмотрено учебным планом.

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная литература:

1. Назарова, Т.М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т.М. Назарова, И.М. Пупышев, В.В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428> (дата обращения: 19.07.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.

2. Горлач, Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### **Дополнительная литература:**

1. Туганбаев, А.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А.А. Туганбаев. — 4-е изд., стереотип. — Москва : Флинта, 2017. — 31 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103833> (дата обращения: 20.07.2020). — ISBN 978-5-9765-1309-9. — Текст : электронный.

2. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, Е.А. Швед, Ю.В. Швец. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/51934> (дата обращения: 24.11.2019). — Режим доступа: для авториз. Пользователей

3. **Дифференциальные уравнения** : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1039633>

4. **Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения** : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 127 с. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1065259>

### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

#### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

### **9. Перечень информационных технологий**

**Перечень программного обеспечения:** MSOffice

**Информационные справочные системы:** Электронные ресурсы образовательной среды Университета