



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

**«УТВЕРЖДАЮ»**

**И.о. проректора**

**А.В.Троицкий**

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

**ИНСТИТУТ  
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

**Направление подготовки:** 09.03.02 Информационные системы и технологии

**Направленность (профиль):** высокопроизводительные вычислительные и телекоммуникационные интеллектуальные системы и комплексы

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная, заочная

Королев 2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

**Автор: к.э.н. Погодина Ю.А. Рабочая программа дисциплины: Дифференциальные уравнения. – Королев МО: «Технологический университет», 2023.**

**Рецензент: к.т.н., доцент Бугай И.В.**

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 09.03.02 Информационные системы и технологии и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Технологического университета

Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В., к.т.н. 			
Год утверждения (переутверждения)	2023	2024	2025	2026
Номер и дата протокола заседания кафедры	№ 8 от 15.03.2023			

**Рабочая программа согласована:**

**Руководитель ОПОП**  к.т.н., доц. Е.Г. Макарова

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переутверждения)	2023	2024	2025	2026
Номер и дата протокола заседания УМС	№ 5 от 11.04.2023			

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

**Целью** изучения дисциплины является:

формирование систематизированных знаний в области математического моделирования практических задач и их решение на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

**общефессиональные компетенции:**

способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1);

способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем (ОПК-8).

Основными **задачами** дисциплины являются:

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

Показатели освоения компетенций отражают следующие индикаторы:

**Трудовые действия:**

- Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
- Иметь навыки моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.

**Необходимые умения:**

- решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования;
- применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике.

### Необходимые знания:

- основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;
- методология и основные методы математического моделирования, классификация и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки бакалавров 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях, полученных в школе при подготовке к ЕГЭ по математике, а также на знаниях по дисциплинам «Линейная алгебра», «Математический анализ», в процессе обучения усиливает знания, умения и навыки по компетенциям: ОПК-1, ОПК-8.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин: «Математическая логика и теория алгоритмов», «Теория вероятностей и математическая статистика» и выполнении выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр второй	Семестр третий	Семестр	Семестр
Общая трудоемкость	108		108		
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
Аудиторные занятия	48		48		
Лекции (Л)	16		16		
Практические занятия (ПЗ)	32		32		
Лабораторные работы (ЛР)	-		-		
Самостоятельная работа	60		60		
Курсовые работы (проекты),	-		-		
Расчетно-графические работы	-		-		
Контрольная работа, домашнее задание	+ -		+ -		
Текущий контроль знаний (7 - 8, 14 - 15 недели)	Тест		Тест		
Вид итогового контроля	Экзамен		Экзамен		

<b>ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>12</b>	<b>12</b>			
Лекции (Л)	4	4			
Практические занятия (ПЗ)	8	8			
Лабораторные работы (ЛР)	-	-			
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>96</b>	<b>96</b>			
Курсовые работы (проекты),	-	-			
Расчетно-графические работы	-	-			
Контрольная работа, домашнее задание	+	+			
	-	-			
<b>Вид итогового контроля</b>	<b>Экзамен</b>	<b>Экзамен</b>			

#### 4. Содержание дисциплины

##### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

**Таблица 2**

<b>Наименование тем</b>	<b>Лекции, час. очн/заочн</b>	<b>Практические занятия, час очн/заочн</b>	<b>Занятия в интерактивной форме, час очн/заочн</b>	<b>Практическая подготовка, час. очн/ заочн</b>	<b>Код компетенций</b>
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	<b>6/1</b>	<b>10/3</b>	<b>4/3</b>		ОПК-1, ОПК-8
Тема 2. Дифференциальные уравнения n-го порядка	<b>6/1</b>	<b>12/3</b>	<b>4/3</b>		ОПК-1, ОПК-8
Тема 3. Элементы теории устойчивости	<b>4/2</b>	<b>10/2</b>	<b>4/2</b>		ОПК-1, ОПК-8
<b>Итого:</b>	<b>16/4</b>	<b>32/8</b>	<b>12/8</b>		

##### 4.2. Содержание тем дисциплины

#### **Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Неполные уравнения.

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка.**

Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.

## **Тема 3. Элементы теории устойчивости.**

Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.

Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Метод малого параметра.

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя.

Динамические системы и их исследование в фазовом пространстве. Понятие устойчивости. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка.

## **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

## **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

## **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Назарова, Т.М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т.М. Назарова, И.М. Пупышев, В.В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428> (дата обращения:

- 19.07.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.
2. Горлач, Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
  3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **Дополнительная литература:**

1. Туганбаев, А.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А.А. Туганбаев. – 4-е изд., стереотип. – Москва : Флинта, 2017. – 31 с. – Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103833> (дата обращения: 20.07.2020). – ISBN 978-5-9765-1309-9. – Текст : электронный.
2. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, Е.А. Швед, Ю.В. Швец. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/51934> (дата обращения: 24.11.2019). — Режим доступа: для авториз. Пользователей
3. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1039633>
4. Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 127 с. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1065259>

### **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

#### **Интернет-ресурсы:**

- <http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** OnlyOffice

**Информационные справочные системы:** Электронные ресурсы образовательной среды Университета

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

**Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине**

**ИНСТИТУТ  
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ**

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

**(Приложение 1 к рабочей программе)**

**Направление подготовки:** 09.03.02 Информационные системы и технологии

**Направленность (профиль):** высокопроизводительные вычислительные и телекоммуникационные интеллектуальные системы и комплексы

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная, заочная

Королев 2023

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				трудовые действия	необходимые умения	необходимые знания
1.	ОПК-1	способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<b>Темы 1-3.</b>	иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ;	основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;
1.	ОПК-8	способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем	<b>Темы 1-3.</b>	Иметь навыки моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.	применять математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике.	методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Показатель оценивания компетенции	Критерии оценки
ОПК-1, ОПК-8	Письменное задание	<b>А) полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов <b>Б) частично сформирована:</b> •компетенция освоена на	Проводится в письменной форме Время отведенное на процедуру – до 40 мин. 1.Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) 2. Умение применить выбранный метод (1 балл)

		<p><b>продвинутом уровне – 4 балла;</b>  <b>•компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла;</b>  <b>В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</b></p>	<p>3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл)  4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла)  5. Задача не решена вообще (0 баллов)  Максимальная оценка - 5 баллов.</p>
--	--	--	---

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Темы докладов и дискуссионных вопросов**

1. Линейные уравнения. Метод вариации постоянной
2. Линейные уравнения. Метод интегрирующего множителя
3. Уравнения, приводящиеся к линейным уравнениям
4. Уравнение Бернулли
5. Уравнения Риккати.
6. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
8. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной.
9. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
10. Дифференциальные уравнения высших порядков.
11. Существование и единственность решения задачи Коши линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
12. Случаи понижения порядка.
13. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
14. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
15. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
16. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
17. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
18. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
19. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.

20. Теорема сравнения.
21. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
22. Теорема о приводимости линейной системы.
23. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
24. Периодические решения линейных систем.
25. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
26. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

### Примерная тематика письменных заданий:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1)  $y' = \frac{x(m^2 + y^2)}{n^2 - x^2};$

2)  $y' = \frac{mx - ny}{my - nx};$

3)  $y' + \frac{my}{x^2} + \frac{n^2}{x^2} = 0;$

4)  $y' - \frac{\sin(mx)y^n}{\cos(mx)} + \frac{\sin^2(mx)y^{n+1}}{\cos(mx)} = 0.$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения:

1. 4.4.a  $y'' + (m-2)y' - 2my = xe^{mx}, y(0)=0, y'(0)=1;$

4.4.б  $y'' + n^2y = \cos nx, y(0) = 0, y'(0) = 1.$

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра  $A$  и  $B$ . Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются по цифрам  $A$  и  $B$  из таблиц:

$A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

$B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Дифференциальные уравнения» являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме экзамена в письменной форме.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графику учебного процесса	тестирование	ОПК-1, ОПК-8	33 вопроса	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
Согласно графику учебного процесса	тестирование	ОПК-1, ОПК-8	33 вопроса	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
Согласно графику учебного процесса	Экзамен	ОПК-1, ОПК-8	3 вопроса	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых

						<p>предметов; ответ на вопросы билета.</p> <p>«Хорошо»:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•знание основных понятий предмета;</li> <li>•умение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>•работа на практических занятиях;</li> <li>•знание основных научных теорий, изучаемых предметов;</li> <li>•ответы на вопросы билета</li> </ul> <p>•неправильно решено практическое задание</p> <p>«Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</p> <p>незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике;</p> <p>не работал на практических занятиях;</p> <p>«Неудовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</p> <p>незнание основных понятий предмета;</p> <p>неумение использовать и применять полученные знания на практике;</p> <p>не работал на практических занятиях;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• не отвечает на вопросы.</li> </ul>
--	--	--	--	--	--	---

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

1. Дифференциальное уравнение  $y' + y = 0$

- имеет бесконечно много решений
- имеет одно решение
- имеет два решения
- не имеет решений

2. Дифференциальное уравнение  $y'^2 + y^2 + 1 = 0$

- не имеет решений
- имеет одно решение
- имеет два решения
- имеет бесконечно много решений

3. Задача Коши для дифференциального уравнения  $y' + y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$  имеет

- одно решение
- бесконечно много решений
- два решения
- ни одного решения

4. Дифференциальное уравнение  $y' - y = 0$  имеет

- бесконечно много решений
- одно решение
- два решения
- ни одного решения

5. Задача Коши для дифференциального уравнения  $y' - y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$  имеет

- одно решение
- бесконечно много решений
- два решения
- ни одного решения

6. Найти решение дифференциального уравнения  $y' = f(x; y)$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(x_0) = y_0$ , это

- задача Коши
- задача Бернулли
- задача Пифагора
- задача Гаусса

7. Какая из функций:  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = e^x$ ,  $y = 3x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' - y = 0$  ?

- третья
- первая
- вторая
- четвертая

8. Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' + y = 0$  ?

- первая и третья
- только первая
- вторая
- никакая

9. Задана задача Коши для дифференциального уравнения  $y' - y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$ . Функция  $y = \cos x$  удовлетворяет:

- начальному условию, но не дифференциальному уравнению
- дифференциальному уравнению, но не начальному условию
- и начальному условию и дифференциальному уравнению
- ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

10. Задана задача Коши для дифференциального уравнения  $y' + y = 0$  с начальным условием  $y(0) = 1$ . Функция  $y = e^{-x}$  удовлетворяет:

- и начальному условию и дифференциальному уравнению
- дифференциальному уравнению, но не начальному условию
- начальному условию, но не дифференциальному уравнению
- ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

11. Дифференциальное уравнение первого порядка  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  является

- однородным
- линейным
- с разделяющимися переменными
- уравнением Бернулли

12. Дифференциальное уравнение первого порядка  $y' + y = x$  является

- линейным
- однородным
- с разделяющимися переменными
- уравнением Бернулли

13. Дифференциальное уравнение первого порядка  $y' \cdot y = x^3$  является

- с разделяющимися переменными
- линейным
- однородным
- уравнением Бернулли

14. Дифференциальное уравнение первого порядка  $y' + y = x \cdot y^2$  является

- уравнением Бернулли
- линейным
- с разделяющимися переменными
- однородным

15. Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' + y = 2x + 2$  ?

- никакая
- первая
- вторая
- четвертая

16. Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' - y = 1 - 2x$  ?

- четвертая
- первая и третья
- вторая
- никакая

17. Какая из функций:  $y = 1$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' + y = 1$  ?

- первая
- третья
- вторая
- никакая

18. Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y' - y = 3x^2 - x^3$  ?

- вторая
- первая
- четвертая
- никакая

19. Сколько действительных корней имеет характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' - y = 3x^2 - x^3$  ?

- два
- один
- ни одного
- бесконечно много

20. Сколько действительных корней имеет характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + y = 3x^2 - x^3$  ?

- ни одного
- один
- два
- три

21. Сколько действительных корней имеет характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + 2y' + y = 3x^2 - x^3$  ?

- один
- два
- ни одного
- бесконечно много

22. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + 2y' + y = 3x^2 - x^3$  имеет корни

- -1
- 1 и 2
- 0 и 1
- 2 и 3

23. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' - 2y' = x^2 - x^3$  имеет корни

- 0 и 2
- -2 и 2
- 2 и 3
- -2

24. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' - y = x^2 - x^3$  имеет корни

- -1 и 1
- 2 и 3
- 0 и 1
- -1

25. Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y'' - y = -2x - 1$  ?

- четвертая
- первая
- вторая
- никакая

26.Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y'' - y = x^3$  ?

- никакая
- первая
- четвертая
- вторая

27.Какая из функций:  $y = -x$ ,  $y = x^3$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y'' - y = x$  ?

- первая
- вторая
- четвертая
- никакая

28.Какая из функций:  $y = 0$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = 2x + 1$  является решением дифференциального уравнения  $y'' + y = 0$  ?

- первая и вторая
- только первая
- четвертая
- никакая

29.Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами можно представить в виде:

- суммы общего решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения
- произведения общего решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения
- суммы частного решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения
- разности общего решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения

30.Какой порядок дифференциального уравнения  $y'' + y = 0$  ?

- второй
- первый
- нулевой
- -1

31.Какой порядок дифференциального уравнения  $y' + y = 1$  ?

- первый
- второй
- нулевой
- третий

32. Решением какого из дифференциальных уравнений

$y' = x$ ,  $y' = 1$ ,  $y' = 2x$ ,  $y' = \frac{x^2}{2}$  является функция  $y = x$  ?

- второго
- первого
- четвертого
- третьего

33. Решением какого из дифференциальных уравнений

$y' = x + x^2$ ,  $y' = 1$ ,  $y' = 2$ ,  $y' = \frac{x^2}{2}$  является функция  $y = 2x + 1$  ?

- третьего
- первого
- четвертого
- второго

#### 4.2. Типовые вопросы, выносимые на экзамен

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения первого порядка.
6. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям
7. Линейные уравнения. Метод подстановки.
8. Линейные уравнения. Метод вариации постоянной
9. Линейные уравнения. Метод интегрирующего множителя
10. Уравнения, приводящиеся к линейным уравнениям
11. Уравнение Бернулли
12. Уравнения Риккати.
13. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
14. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
15. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной.
16. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
17. Дифференциальные уравнения высших порядков.
18. Существование и единственность решения задачи Коши линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
19. Случаи понижения порядка.

20. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
21. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
22. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
23. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
24. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
25. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
26. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
27. Теорема сравнения.
28. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
29. Теорема о приводимости линейной системы.
30. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
31. Периодические решения линейных систем.
32. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
33. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

**ИНСТИТУТ  
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ  
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

**(Приложение 2 к рабочей программе)**

**Направление подготовки:** 09.03.02 Информационные системы и технологии

**Направленность (профиль):** высокопроизводительные вычислительные и телекоммуникационные интеллектуальные системы и комплексы

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная, заочная

Королев 2023

## 1. Общие положения

**Целью изучения дисциплины является** формирование систематизированных знаний в области математического моделирования практических задач и их решение на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

### **Задачи дисциплины:**

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### **Практическое занятие 1-2.**

#### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

2. Однородные дифференциальные уравнения.

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

### **Практическое занятие 3-4.**

#### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения

2. Уравнение Бернулли, Риккати.

3. Уравнения в полных дифференциалах.

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

### **Практическое занятие 5.**

#### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

2. Особые решения.

3. Неполные уравнения  
Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

#### **Практическое занятие 6-7.**

##### **Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами.
2. Метод Лагранжа

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

#### **Практическое занятие 8-9.**

##### **Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
2. Метод Эйлера.

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

#### **Практическое занятие 10.**

##### **Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления

Продолжительность занятия – 4/0.5 ч.

#### **Практическое занятие 11.**

##### **Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.
2. Теорема Штурма

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

#### **Практическое занятие 12-13.**

##### **Элементы теории устойчивости**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
2. Метод малого параметра.

3. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

### **Практическое занятие 14-15.**

#### **Элементы теории устойчивости.**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова.

Продолжительность занятия – 4/0.5 ч.

### **Практическое занятие 16.**

#### **Элементы теории устойчивости.**

**Вид практического занятия:** практическая работа в группах.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Устойчивость по первому приближению.

2. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка

Продолжительность занятия – 2/0.25 ч.

### **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Не предусмотрено учебным планом.

### **4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов**

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

<b>№ п/п</b>	<b>Виды самостоятельной работы</b>	<b>Количество часов</b>	<b>Перечень заданий</b>
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	20/30	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 7.

2.	Подготовка к практическим занятиям	20/30	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
3	Подготовка к экзамену	20/36	Проработка лекций, практик, изучение рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
Всего часов на самостоятельную работу		<b>60/96</b>	

#### 4.1 Тематика вопросов для самостоятельного изучения

1. Уравнение Эйлера – Риккати.
2. Специальное уравнение Риккати.
3. Каноническое уравнение Эйлера – Риккати
4. Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами
5. Нелинейные системы дифференциальных уравнений.
6. Метод исключения
7. Подбор интегрируемых комбинаций
8. Зависимость решения от начальных условий
9. Зависимость решения от параметров
10. Оценка погрешности приближенного решения
11. Отыскание производных от решений по параметру
12. Аналитические приближенные методы
13. Метод малого параметра
14. Численные методы решения дифференциальных уравнений
15. Фазовая плоскость.
16. Построение фазового портрета
17. Предельные циклы
18. Признаки наличия предельных циклов
19. Признаки отсутствия предельных циклов
20. Преобразование Лапласа.
21. Оригинал и изображение.
22. Определение свертки
23. Теорема умножения
24. Обобщенная теорема умножения
25. Формулы Дюамеля.

### 5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся всех форм обучения

#### 5.1. Требования к структуре

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями  $m$  и  $n$ , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

#### 5.2. Требования к содержанию

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.

2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.

3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.

5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.

Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на экзамене.

## **6. Указания по проведению курсовых работ**

Не предусмотрено учебным планом.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **Основная литература:**

4. Назарова, Т.М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т.М. Назарова, И.М. Пупышев, В.В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428> (дата обращения: 19.07.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.
5. Горлач, Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 19.07.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### **Дополнительная литература:**

1. Туганбаев, А.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А.А. Туганбаев. — 4-е изд., стереотип. — Москва : Флинта, 2017. — 31 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103833> (дата обращения: 20.07.2020). — ISBN 978-5-9765-1309-9. — Текст : электронный.
2. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, Е.А. Швед, Ю.В. Швец. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/51934> (дата обращения: 24.11.2019). — Режим доступа: для авториз. Пользователей
3. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1039633>
4. Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 127 с. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1065259>

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

##### **Интернет-ресурсы:**

- <http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

#### **9. Перечень информационных технологий**

**Перечень программного обеспечения:** OnlyOffice

**Информационные справочные системы:** Электронные ресурсы образовательной среды Университета