



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. проректора

А.В. Троицкий

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

**ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ  
ДИСЦИПЛИН**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**Специальность:** 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

**Специализация №21:** Производство и технологическая отработка изделий ракетно-космической техники

**Уровень высшего образования:** специалитет

**Квалификация (степень) выпускника:** инженер

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

Королёв  
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.


**Автор: к.ф-м.н., доцент Кузина Т.С. Модуль «Высшая математика»  
Рабочая программа дисциплины: «Математический анализ» – Королев  
МО: «Технологический университет», 2023.**

**Рецензент: к.т.н. Бугай И.В.**

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета.

Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В., к.т.н. 				
Год утверждения (переподтверждения)	2023	2024	2025	2026	2027
Номер и дата протокола заседания кафедры	№ 8 от 15.03.2023г.	№ __ от ___. __. 20__ г.	№ __ от ___. __. 20__ г.	№ __ от ___. __. 20__ г.	№ __ от ___. __. 20__ г.

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО  Мороз А.П., д.т.н., с.н.с.

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переподтверждения)	2023	2024	2025	2026	2027
Номер и дата протокола заседания УМС	№ 5 от 11.04.2023г.	№ __ от ___. __. 20__ г.	№ __ от ___. __. 20__ г.	№ __ от ___. __. 20__ г.	№ __ от ___. __. 20__ г.

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

**Целью** изучения дисциплины является:

- овладение фундаментальными знаниями по основным разделам курса математики;
- приобретение каждым студентом математических навыков, необходимых для овладения выбранной специальностью, самостоятельного изучения специальной литературы;
- освоение методов математического исследования прикладных вопросов по специальности; выработка умения использовать математический аппарат при изучении реальных процессов и явлений;
- самостоятельное расширение своих знаний по математике;
- осознание прикладного характера курса математики.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

**универсальные компетенции (УК):**

- Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1)

**общепрофессиональные компетенции (ОПК):**

- Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности (ОПК-1);

Способен разрабатывать физические и математические модели исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере деятельности для решения инженерных задач (ОПК-5).

**Основными задачами дисциплины** являются:

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам математического анализа: теория пределов, дифференциальное исчисление функции одного и многих переменных, интегральное исчисление.
2. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

**Необходимые знания:**

- УК-1.1. Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними;
- ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования
- ОПК-5.1. Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, для решения инженерных задач;

**Необходимые умения:**

- УК-1.2. Определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению;
- ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
- ОПК-5.2. Уметь: применять на практике математические и физические модели, методы и средства проектирования и автоматизации инженерных задач

**Трудовые действия:**

- УК-1.4. Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарных подходов
- ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
- ОПК-5.3. Иметь навыки: моделирования и проектирования процессов, для решения инженерных задач.

**2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 основной профессиональной образовательной программы подготовки по специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов».

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях школьных дисциплин «Алгебра» и «Геометрия», а также дисциплинах «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», преподаваемых в 1-ом семестре и частично изученных компетенциях ОК-2, ОПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины «Математический анализ», являются базовыми для изучения дисциплин: «Комплексный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Основы вычислительной математики», «Теоретическая механика», «Физика», «Уравнения математической физики», «Механика жидкости и газа», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Термодинамика и теплопередача», «Электротехника и электротехника в ракетно-космической технике», «Основы устройства ракет и КА», «Теория автоматического управления», «Математические модели функционирования ракетно-космических комплексов» и др., всех специальных дисциплин и выполнения выпускной квалификационной работы инженера.

### 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 8 зачетных единиц, 288 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>288</b>	<b>144</b>	<b>144</b>		
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>128</b>	<b>64</b>	<b>64</b>		-
Лекции (Л)	64	32	32		-
Практические занятия (ПЗ)	64	32	32		-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-		-
Практическая подготовка	-	-	-		-
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>160</b>	<b>80</b>	<b>80</b>		-
<b>Курсовые работы (проекты)</b>	-	-	-		-
<b>Расчётно-графические работы</b>	-	-	-		-
<b>Контрольная работа, домашнее задание</b>	+	+	+		-
<b>Текущий контроль знаний</b>	Тест	Тест	Тест		-
<b>Вид итогового контроля</b>	экзамен	экзамен	экзамен		-
<b>ОЧНО-ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>48</b>	<b>24</b>	<b>24</b>		-
Лекции (Л)	24	12	12		-
Практические занятия (ПЗ)	24	12	12		-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-		-
Практическая подготовка	-	-	-		-
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>240</b>	<b>120</b>	<b>120</b>		-
<b>Курсовые работы (проекты)</b>	-	-	-		-
<b>Расчётно-графические работы</b>	-	-	-		-
<b>Контрольная работа, домашнее задание</b>	+	+	+		-
<b>Текущий контроль знаний</b>					
<b>Вид итогового контроля</b>	экзамен	экзамен	экзамен		-

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.  очная/очно- заочная	Практически е занятия, час  очная/очно- заочная	Занятия в интерактивно й форме, час  очная/очно- заочная	Практическа я подготовка	Код компетенций
<b>1 семестр</b>					
Тема 1. Предел последовательнос ти. Предел функции.	8/2	6/2	2/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
Тема 2. Дифференциально е исчисление функции одной переменной.	8/4	10/2	4/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
Тема 3. Интегральное исчисление. Неопределённый интеграл.	8/4	8/4	2/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
Тема 4. Интегральное исчисление. Определённый интеграл.	8/2	8/4	4/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
<b>Итого по 1 семестру</b>	<b>32/12</b>	<b>32/12</b>	<b>12/8</b>		
<b>2 семестр</b>					
Тема 5. Несобственные интегралы	8/2	4/2	4/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
Тема 6. Ряды. Приближенные вычисления.	8/4	14/5	4/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
Тема 7. Дифференциально е исчисление функции многих переменных.	8/4	6/2	4/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
Тема 8. Кратные интегралы	8/2	8/3	4/2		УК-1 ОПК-1 ОПК-5
<b>Итого по 2 семестру</b>	<b>32/12</b>	<b>32/12</b>	<b>16/8</b>		
<b>Итого:</b>	<b>64/24</b>	<b>64/24</b>	<b>28/16</b>		

## 4.2. Содержание тем дисциплины

### **Тема 1. Предел последовательности. Предел функции.**

Вещественные числа. Теория последовательностей. Понятие функции. Графическое изображение функции. Сложные и элементарные функции. Предел функции. О-символика. Непрерывность функции. Обратная функция. Функция, заданная параметрически. Неявная функция.

### **Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функций. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Применение производных к исследованию функций и построению графиков. Достаточное условие экстремума. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

### **Тема 3. Интегральное исчисление. Неопределённый интеграл.**

Понятие первообразной. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределённых интегралов. Способы интегрирования: замена переменной в неопределенном интеграле; интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций.

### **Тема 4. Интегральное исчисление. Определённый интеграл.**

Понятие об определённом интеграле и его свойства. Теорема о среднем определенном интеграле. Интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной для непрерывных функций. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Свойства определенного интеграла.

Вычисление площади плоской криволинейной трапеции, объёмов тел вращения, длины дуги.

### **Тема 5. Несобственные интегралы**

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Главное значение несобственного интеграла на бесконечном промежутке интегрирования. Геометрический смысл несобственных интегралов с бесконечным пределом интегрирования. Интеграл Эйлера – Пуассона. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов первого рода. Признак Коши сходимости несобственных интегралов первого рода. Необходимое и

достаточное условие сходимости несобственного интеграла первого рода. Абсолютная сходимость интеграла в промежутке  $[a, +\infty)$ . Признак Абеля. Признак Дирихле.

### **Тема 6. Ряды. Приближенные вычисления.**

Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Достаточные критерии сходимости числовых рядов с неотрицательными членами: первый и второй признаки сравнения, признак Даламбера в предельной форме, интегральный признак, признак Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Понятие о функциональных рядах. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Почленная интегрируемость и дифференцируемость степенного ряда на интервале сходимости. Ряды Тейлора (Маклорена). Разложения функций в ряд Тейлора. Применение рядов в приближенных вычислениях.

### **Тема 7. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.**

Понятие о функциях нескольких переменных. Окрестность точки. Внутренние и граничные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Изолированные и предельные точки множества. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции нескольких переменных. Частные производные, полный дифференциал. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции. Производная сложной функции. Экстремум функции нескольких переменных.

### **Тема 8. Кратные интегралы**

Определение и вычисление двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади плоской области. Вычисление объема тела с помощью двойного интеграла. Вычисление площади поверхности. Механическое приложение двойного интеграла.

Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах. Вычисление объема тела с помощью тройного интеграла. Механические приложения тройного интеграла.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»



## **6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Двойцова И.Н. Высшая математика. Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл: сборник контрольных заданий с примерами решений: учебное пособие / И.Н. Двойцова. – Железногорск: ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2018. – 53 с. – Текст: электронный.

- URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082183>

- Режим доступа: по подписке.

2. Горлач Б.А. Дифференцирование: учебник / Б.А. Горлач. – СПб: Лань, 2017. – 348 с. – ISBN 978-5-8114-2715-4. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

- URL: <https://e.lanbook.com/book/99102>

- Режим доступа: по подписке.

3. Горлач Б.А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения: учебник / Б.А. Горлач. – СПб: Лань, 2017. – 252 с. – ISBN 978-5-8114-2714-7. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

- URL: <https://e.lanbook.com/book/99101>

- Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература:**

1. Высшая математика. Практикум для студентов технических и экономических специальностей: учебное пособие / Г.Н. Горелов, Б.А. Горлач, Н.Л. Додонова [и др.]; под общей редакцией Б.А. Горлача. - СПб: Лань, 2020. – 676 с. – ISBN 978-5-8114-4423-6. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

- URL: <https://e.lanbook.com/book/140738>

- Режим доступа: по подписке.

2. Кутузов А.С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной / А.С. Кутузов. – 2-е изд. стер. – М., Берлин: Директ-Медиа, 2017. – 127 с.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166>

- Режим доступа: по подписке.

3. Кутузов А.С. Математический анализ: теория пределов / А.С. Кутузов. – М., Берлин: Директ-Медиа, 2017. – 152 с.: ил.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471821>

- Режим доступа: по подписке.

4. Шипачев В.С. Математический анализ. Теория и практика: учеб. пособие / В.С. Шипачев. – 3-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 351 с. (Высшее образование). – [www.dx.doi.org/10.12737/5267](http://www.dx.doi.org/10.12737/5267). – ISBN 978-5-16-010073-9. – Текст: электронный.  
- URL: <https://znanium.com/catalog/product/989800>  
- Режим доступа: по подписке.
5. Математический анализ: сборник индивидуальных заданий. Дифференциальное исчисление функций многих переменных:/ Г.В. Недогибченко, Р.И. Святкина, А.А. Шалагинов и др.; Новосибирский государственный технический университет.– Новосибирск: НГТУ, 2017. – 106 с.  
- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576419>  
- Режим доступа: по подписке.
6. Буров А.Н. Математический анализ: прикладные задачи: [16+] / А.Н. Буров, Н.Г. Вахрушева; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: НГТУ, 2018. – 79 с. – Текст: электронный.  
- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576151>  
- Режим доступа: по подписке.
7. Лебедева Е.А. Математический анализ: сборник задач для контрольных работ во втором семестре / Е.А. Лебедева, О.В. Шеремет; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: НГТУ, 2019. – 72 с. – Текст: электронный.  
- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576398>  
Режим доступа: по подписке

## **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

- <http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Специальность:** 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

**Специализация №21:** Производство и технологическая отработка изделий ракетно-космической техники

**Уровень высшего образования:** специалитет

**Квалификация (степень) выпускника:** инженер

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

**Королев  
2023**

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Необходимые знания	Необходимые умения	Трудовые действия
1	УК-1	Способность осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	Тема 1-8.	УК-1.1. Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними;	УК-1.2. Определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению;	УК-1.4. Разрабатывает и содержательное аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарных подходов
2	ОПК-1	Способность применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности;	Тема 1-8.	основные понятия, определения и методы исследования объектов с помощью теорем и формул различных разделов курса математического анализа	решать задачи и примеры по различным разделам математического анализа с доведением решения до практического приемлемого результата; самостоятельно изучать научную литературу по математическому анализу	Владеть методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов

3	ОПК-5	Способность применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности;		основные понятия, определения и методы исследования объектов с помощью теорем и формул различных разделов курса математического анализа	решать задачи и примеры по различным разделам математического анализа с доведением решения до практического приемлемого результата; самостоятельно изучать научную литературу по математическому анализу	Владеть методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов
---	-------	--	--	---	--	--

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
УК-1, ОПК-1, ОПК-5	Тест          Выполнение контрольной работы	<p><b>А) полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 90% правильных ответов</p> <p><b>Б) частично сформирована:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•компетенция освоена на продвинутом уровне – 70% правильных ответов;</li> <li>•компетенция освоена на базовом уровне – от 51% правильных ответов;</li> </ul> <p><b>В) не сформирована</b> (компетенция не освоена) – менее 50% правильных ответов</p> <p><b>А) полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p>	<p>Проводится письменно Время, отведенное на процедуру –30 мин. Неявка 0 баллов. Критерии оценки определяются процентным соотношением. Неудовлетворительно – менее 50% правильных ответов. Удовлетворительно – от 51% правильных ответов. Хорошо – от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов.</p> <p>При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по</p>

		Б) <b>частично сформирована:</b> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла; В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов	дисциплине для данного вида.
--	--	---	------------------------------

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **3.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование**

Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Каждому вопросу соответствует один вариант ответа.

#### **1 семестр**

#### **Предел числовой последовательности. Предел функции.**

1. Предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{n^3 + 1}$  равен ...

- A) 0;
- B) 1;
- C)  $\infty$ ;
- D)  $\frac{2}{3}$ .

2. Предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4^n + 1}{2^n + 4^n}$  равен

- A) -1;
- B) 1;
- C)  $\frac{3}{2}$ ;
- D) 0.

3. Предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 + n} \right)$  равен ...

- A) 2;
- B) 3;

- C)  $\infty$ ;
- D) 0.

4. Предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$  равен ...

- A)  $e^2$ ;
- B)  $\sqrt{e}$ ;
- C) 1;
- D)  $\infty$ .

**Вычислить предел функции:**

5.  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x+1}{2x-1}$

- a) 3;
- b) 0;
- c)  $\infty$ ;
- d)  $\frac{1}{2}$ ,
- e)  $\frac{3}{4}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$

- a)  $\frac{1}{2}$ ,
- b) 0
- c)  $\infty$ ,
- d) 2,
- e) 1.

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1-\cos 2x}$

- a) 1,
- b) -1,
- c) 2,
- d)  $\frac{1}{2}$ ,
- e) 0.

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{2x}$

- a)  $e^4$ ,
- b) 1,
- c)  $e^2$ ,
- d)  $e$ ,
- e)  $e^{-4}$ .



## Дифференциальное исчисление функции одной переменной

9. Чему равна производная функции  $y = \frac{4}{\sqrt{x}}$

- a)  $\frac{2}{x\sqrt{x}}$ ,
- b)  $2x\sqrt{x}$ ,
- c)  $-2x\sqrt{x}$ ,
- d)  $-2\sqrt{x}$ ,
- e)  $-\frac{2}{x\sqrt{x}}$ .

10. Чему равна производная функции  $y = \frac{e^x}{x^2}$

- a)  $\frac{e^x(x+2)}{x^3}$ ,
- b)  $\frac{e^x(x-2)}{x^4}$ ,
- c)  $\frac{e^x(x-2)}{x^3}$ ,
- d)  $\frac{e^x(x+2)}{x^4}$ ,
- e)  $\frac{e^x}{2x}$ .

11. Чему равна производная функции  $y = e^{\sin x^2}$

- a)  $e^{\cos x^2}$ ,
- b)  $-e^{\sin x^2} \cdot \cos x^2$
- c)  $e^{\sin x^2}$ ,
- d)  $2x \cdot e^{\sin x^2} \cdot \cos x^2$ ,
- e)  $\sin x^2 \cdot e^{\sin x^2 - 1}$ .

12. Чему равна производная функции  $y = (\operatorname{ctg} x)^x$

- a)  $(\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left( \ln \operatorname{ctg} x + \frac{x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$ ,
- b)  $(\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left( \ln \operatorname{ctg} x - \frac{x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$ ,

$$c) (\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ctg} x}\right),$$

$$d) (\operatorname{ctg} x)^x \cdot \left(x + \frac{1}{\operatorname{ctg} x}\right),$$

$$e) x \cdot (\operatorname{ctg} x)^{x-1}.$$

13.  $x^2 + y^2 = xy$ . Вычислить значение производной  $y'_x$  в точке (1,1).

a) 0,

b) 1,

c) 2,

d) -2,

e) -1.

14. Найдите правильные соотношения

$$\frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} d \ln(2x+1)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{x+1}} = -\frac{2}{3} d \frac{1}{\sqrt{(x+1)^3}}$$

$$\operatorname{tg} 2x dx = \frac{1}{2} d \operatorname{ctg} 2x$$

$$\frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{2} d \sqrt[3]{x^2}$$

$$e^{-2x} dx = -2de^{-2x}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{25+x^2}} = \frac{1}{5} d \ln(x + \sqrt{25+x^2})$$

**Интегральное исчисление. Неопределенный интеграл.**

15. Интеграл  $\int \frac{(x^2 + x) dx}{x\sqrt{x}}$  равен

$$\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + C$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} + 2\sqrt{x} + C$$

$$-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

16. Интеграл  $\int \frac{dx}{(5+3x)^4}$  равен

$$-\frac{1}{5(5+3x)^5} + C$$

$$-\frac{1}{5(5+3x)^{-5}} + C$$

$$-\frac{1}{3(5+3x)^{-3}} + C$$

$$-\frac{1}{3(5+3x)^3} + C$$

$$-\frac{1}{9(5+3x)^3} + C$$

$$-\frac{1}{12(5+3x)^4} + C$$

17. Интеграл  $\int \cos^3 x dx$  равен

$$-\int \cos^2 x d \cos x$$

$$-\int \sin^2 x d \cos x$$

$$\int \cos^2 x d \sin x$$

$$\int (1 - \sin^2 x) d \sin x$$

$$\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

$$x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

**18.** Найдите верные соотношения

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln x}{\ln^3 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln \ln x}{\ln^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln x}{x \ln^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \int \frac{d \ln \ln x}{x \ln^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = -\frac{1}{2 \ln^2 x} + C$$

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x} = \frac{1}{2 \ln^2 x} + C$$

**19.** Избавиться от радикала в интеграле  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{16x^2 - 25}}$  можно заменой

$$x = \frac{5}{4} \sin t$$

$$x = \frac{5}{4 \cos t}$$

$$x = -\frac{5}{4} \cos t$$

$$x = \frac{5}{4 \sin t}$$

$$x = \frac{4 \sin t}{5 \cos t}$$

$$x = \frac{5 \sin t}{4 \cos t}$$

**20.** Найдите верные соотношения

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{5} \sin 3x \cos 5x - \frac{3}{5} \int \cos 3x \cos 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{5} \sin 3x \cos 5x - \frac{3}{5} \int \sin 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{5} \cos 3x \sin 5x + \frac{3}{5} \int \sin 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = -\frac{1}{5} \sin 3x \sin 5x + \frac{3}{5} \int \cos 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = \frac{1}{3} \sin 3x \cos 5x - \frac{5}{3} \int \cos 3x \sin 5x dx$$

$$\int \cos 3x \cos 5x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \cos 5x - \frac{5}{3} \int \cos 3x \sin 5x dx$$

## 21. Найдите верные соотношения

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{dt}{t}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{dt}{t^2-1}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{-dt}{t^2-1}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2-1}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{(t^2-1)\sqrt{t^2-1}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \left| \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = t \right| = \int \frac{-tdt}{t^2-1}$$

## 22. Найдите простые рациональные дроби

$$\frac{x-1}{x^2}$$

$$\frac{x^2+4}{x-1}$$

$$\frac{3}{x^2-9}$$

$$\frac{1}{x^2-4x}$$

$$\frac{x-1}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{1}{x^2+2x-3}$$

23. Найдите верные соотношения

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = \int \frac{dt}{t\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{t\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = \int \frac{dt}{\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{\sqrt{3t^2+4t+2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{\sqrt{2t^2+4t+3}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x^2+1}} = \left| x-1 = \frac{1}{t} \right| = -\int \frac{dt}{t\sqrt{2t^2+4t+3}}$$

24. Рациональная функция  $\frac{1}{(x^2-9)(x^2+x)}$  методом неопределенных

коэффициентов раскладывается в сумму

$$\frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x^2+x}$$

$$\frac{a}{x^2-9} + \frac{b}{x^2+x}$$

$$\frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x} + \frac{d}{1+x}$$

$$\frac{ax+b}{x^2-9} + \frac{cx+d}{x^2+x}$$

$$\frac{a}{x^2-9} + \frac{bx+c}{x^2+x}$$

$$\frac{ax+b}{x^2-9} + \frac{c}{x^2+x}$$

25. В интеграле  $\int \frac{\sqrt[3]{1+2x} + \sqrt[6]{(1+2x)^5}}{\sqrt[6]{1+2x} - \sqrt{(1+2x)^3} + 1} dx$  можно избавиться от иррациональности с помощью замены

$$1+2x = t^6$$

$$1+2x = t^{24}$$

$$1+2x = t^{30}$$

$$1+2x = t^{15}$$

$$1+2x = t^5$$

$$1+2x = t^{21}$$

26. В интеграле  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{1+9x^2}}$  можно избавиться от иррациональности с помощью замены

$$\sqrt{1+9x^2} = t$$

$$\frac{\sqrt{1+9x^2}}{x} = t$$

$$\sqrt{1+9x^2} = t^2$$

$$\frac{\sqrt{1+9x^2}}{x} = t^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{x^2} + 9} = t$$

$$x = \frac{\sqrt{t^2-1}}{3}$$

**Интегральное исчисление. Определенный интеграл.**

27. Выберите среди приведенных выражений верно написанные свойства определенного интеграла, если  $f(x)$  и  $g(x)$  – интегрируемы на  $[a; b]$ ,  $[a; c]$ ,  $[c; b]$   $k = \text{const}$ .

$$\int_a^b f(x) dx = \int_b^a \frac{1}{f(x)} dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$$

28. Формула Ньютона-Лейбница справедлива, если

$$F'(x) = f(x) \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$F(x)$  – непрерывна на  $[a; b]$ ;  $F'(x) = f(x)$

$f(x)$  – непрерывна на  $[a; b]$ ;  $F'(x) = f(x)$

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

29. Выберите верную запись формул интегрирования по частям в определенном интеграле

$$\int_a^b u(x) du(x) = u(x)v(x) - \int_a^b v(x) du(x)$$

$$\int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du(x)$$

$$\int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} v(x) du(x)$$

30. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^1 \sqrt{x} dx$ ?

2/3

3/2

2

1/2

31. Чему равен определенный интеграл  $\int_1^e \frac{dx}{x}$ ?

1

0

e

1/e

32. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^{\pi} \sin x dx$ ?

2

0

1



-1

33. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ ?

1

2

-1

0

34. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^{\pi} \cos x \, dx$ ?

0

2

1

1/2

35. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$ ?

1

3/2

0

1/2

36. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^1 x^2 \, dx$ ?

1/3

7/3

3/2

1/3

1

37. Чему равен определенный интеграл  $\int_0^2 x^3 \, dx$ ?

4

3/2

2

1/3

38. Определенный интеграл от  $f(x)$  на  $[a, b]$  – это?

число

совокупность функций

матрица

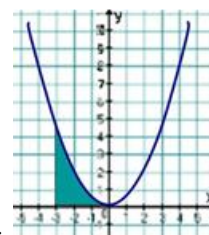
функция от  $x$

39. Какое из свойств определенного интеграла не верно?

определенный интеграл от частного двух функций равен частному интегралов от этих функций

определенный интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от этих функций

определенный интеграл от разности функций равен разности интегралов от этих функций



40. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.

41. Определенный интеграл определяется: как неопределенный интеграл, заданный на конечном отрезке  $[a, b]$ ;  
 как предел интегральных сумм  
 как интеграл, определенный с точностью до константы  
 как часть неопределенного интеграла

## 2 СЕМЕСТР

### Ряды

1. Дан сходящийся ряд. При отбрасывании нескольких его ненулевых членов:

- ряд останется сходящимся и его сумма обязательно не изменится;
- ряд останется сходящимся, и его сумма изменится, если сумма отброшенных элементов не равна 0;
- ряд станет расходящимся;
- ряд останется сходящимся и его сумма обязательно уменьшится;
- не зная членов ряда ничего нельзя сказать о сходимости или расходимости нового ряда.

2. Укажите верные утверждения

Если сходится ряд  $u_1+u_2+u_3+\dots$ , то сходится и ряд  $u_{m+1}+u_{m+2}+u_{m+3}+\dots$ , получаемый из данного отбрасыванием первых  $m$  членов;

Если сходятся ряды  $u_1+u_2+u_3+\dots$  и  $v_1+v_2+v_3+\dots$ , имеющие соответственно суммы  $S$  и  $\sigma$ , то сходится и ряд  $(u_1+v_1)+(u_2+v_2)+(u_3+v_3)+\dots$ , причем сумма последнего ряда равна  $S + \sigma$ ;

Если сходится ряд  $u_1+u_2+u_3+\dots$  и его суммой является число  $S$ , то сходится и ряд  $au_1+au_2+au_3+\dots$ , причем сумма последнего ряда также равна  $S$ ;

Если расходятся ряды  $u_1+u_2+u_3+\dots$  и  $v_1+v_2+v_3+\dots$ , то ряд  $(u_1+v_1)+(u_2+v_2)+(u_3+v_3)+\dots$  также расходится;

Если сходится ряд  $u_1+u_2+u_3+\dots$  и его суммой является число  $S$ , то сходится и ряд  $au_1+au_2+au_3+\dots$ , причем сумма последнего ряда равна  $aS$ .

3. Укажите верные утверждения, относящиеся к поведению ряда Дирихле

- при  $\alpha = 1$  указанный ряд сходится;
- при  $\alpha < 1$  указанный ряд расходится;
- при  $\alpha > 1$  указанный ряд сходится;
- при  $\alpha < 1$  указанный ряд сходится;
- при  $\alpha = 1$  указанный ряд расходится;
- при  $\alpha > 1$  указанный ряд расходится.

4. Общий член знакопеременного ряда  $-\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{8}{81}, \dots$  задается формулой

A)  $a_n = \frac{(-1)^n 2n}{3^n}$ ;

B)  $a_n = \frac{(-1)^n (n+1)}{3^n}$ ;

C)  $a_n = \frac{(-1)^n (n+1)}{n+2}$ ;

D)  $a_n = -\frac{2n}{3^n}$ .

5. Числовой ряд  $\{a_n\}$  задан рекуррентным способом:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 1.$$

Тогда, член ряда  $a_5$  равен...

A) 5;

B) 8;

C) 4;

D) 3.

6. Числовой ряд  $\{a_n\}$  задан рекуррентным способом:

$$a_{n+1} = 2(n+1) \cdot a_n, \quad a_1 = 1.$$

Тогда общий член ряда задается формулой...

A)  $a_n = 2^{n-1} n!$

B)  $a_n = 2^n n!$

C)  $a_n = (2n)!$

D)  $a_n = 2 \cdot n!$ .

7. Знакопеременный ряд  $1, -1, 1, -1, \dots$

A) не имеет предела;

B) имеет предел, равный 0;

C) имеет предел, равный 1;

D) имеет предел, равный  $-1$ .

**Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

8. Производная функции  $f(x, y) = x^2 \sin(xy)$  по  $x$  равна

$2x \sin(xy) + x^2 \cos(xy)y$

$2x \sin(xy) - x^2 \cos(xy)(x+y)$

$2x \cos(xy)y$

$-2x \cos(xy)y$

$2x \cos(xy)(x+y)$

9. Производная функции  $f(x, y) = x^2y^3 + xy^3$  в точке  $(1, -1)$  по направлению вектора  $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$  равна

$$0 \quad \frac{24}{5} \quad \frac{36}{5} \quad \frac{12}{5} \quad \frac{9}{5} \quad -\frac{3}{5}$$

10. Укажите полный дифференциал  $dz$  функции  $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$

$$dz = \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} dy$$

$$dz = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} dy$$

$$dz = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} dy$$

$$dz = -\frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$$

верный ответ отсутствует

11. Укажите частную производную по  $x$  первого порядка  $z = e^{xy}$

$$y \cdot e^{xy}$$

$$-y \cdot e^{xy}$$

$$x \cdot e^{xy}$$

$$-x \cdot e^{xy}$$

$$e^{xy}$$

$$xy \cdot e^{xy-1}$$

12. Укажите частную производную по  $y$  первого порядка  $z'_y$  функции  $z = \cos \frac{x}{y}$

$$-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{y}$$

$$\cos \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$$

$$-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$$

$$\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$$

верный ответ отсутствует

13. Найдите сумму частных производных первого порядка функции  $z = x^2y$  в точке  $(1, 1)$ .

$$2 \quad -2 \quad 4 \quad 3$$

14. Укажите верные выражения для полного дифференциала  $dz$  функции  $z = f(x, y)$

$$dz = \frac{df}{dx} dx + \frac{df}{dy} dy$$

$$dz = \frac{dz}{dx} dx + \frac{dz}{dy} dy$$

$$dz = \frac{dz}{dx} \hat{\partial}x + \frac{dz}{dy} \hat{\partial}y$$

$$dz = f'_x dx + f'_y dy$$

верный ответ отсутствует

15. Найдите значение дифференциала для функции  $u = 4x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - y^3$  в точке  $A(1; 1)$ , если  $dx=dy=1$

27 32 30 29

16. Укажите частную производную по  $x$  второго порядка  $z''_{xx}$  функции  $z = e^x \cdot \ln y + y^2$

$$-\frac{e^x}{y^2} - 2$$

$$e^x \cdot \ln y$$

$$-\frac{e^x}{y} + 2$$

$$\frac{e^x}{y^2} - 2$$

$$\frac{e^x}{y^2} - 2$$

17. Найдите значение выражения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 6 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \text{ в точке } \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right), \text{ где } z = \sin x \cdot \sin y$$

$$-2 \quad 3 \quad -3 \quad 2$$

18. Укажите функцию  $z = f(x, y)$ , полный дифференциал которой имеет вид

$$dz = 2x \sin 3y dx + 3x^2 \cos 3y dy$$

$$z = 3x^2 \cos 3y$$

$$z = x^2 \sin 3y$$

$$z = x^2 \cos 3y - 2$$

$$z = x^3 \sin 3y$$

верный ответ отсутствует

19. Укажите функцию Лагранжа поверхности  $z = xy + 5$  при условии  $y = 2x + 6$

$$L(x, y, \lambda) = xy + \lambda(2x + 6)$$

$$L(x, y, \lambda) = xy + \lambda(2x - 6 - y)$$

$$L(x, y, \lambda) = xy + 5 + \lambda(2x + 6)$$

Правильный ответ отсутствует

20. Укажите верное множество стационарных точек для функции  $z = x^3 + y^3 - xy$

$\{(-1,1),(1,1)\}$

$\{(0,0),(1,1)\}$

$\{(0,0),(-1,1),(1,1),(1,-1)\}$

$\{(0,0),(-1,1),(1,1)\}$

правильный ответ отсутствует

21. Укажите точку экстремума функции  $z = x^2 + y^2 + 3$

$(0;0;3)$  - точка минимума

$(0;0;3)$  - точка максимума

$(3;0;0)$  - точка минимума

$(3;0;0)$  - точка максимума

экстремумов нет

22. Укажите верное утверждение. В точке максимума функции градиент:  
равен нулю

достигает максимальной длины

равен нулю или не существует

не равен нулю и параллелен оси Oz

может быть произвольным вектором

23. Укажите верное утверждение. Функция  $z = xy$

имеет единственную точку максимума  $(0;0)$

имеет единственную точку минимума  $(0;0)$

имеет несколько точек экстремума

не имеет точек экстремума

имеет бесконечное множество точек экстремума

24. Укажите значение функции  $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 6y$  в точке экстремума

-4

5

-3

0

(?) функция не имеет экстремумов

25. Укажите координаты стационарной точки функции  $z = \frac{\ln x}{y} + x$

$(0;1)$

$(-1;1)$

$(1;-1)$

$(1;1)$

26. Укажите верные утверждения, касающиеся достаточных условий существования или отсутствия точек экстремумов функции  $z = f(x,y)$  (далее:

$$A = f''_{xx}(M_0), \Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx}(M_0) & f''_{xy}(M_0) \\ f''_{xy}(M_0) & f''_{yy}(M_0) \end{vmatrix}$$

$M_0(x_0, y_0)$  – стационарная точка функции,

если  $\Delta > 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  максимум

если  $\Delta > 0$  и  $A < 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  максимум

если  $\Delta > 0$  и  $A > 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  минимум

если  $\Delta < 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  экстремум

если  $\Delta = 0$ , то  $z = f(x, y)$  имеет в точке  $M_0$  экстремум

**28.** Укажите правильный порядок действий при исследовании функции многих переменных на экстремум:

1. Исследовать стационарные точки на наличие в них максимума или минимума

2. Найти все частные производные первого порядка

3. Найти в найденных точках экстремума значения функции

4. Найти стационарные точки функции, решая соответствующую систему уравнений

### Кратные интегралы

**29.**

Вычислить интеграл  $\iint_D xy \, dx \, dy$  по области  $D$ , ограниченной прямыми  $x=0$ ,  $x=2$ ,  $y=2x$ ,  $y=6-x$

28, 20, -20, 34

**30.** Вычислить интеграл  $\iint_D (x^2 - y^2) \, dx \, dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y=x$ ,  $x=2$ ,  $y=2-x^2$

-2,  $\frac{10}{3}$ , -26,  $\frac{26}{7}$

**31.** Вычислить интеграл  $\iint_D (x^2 + y^2) \, dx \, dy$  по области  $D$ , ограниченной

линиями  $y=0$ ,  $y=x+1$ ,  $y=1-x$

$\frac{4}{9}$ ,  $-\frac{9}{4}$ ,  $\frac{9}{4}$ , 2

**32.** С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями:

$y^2=9+x$ ,  $y^2=9-3x$

24, 96, 17, 48

**33.** С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями:

$y=2-x^2$ ,  $y=x^2$

4,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{8}{3}$ , 8

**34.** С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями:

$xy=4$ ,  $y=x$ ,  $x=4$

8,  $8-6 \ln 2$ ,  $4 \ln 2$ , 6

35. Вычислить объем тела, ограниченного следующими поверхностями  $z = \frac{1}{2}y^2$ ,

$$2x + 3y - 12 = 0, x = 0, y = 0, z = 0$$

$$16, \frac{16}{3}, \frac{3}{4}, 8$$

36. Вычислить объем тела, ограниченного координатными плоскостями, плоскостью  $x + y - 3 = 0$  и поверхностью  $z = 4x^2 + 2y^2 + 1$

$$39, \frac{70}{3}, 13, \frac{11}{4}$$

37. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью  $z = x^2 + y^2$ , координатными плоскостями и плоскостью  $x + y = 1$

$$3, 2, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$$

### 3.2 Примерная тематика контрольных работ:

#### Контрольная работа (1 семестр)

1. Вычислить пределы

$$1.а \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + nx + m}}{nx - m};$$

$$1.б \quad \lim_{x \rightarrow m} \frac{x - \sqrt{x^2 + nx - mn}}{x^2 - (m+n)x + mn};$$

$$1.в \quad \lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin m\pi x - \sin n\pi x}{\sqrt{1 - \cos 3\pi x}};$$

$$1.г \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - mx}{x^2 + nx + m} \right)^{nx+m};$$

$$1.д \quad \lim_{x \rightarrow \pi} (2 + \cos nx)^{\operatorname{ctg}(m-n)x};$$

$$1.е \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \operatorname{arctg} \frac{x-n}{x-m} - \frac{\pi}{4} \right).$$

2. Найти производные следующих функций:

$$2.а \quad y = (x^2 - mx^{m-n} + n)^n;$$

$$2.б \quad y = \sin mx \cdot e^{-nx};$$

$$2.в \quad y = \frac{1 - m \cdot \ln(nx)}{1 + m \cdot \ln(nx)};$$

$$2.г \quad y = \operatorname{arctg}^n \sqrt{\arcsin mx};$$

$$2.д \quad y = \sqrt{\frac{(1 - nx^2)(m+x)^m}{(x-m)^n (nx^2 + m)}};$$

$$2.е \quad y = (\cos nx)^{x+m};$$

$$2.ж \quad y = t - m \cdot \ln nt, \quad x = 1 - \frac{m}{t};$$

$$2.з \quad e^{xy} - mx \cdot \operatorname{tg} \frac{ny}{mx} = 0.$$

3. Найти точки разрыва функций

$$3.а \quad y = \frac{x-m}{x-n} e^{-\frac{1}{x-m}};$$

$$3.б \quad y = \frac{x-n}{x-m} \ln(x-n)^2$$

и определить тип разрыва. Сделать схематический чертеж.



4. Исследовать функцию  $y = \frac{x^2 - (m+n)x + mn}{x - 2m}$  с помощью производных первого и второго порядка и построить её график.

5. Вычислить неопределенные интегралы:

5.а  $\int \frac{(x^m + \sqrt{x^{-n}})^2 dx}{x^{m-n}};$

5.б  $\int \frac{(x+m)dx}{\sqrt{n^2 - x^2}};$

5.в  $\int \frac{\sin^n x dx}{\cos^m x};$

5.г  $\int (x+m)e^{-nx} dx;$

5.д  $\int \frac{dx}{(x-m)\sqrt{x^2 - (m+n)x + mn}};$

5.е  $\int \frac{(m^2 + n^2 - mx)dx}{(x+m)(x^2 + n^2)};$

1.ж  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 + m^2}};$

5.з  $\int \frac{dx}{(1+m^2) \sin nx - 2m}.$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

6.а  $(y-n)^2 = x+m, y = x+m+n+2;$  6.б  $y = \ln \frac{x}{n}, y = 0, x = n, x=mn.$

7. Вычислить объем тела, ограниченного данными поверхностями:

$$4z = 16 - x^2 - y^2 \quad z = 0 \quad x^2 + y^2 = (4x^2 + 4y^2 \leq 16)$$

### Контрольная работа ( 2 семестр)

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$

2. Найти градиент функции  $f(x, y) = \ln^2 \frac{mx+ny}{\sqrt{x}}$  в точке  $(1, n)$ .

3. Вычислить производную функции  $f(x, y) = \frac{x^m}{y^n}$  по направлению вектора  $\vec{l} = (n, m)$  в точке  $(1, 1)$ .

4. Найти производные  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$  функции  $f(x, y) = xe^{mx-ny}$ .

5. Для поверхности, задаваемой уравнением  $x^n y^{m+1} - 2xy + 1 = 0$ , написать уравнения касательной плоскости и нормали в точке  $(1, 1)$ .

6. Изменить порядок интегрирования и перейти к полярным координатам:

$$\int_0^a 1 dy \int_{\sqrt{ay}}^{\sqrt{2a^2-y^2}} f(x, y) dx$$

7. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a} = x^2 i + 3zj - zk$  через полную поверхность пирамиды, ограниченной плоскостями

$$z+x=1 \quad y=z \quad y=0 \quad x=0$$

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Математический анализ» в каждом семестре являются две текущие аттестации в форме тестов, аттестации в форме экзамена в конце каждого семестра

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Проводится в сроки, установленные графиком образовательного процесса 16	Тестирование 1,2	УК-1 ОПК-1 ОПК-5	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 30 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка -0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
	Экзамен	УК-1 ОПК-1 ОПК-5	1 вопрос, 3 задания	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответов на вопросы и решения заданий. Время, отведенное на процедуру – 60 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: <b>«Отлично»:</b> знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. <b>«Хорошо»:</b> •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий, изучаемых предметов;

						<ul style="list-style-type: none"> <li>• частичный ответ на вопросы билета</li> </ul> <p><b>«Удовлетворительно»:</b> демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике; работал на практических занятиях;</p> <p><b>«Неудовлетворительно»:</b> демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
--	--	--	--	--	--	--

#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на экзамен

##### 1 семестр

1. Вещественные и комплексные числа.
2. Основные понятия числовой последовательности
3. Предел числовой последовательности. Геометрический смысл.
4. Понятие функции. Основные свойства функций.
5. Основные элементарные функции.
6. Сложная функция. Обратная функция.
7. Предел функции (определение, основные теоремы, свойства пределов).
8. Бесконечно малая и бесконечно большая величины.
9. Непрерывность функции в точке.
10. Пределы функции справа и слева. Монотонная функция. Точки разрыва функции.
11. Функции, непрерывные на отрезке. Основные теоремы о непрерывных функциях.

12. Первый замечательный предел.
13. Число  $e$ . Второй замечательный предел.
14. Порядок переменной, эквивалентность.
15. Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной (задача о мгновенной скорости, задача об угле наклона касательной к кривой).
16. Основные правила дифференцирования. Таблица производных элементарных функций.
17. Дифференциал функции. Приближённые вычисления с помощью дифференциала.
18. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
19. Монотонность функции. Критерии возрастания и убывания функции на интервале.
20. Локальный экстремум. Достаточные критерии локальных экстремумов.
21. Выпуклость кривой. Точка перегиба.
22. Теоремы о среднем значении.
23. Раскрытие неопределённостей с помощью формулы Тейлора и правила Лопиталья-Бернулли.
24. Неопределённый интеграл. Первообразная.
25. Правила интегрирования.
26. Теорема об инвариантности неопределённого интеграла.
27. Интегрирование по частям и замена переменной.
28. Интегрирование рациональных дробей.
29. Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
30. Задача о площади криволинейной трапеции.
31. Основные свойства определённого интеграла.
32. Теорема о производной интеграла по верхнему пределу.
33. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
35. Задача о длине пройденного пути.
36. Вычисление площади криволинейного сектора.
37. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной кривыми, заданными параметрически.
38. Вычисление длины дуги плоской кривой.
39. Вычисление объёма тела с помощью определённого интеграла. Объём тела вращения.

## 2 семестр

1. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
2. Геометрический смысл несобственных интегралов с бесконечным пределом интегрирования.
3. Интеграл Эйлера – Пуассона.
4. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
5. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов первого рода.
6. Признак Коши сходимости несобственных интегралов первого рода.
7. Необходимое и достаточное условие сходимости несобственного интеграла первого рода.
8. Абсолютная сходимость интеграла в промежутке  $[a, +\infty)$ .
9. Признак Абеля.
10. Признак Дирихле.
11. Числовые ряды. Свойства сходимости числовых рядов.
12. Необходимый признак сходимости рядов.
13. Достаточные признаки сходимости (сравнение рядов: Даламбера; радикальный и интегральный Коши, сравнения рядов)
14. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
15. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
16. Разложение функции в ряд Тейлора в окрестности точки.
17. Ряд Маклорена.
18. Разложение в ряд элементарных функций.
19. Приближенные вычисления с использованием рядов.
20. Понятие о функциях нескольких переменных.
21. Окрестность точки. Внутренние и граничные точки множества.
22. Открытые и замкнутые множества.
23. Изолированные и предельные точки множества.
24. Область определения ф.н.п.
25. График ф.н.п.
26. Частные значения ф.н.п.
27. Предел функции нескольких переменных.
28. Непрерывность функции нескольких переменных.
29. Поверхности (линии) уровня функции нескольких переменных.
30. Частные производные ф.н.п.
31. Градиент ф.н.п. Геометрический смысл.
32. Производные высших порядков ф.н.п. Примеры
33. Полный дифференциал ф.н.п. Необходимое условие дифференцируемости ф.н.п.
34. Достаточное условие дифференцируемости ф.н.п.
35. Производная сложной ф.н.п.
36. Производная по направлению ф.н.п.

37. Экстремум функции нескольких переменных.
38. Нахождение точек экстремума ф.н.п
39. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в ограниченной замкнутой области.
40. Дать определение двойного интеграла и сформулировать его свойства.
41. Доказать теоремы об оценке и о среднем для двойного интеграла.
42. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах с помощью повторного (для правильной области)
43. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
44. Приложения интегралов. Вычисление объемов тел и площади поверхности.
45. Дать определение тройного интеграла и сформулировать его свойства.
46. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах.
47. Вычисление тройного интеграла в сферических координатах.
48. Вывести формулы для вычисления координат центра масс неоднородной плоской фигуры.
49. Вывод формул для моментов инерции плоских фигур и пространственных тел.
50. Вычисление моментов инерции плоских фигур и пространственных тел.

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ*  
*КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**Специальность:** 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

**Специализация №21:** Производство и технологическая отработка изделий ракетно-космической техники

**Уровень высшего образования:** специалитет

**Квалификация (степень) выпускника:** инженер

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

Королев  
2023

## 1. Общие положения

### Цель дисциплины:

- формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
- освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
- формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

### Задачи дисциплины:

- Дать студентам базовые знания по следующим разделам математического анализа: теория пределов, дифференциальное исчисление функции одного и многих переменных, интегральное исчисление.
- Научить студентов решать типовые задачи дисциплины.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### 1 семестр

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 1. Вычисление пределов и раскрытие неопределенностей.

### *Основные положения темы занятия*

1. Вычисление пределов с использованием свойств пределов.
2. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими переменными величинами.
3. Неопределенности, возникающие при вычислении пределов.

### *Вопросы для обсуждения*

1. Способы раскрытия неопределенностей.
2. Эквивалентные бесконечно малые и их применение для вычисления пределов.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*



Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 1. *Предел функции. 1-ый и 2-ой замечательные пределы.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Первый замечательный предел и его следствия.
2. Второй замечательный предел и его следствия.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 1. *Непрерывность функции, точки разрыва.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Два определения непрерывности функции в точке.
2. Односторонние пределы.
3. Точки разрыва функции.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Классификация точек разрыва.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 2. *Производная функции, основные правила дифференцирования.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Определение производной функции в точке.
2. Формулы для вычисления производной суммы, произведения и частного двух функций.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Вынесение постоянного множителя за знак производной.
2. Производная разности. Производная степени.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 5. Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 2. Производная сложной функции.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Формула для вычисления производной сложной функции.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Определение сложной функции.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 2. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявной функции. Производные высших порядков.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Правило вычисления производной функции, заданной неявно.
2. . Правило вычисления производной функции, заданной параметрически.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Функции, заданные неявно.
2. Функции, заданные параметрически.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 2. Приложение производной к исследованию функции.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Монотонные функции. Достаточный признак монотонности.
2. Точки экстремума.
3. Функции, выпуклые вверх и вниз. Достаточный признак выпуклости.
4. Точки перегиба.

*Вопросы для обсуждения*

1. Необходимый и достаточный признак экстремума.
2. Необходимый и достаточный признак перегиба.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 2. Асимптоты. Вычисление пределов с помощью производных.*

*Основные положения темы занятия*

1. Определение асимптоты. Виды асимптот. Правила нахождения асимптот.
2. Правило Лопиталю. Вычисление пределов.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Построение графика функции при известных асимптотах.
2. Случаи, в которых нельзя применить правило Лопиталю.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 9.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 3. Вычисление неопределённых интегралов.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Определение первообразной.
2. Определение неопределенного интеграла.
3. Правила интегрирования.
4. Таблица основных интегралов.

*Вопросы для обсуждения*

1. Связь между операциями интегрирования и дифференцирования.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 10.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 3. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Вычисление неопределенных интегралов с помощью замены переменной.

2. Формула интегрирования по частям.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Свойства неопределенного интеграла.
2. Дифференциал сложной функции. Таблица дифференциалов.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 11.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 3. *Интегрирование рациональных дробей.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Определение рациональной дроби.
2. Правильные и неправильные рациональные дроби.
3. Разложение правильно рациональной дроби на сумму простейших дробей.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен.
2. Интегрирование правильных рациональных дробей.
3. Выделение целой части неправильной дроби.
4. Интегрирование неправильных дробей.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 12.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов.*

Тема и содержание практического занятия: Тема 3. *Интегрирование тригонометрических функций*

*Основные положения темы занятия:*

1. Преобразование подынтегральных выражений с использованием формул тригонометрии.
2. Замена переменной при интегрировании тригонометрических выражений.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Наиболее распространенные формулы тригонометрии.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 13.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 4. *Формула Ньютона-Лейбница.*

*Основные положения темы занятия*

1. Определение определенного интеграла.
2. Способ вычисления определенного интеграла.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Замена переменной в определенном интеграле.
2. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 14.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 4. *Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длин дуг.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Формула для вычисления длины дуги.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Определение криволинейной трапеции. Выбор знака перед интегралом.
2. Вычисление длины дуги кривой, заданной в полярных координатах.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 15.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 4. *Вычисление объёмов тел вращения. Вычисление площадей поверхности вращения.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Вычисление объема тела, полученного при вращении криволинейной трапеции вокруг одной из координатных осей.
2. Вычисление площади поверхности, полученной при вращении криволинейной трапеции вокруг одной из координатных осей.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Вычисление объема произвольного тела вращения.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 16.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 4. *Приложения определенного интеграла к решению физических задач.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Схема приложения определенных интегралов к решению задач.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Решение физических задач.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

## **2 семестр**

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 5. *Несобственные интегралы 1-ого рода. Несобственные интегралы 2-ого рода.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Определение несобственного интеграла по бесконечному промежутку.

2. Определение интеграла от разрывной функции.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Несобственный интеграл по всей числовой оси.

2. Типы точек разрыва функции.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 5. Абсолютная сходимость интеграла в промежутке  $[a, +\infty)$ .*

*Основные положения темы занятия:*

1. Определение абсолютно сходящегося интеграла.
2. Теоремы об оценке несобственных интегралов.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Геометрический смысл сходящихся несобственных интегралов.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов.*

Тема и содержание практического занятия. *Тема 6. Числовые ряды.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Определение числового ряда.
2. Общий член ряда и частичная сумма ряда.
3. Сходящиеся и расходящиеся ряды.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Гармонический ряд.
2. Свойства сходящихся рядов.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов.*

Тема и содержание практического занятия: *Тема 6. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами*

*Основные положения темы занятия:*



1. Необходимый признак сходимости числового ряда.
2. Знакоположительные ряды. Признаки сравнения. Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 5.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 6. *Знакопеременные ряды.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Знакопеременные ряды. Признак сходимости Лейбница.
2. Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости. Абсолютная и условная сходимость.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 6. *Степенные ряды. Интервал сходимости, область сходимости*

*Основные положения темы занятия:*

1. Степенной ряд. Точка и область сходимости.
2. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
3. Методы нахождения области сходимости числового ряда

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 6. *Разложение функций в степенные ряды.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Ряды Тейлора и Маклорена.
2. Ряды Маклорена для основных элементарных функций.

*Вопросы для обсуждения*

1. Применение эталонных рядов для разложения элементарных функций.
  2. Нахождение области сходимости.
- Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 8-9.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 6. *Приближенные вычисления.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Приближенное вычисление суммы ряда.
2. Оценка остатка ряда.
3. Приближенное вычисление значений функции.
4. Приближенное вычисление определенных интегралов.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
2. Способы оценки остатка знакоположительного ряда.

Продолжительность занятия – 4/-ч.

Практическое занятие 10.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 7. *Предел функции многих переменных. Частные производные. Градиент. Производная по направлению*

*Основные положения темы занятия*

1. Частные производные.
2. Производные неявных функций.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Производная по направлению. Орт направления.
2. Градиент, его связь с производной по направлению.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 11.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 7. *Экстремумы функции 2-х переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции многих переменных.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Необходимый и достаточный признаки экстремума функции двух переменных
2. Исследование поведения функции на границе области.

*Вопросы для обсуждения*

1. Область на плоскости.
2. Граница области.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 12.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: : Тема 7. *Касательная плоскость и нормаль к поверхности.*

*Основные положения темы занятия*

1. Уравнения касательной плоскости и нормали в случае явного задания поверхности.
2. Уравнения касательной плоскости и нормали в случае неявного задания поверхности.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Задание дополнительных условий.

Продолжительность занятия – 2/-ч.

Практическое занятие 13.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 8. *Двойной интеграл в декартовой системе координат. Вычисление площади плоской области*

*Основные положения темы занятия:*

1. Расстановка пределов в двойном интеграле.
2. Вычисление площадей.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Порядок интегрирования.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 14.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 8. *Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади плоской области*

*Основные положения темы занятия*

1. Полярная система координат.
2. Запись подынтегрального выражения в полярных координатах.
3. Порядок интегрирования и расстановка пределов.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Уравнения кривых в полярной системе координат.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 15.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 8. *Вычисление объема тела с помощью двойного интеграла.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Цилиндрическое тело.
2. Вычисление объема цилиндрического тела.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Вычисление объемов произвольных тел.
2. Понятие тройного интеграла.

Продолжительность занятия – 2/1ч.

Практическое занятие 16.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: Тема 8. *Вычисление площади поверхности.*

*Основные положения темы занятия:*

1. Вычисление площади участка поверхности при известной проекции этого участка на координатную плоскость.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Способы вычисления площадей поверхностей.

Продолжительность занятия – 2/-ч.

**3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Не предусмотрено учебным планом.

**4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов**

*Цель самостоятельной работы:* подготовить специалистов к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

**Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение:**

**1 семестр**

1. Сравнение бесконечно больших переменных величин.
2. Предел последовательности. Ограниченные последовательности. Подпоследовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
3. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у строго монотонной и непрерывной на отрезке функции  $f(x)$ .
4. Свойства функций, непрерывных на замкнутом интервале.
5. Равномерная непрерывность функции.
6. Точки разрыва монотонной функции.
7. Второй достаточный признак экстремума функции.
8. Теорема Коши.
9. Производные высших порядков от неявных функций и от функций, заданных параметрически.

10. Дифференциалы высших порядков.
11. Дифференциал длины дуги.
12. Пространственные кривые. Векторная функция скалярного аргумента. Производная векторной функции.
13. Кривизна, радиус и круг кривизны. Эволюта и эвольвента.
14. Комплексные числа. Действия с комплексными числами.
15. Теорема об оценке определенного интеграла и её геометрический смысл.
16. Среднее значение функции на отрезке. Теорема о среднем, её геометрический смысл.
17. Теорема Барроу ( о производной от интеграла с переменным верхним пределом). Следствия из этой теоремы.

## **2 Семестр**

1. Главные значения несобственных интегралов.
2. Равномерная сходимость функционального ряда.
3. Остаточный член ряда Тейлора. Необходимый и достаточный признак сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Остаточный член ряда Тейлора в форме Лагранжа. Формула Тейлора.
4. Достаточный признак сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Пример бесконечно дифференцируемой функции, ряд Тейлора которой ни в одной точке не сходится к порождающей его функции.
5. Ортогональные системы функций. Обобщенный ряд Фурье.
6. Гармонические колебания. Тригонометрический ряд Фурье.
7. Достаточные условия сходимости ряда Фурье к порождающей его функции ( теорема Дирихле).
8. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на произвольном интервале и на половине интервала.
9. Среднее квадратическое отклонение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Равенство Парсеваля.
10. Интеграл Фурье.

11. Криволинейный интеграл по длине дуги ( криволинейный интеграл 1-го рода). Геометрический смысл криволинейного интеграла 1-го рода по плоской кривой.
12. Криволинейный интеграл по координатам (криволинейный интеграл 2-го рода). Задача о работе силы.
13. Формула Грина.
14. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.
15. Поверхностный интеграл 1-го рода (поверхностный интеграл по площади поверхности).
16. Поверхностный интеграл 2-го рода. Ориентированные поверхности.
17. Тройной интеграл. Способы вычисления объемов пространственных тел.
18. Формула Остроградского-Гаусса.
19. Формула Стокса.
20. Применение кратных и криволинейных интегралов в механике (вычисление статических моментов, моментов инерции, нахождение координат центра тяжести).
21. Теоремы Гюльдена.
22. Скалярные и векторные поля.
23. Поток и дивергенция векторного поля.
24. Циркуляция и ротор векторного поля.
25. Оператор Гамильтона.
26. Специальные векторные поля (потенциальное, соленоидальное, гармоническое).

## Тематическое содержание самостоятельной работы

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Количество часов	Перечень заданий
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	90	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 4.
2.	Подготовка к практическим занятиям	70	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
3.	Выполнение индивидуального типового расчёта	80	Решение студентами задач с последующей защитой и оппонированием.

### 5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной и очно-заочной формы обучения

Учебным планом данного курса для бакалавров очной/заочной формы обучения предусмотрено написание контрольной работы, что является одним из условий успешного освоения ими основных положений данной дисциплины.

**Цель выполняемой работы:** продемонстрировать знания и умения в области изучения дисциплины «**Математический анализ**».

**Основные задачи** выполняемой работы:

1. Закрепление полученных ранее теоретических и практических знаний;
2. Выяснение подготовленности специалиста к будущей практической работе.

#### 5.1. Требования к структуре

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями  $m$  и  $n$ , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

#### 5.2. Требования к оформлению

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:



1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.
2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.
3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.
4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.
5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.
6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.
7. Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на экзамене.

## **6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **Основная литература:**

1. Двойцова И.Н. Высшая математика. Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл: сборник контрольных заданий с примерами решений: учебное пособие / И.Н. Двойцова. – Железногорск: ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2018. – 53 с. – Текст: электронный.  
- URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082183>  
- Режим доступа: по подписке.
2. Горлач Б.А. Дифференцирование: учебник / Б.А. Горлач. – СПб: Лань, 2017. – 348 с. – ISBN 978-5-8114-2715-4. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.  
- URL: <https://e.lanbook.com/book/99102>  
- Режим доступа: по подписке.
3. Горлач Б.А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения: учебник / Б.А. Горлач. – СПб: Лань, 2017. – 252 с. – ISBN 978-5-8114-2714-7. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.  
- URL: <https://e.lanbook.com/book/99101>  
- Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература:**

1. Высшая математика. Практикум для студентов технических и экономических специальностей: учебное пособие / Г.Н. Горелов, Б.А. Горлач, Н.Л. Додонова [и др.]; под общей редакцией Б.А. Горлача. - СПб: Лань, 2020.

– 676 с. – ISBN 978-5-8114-4423-6. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

- URL: <https://e.lanbook.com/book/140738>

- Режим доступа: по подписке.

2. Кутузов А.С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной / А.С. Кутузов. – 2-е изд. стер. – М., Берлин: Директ-Медиа, 2017. – 127 с.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166>

- Режим доступа: по подписке.

3. Кутузов А.С. Математический анализ: теория пределов / А.С. Кутузов. – М., Берлин: Директ-Медиа, 2017. – 152 с.: ил.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471821>

- Режим доступа: по подписке.

4. Шипачев В.С. Математический анализ. Теория и практика: учеб. пособие / В.С. Шипачев. – 3-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 351 с. (Высшее образование). – [www.dx.doi.org/10.12737/5267](http://www.dx.doi.org/10.12737/5267). – ISBN 978-5-16-010073-9. – Текст: электронный.

- URL: <https://znanium.com/catalog/product/989800>

- Режим доступа: по подписке.

5. Математический анализ: сборник индивидуальных заданий. Дифференциальное исчисление функций многих переменных:/ Г.В. Недогибченко, Р.И. Святкина, А.А. Шалагинов и др.; Новосибирский государственный технический университет.– Новосибирск: НГТУ, 2017. – 106 с.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576419>

- Режим доступа: по подписке.

6. Буров А.Н. Математический анализ: прикладные задачи: [16+] / А.Н. Буров, Н.Г. Вахрушева; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: НГТУ, 2018. – 79 с. – Текст: электронный.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576151>

- Режим доступа: по подписке.

7. Лебедева Е.А. Математический анализ: сборник задач для контрольных работ во втором семестре / Е.А. Лебедева, О.В. Шеремет; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: НГТУ, 2019. – 72 с. – Текст: электронный.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576398>

- Режим доступа: по подписке

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**  
**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*  
**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*