



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. проректора**

**А.В. Троицкий**

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023г.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ДИСЦИПЛИНЫ**

**«УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02. Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование. Математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев 2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

**Автор: к.т.н. профессор Скрипкина Е.В. Рабочая программа дисциплины «Уравнения математической физики» – Королев МО: «Технологический Университет», 2023г.**

Рецензент: д.э.-м.н. профессор Вилисов В.Я.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета.  
Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 			
Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания кафедры	№8 от 15.03.2023			

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО \_\_\_\_\_  И.В. Бугай, к.т.н., доцент

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023			

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

**Целью** изучения дисциплины является:

- дать современные теоретические знания в области уравнений математической физики и практические навыки в решении и исследовании основных типов дифференциальных уравнений с частными производными,
- ознакомить студентов с начальными навыками математического моделирования.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

### **общепрофессиональные компетенции (ОПК):**

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3).

**Основными задачами** дисциплины являются:

- формирование представления о теоретических основах методов математической физики;
- ознакомление с областью применения и современными достижениями математической физики;
- развитие практические навыки по составлению математических моделей простейших физических систем, решению дифференциальных уравнений в частных производных.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

### **Необходимые знания:**

- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.
- базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности;

### **Необходимые умения:**

- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.
- решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой;

### **Трудовые действия:**

- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;

- практическим опытом исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина базируется на дисциплинах: «Физика», «Математический анализ», «Комплексный анализ», «Дифференциальные уравнения» и компетенциях: ОПК-1, ОПК-3, ПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми при изучении дисциплин: «Моделирование информационных процессов и систем», «Исполнительные и силовые элементы технических систем», «Теория автоматического управления», «Теория случайных процессов» и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

**Таблица 1**

Виды занятий	Всего часов	Семестр	Семестр 4	Семестр	Семестр
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>108</b>		<b>108</b>		
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>32</b>		<b>32</b>		
Лекции (Л)	16		16		
Практические занятия (ПЗ)	16		16		
Лабораторные работы (ЛР)					
Практическая подготовка					
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>40</b>		<b>40</b>		
<b>Курсовые работы (проекты)</b>					
<b>Расчетно-графические работы</b>	-		-		
<b>Контрольная работа</b>	+		+		
<b>Текущий контроль знаний</b>	<b>Тест</b>		<b>Тест</b>		
<b>Вид итогового контроля</b>	<b>Зачет</b>		<b>Зачет</b>		
<b>ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ</b>					

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Практическая подготовка	Код компетенций
<b>Тема 1.</b> Классификация, канонические формы и методы решения уравнений и краевых задач математической физики	2	2	2	-	ОПК–1, ОПК–3
<b>Тема 2.</b> Уравнения гиперболического типа	4	4	2	-	ОПК–1, ОПК–3
<b>Тема 3.</b> Уравнения эллиптического типа.	4	4	2	-	ОПК–1, ОПК–3
<b>Тема 4.</b> Уравнения параболического типа	4	4	2	-	ОПК–1, ОПК–3
<b>Тема 5.</b> Обобщенные решения	2	2	-	-	ОПК–1, ОПК–3
<b>Итого:</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	

### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Классификация, канонические формы и методы решения уравнений и краевых задач математической физики.** Предмет и методы математической физики. Дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП), их классификация по форме: линейные, нелинейные и квазилинейные, однородные и неоднородные, с постоянными и с переменными коэффициентами. Формулы преобразования линейного ДУЧП 2-го порядка с двумя переменными к новым координатам. Понятие характеристического дифференциального уравнения. Получение общих интегралов характеристического дифференциального уравнения и соответствующих канонических форм уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов.

Содержательная постановка задачи о поперечных колебаниях струны с двумя закрепленными концами при малых отклонениях от положения равновесия. Вывод одномерного волнового уравнения. Содержательная постановка задачи о распространении тепла в однородном стержне. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Понятие о начальных и граничных условиях 1-го (условия Дирихле), 2-го (условия Неймана) и 3-го рода. Частные предельные случаи постановок краевых задач (задачи на бесконечной и полубесконечной прямой и задача без начальных условий).

**Тема 2. Уравнения гиперболического типа** Общая 1-я краевая задача для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности. Получение решения 1-ой краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности с однородными краевыми условиями методом Фурье; достаточные условия непрерывности

указанного решения. Функция мгновенного точечного источника (температурного влияния), ее физический смысл. Теорема о неотрицательности функции мгновенного точечного источника.

Первая краевая задача для однородного уравнения теплопроводности на полубесконечной прямой; ее качественное (содержательное) отличие от соответствующей задачи на бесконечной прямой. Представление решения указанной задачи в виде суммы решений двух вспомогательных краевых задач, учитывающих влияние лишь начальных и граничных условий соответственно. Нечетное продолжение исходной задачи на бесконечную прямую. Вывод формулы решения первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности на полубесконечной прямой. Ее иллюстрация на содержательном примере.

Содержательный смысл задач без начальных условий. 1-я краевая задача для однородного уравнения теплопроводности на полубесконечном стержне (с одним граничным условием). Формула Эйлера, связывающая функции синус, косинус и экспоненту. Решение указанной выше задачи. Решение 1-ой краевой задачи для уравнения теплопроводности на ограниченном отрезке (с двумя граничными условиями). Задача о распространении температурных колебаний в почве. Физическая интерпретация формулы, описывающей распространение температурной волны в почве: 1-й, 2-й и 3-й законы Фурье. Пример, иллюстрирующий использование указанной формулы.

**Тема 3. Уравнения эллиптического типа.** Классическое решение. Гармонические функции, их свойства. Основные задачи для уравнений эллиптического типа. Фундаментальные решения. Интегральное представление дважды дифференцируемой функции. Потенциал масс, простого слоя, двойного слоя. Интегральные уравнения Фредгольма. Альтернативы Фредгольма. Основные свойства потенциалов масс, простого и двойного слоев. Решения задач Дирихле, Неймана. Метод Фурье при решении задач Дирихле, Неймана для «хороших» областей, круга, шара. Метод построения функции Грина при решении краевых задач для эллиптических уравнений. Формулы для круга, сферы, полуплоскости, полупространства.

**Тема 4. Уравнения параболического типа.** Основные задачи, физичность поставленных задач. Свойства решений – принцип максимума. Метод Фурье при решении задачи Коши. Формула Пуассона. О единственности классического решения задачи Коши, краевых задач для уравнений гиперболического, параболического, эллиптического типов. Об устойчивости решений краевых задач.

**Тема 5. Обобщенные решения.** Классы непрерывных функций, измеримых функций, обобщенных функций. Основные функциональные пространства в этих классах. Полнота, сходимости, сепарабельность, вложение. Основные функциональные неравенства. Теорема Рисса. Классические, обобщенные решения задачи Дирихле. Единственность обобщенного решения. О возможности получения классического решения из обобщенного. Теоремы вложения. Обобщенные реше-

ния краевых задач для параболического уравнения. Обобщенные решения краевых задач для гиперболического уравнения.

### **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины».

### **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

### **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

1. Карчевский М. М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие для вузов / М. М. Карчевский. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 164 с. — ISBN 978-5-8114-9481-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195495>
2. Лесин В.В. Уравнения математической физики: Учебник. - 1. - Москва; Москва: ООО "КУРС": ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2020. - 240 с. - ISBN 9785906818614. - Электронная программа (визуальная). Электронные данные: электронные. URL: <http://znanium.com/go.php?id=961832>

#### **Дополнительная литература:**

1. Сахарова Л. В. Уравнения математической физики: учебное пособие / Л.В. Сахарова, М.Б. Стрюков; Министерство образования и науки Российской Федерации; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). - Ростов-на-Дону: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2018. - 104 с.: схем., табл. - ISBN 978-5-7972-2534-8. - Текст (визуальный): непосредственный. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=568601>
2. Титов К. В. Уравнения математической физики. Практикум. Компьютерные технологии решения задач: Учебное пособие. - 1. - Москва; Москва: Издательский Центр РИОР: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 262 с. - ISBN 978-5-369-01812-5. - Электронная программа (визуальная). Электронные данные: электронные. URL: <http://znanium.com/go.php?id=1023989>
3. Торшина О. А. Уравнения математической физики: Учебное пособие / Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова. - 1. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2020. - 59 с. - ISBN 978-5-16-108561-5. URL: <http://znanium.com/go.php?id=1089483>

## **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znaniium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящему Положению.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
  - рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.



*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование, математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев 2023

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся приобретает:		
				Необходимые знания	Необходимые умения	Трудовые действия
1.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Тема 1-5.	- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
2.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Тема 1-5.	- базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	- решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.	- практическим опытом исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ОПК-1 ОПК-3	Тест	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 90% правильных ответов</p> <p>Б) <b>частично сформирована</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 70% правильных ответов;</li> <li>•компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – от 51% правильных ответов;</li> </ul> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – менее 50% правильных ответов</p>	<p>Проводится письменно</p> <p>Время, отведенное на процедуру –30 мин.</p> <p>Неявка 0 баллов.</p> <p>Критерии оценки определяются процентным соотношением.</p> <p>Неудовлетворительно – менее 50% правильных ответов.</p> <p>Удовлетворительно – от 51% правильных ответов.</p> <p>Хорошо – от 70%.</p> <p>Отлично – от 90%.</p> <p>Максимальная оценка – 5 баллов.</p>
	Выполнение контрольной работы	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) <b>частично сформирована</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 4 балла;</li> <li>•компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – 3 балла;</li> </ul> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по дисциплине для данного вида.</p>

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 3.1 Тематика контрольной работы:

**Задача 1.** Решить смешанную задачу.

1.1.	$U_t = 2U_{xx}; U(x, 0) = \sin 3\pi x; U(0, t) = U(8, t) = 0$
1.2.	$U_t = 9U_{xx}; U(x, 0) = 2\sin 2\pi x + 3\sin 3\pi x; U(0, t) = U(1, t) = 0$
1.3.	$U_t = 3U_{xx}; U(x, 0) = 3\sin 2\pi x; U(0, t) = U(7, t) = 0$
1.4.	$U_t = 2U_{xx}; U(x, 0) = 4\sin 3\pi x + 5\sin 4\pi x; U(0, t) = U(2, t) = 0$

1.5.	$U_t = 4U_{xx}; U(x, 0) = 5 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(6, t) = 0$
1.6.	$U_t = 7U_{xx}; U(x, 0) = 6 \sin 2\pi x + 7 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(3, t) = 0$
1.7.	$U_t = 5U_{xx}; U(x, 0) = 7 \sin 2\pi x; U(0, t) = U(5, t) = 0$
1.8.	$U_t = 6U_{xx}; U(x, 0) = 8 \sin 3\pi x + 9 \sin 4\pi x; U(0, t) = U(4, t) = 0$
1.9.	$U_t = 6U_{xx}; U(x, 0) = 9 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(4, t) = 0$
1.10.	$U_t = 5U_{xx}; U(x, 0) = 10 \sin 2\pi x + 3 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(5, t) = 0$
1.11.	$U_t = 7U_{xx}; U(x, 0) = 11 \sin 2\pi x; U(0, t) = U(3, t) = 0$
1.12.	$U_t = 4U_{xx}; U(x, 0) = 12 \sin 3\pi x + 5 \sin 4\pi x; U(0, t) = U(6, t) = 0$
1.13.	$U_t = 8U_{xx}; U(x, 0) = 13 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(2, t) = 0$
1.14.	$U_t = 3U_{xx}; U(x, 0) = 14 \sin 2\pi x + 7 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(7, t) = 0$
1.15.	$U_t = 9U_{xx}; U(x, 0) = 15 \sin 2\pi x; U(0, t) = U(1, t) = 0$
1.16.	$U_t = 2U_{xx}; U(x, 0) = 16 \sin 3\pi x + 9 \sin 4\pi x; U(0, t) = U(8, t) = 0$
1.17.	$U_t = 2U_{xx}; U(x, 0) = 17 \sin 2\pi x; U(0, t) = U(2, t) = 0$
1.18.	$U_t = 3U_{xx}; U(x, 0) = 18 \sin 3\pi x + 3 \sin 4\pi x; U(0, t) = U(7, t) = 0$
1.19.	$U_t = 3U_{xx}; U(x, 0) = 19 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(3, t) = 0$
1.20.	$U_t = 8U_{xx}; U(x, 0) = 20 \sin 2\pi x + 7 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(6, t) = 0$
1.21.	$U_t = 4U_{xx}; U(x, 0) = 21 \sin 2\pi x; U(0, t) = U(4, t) = 0$
1.22.	$U_t = 4U_{xx}; U(x, 0) = 22 \sin 3\pi x + 5 \sin 4\pi x; U(0, t) = U(5, t) = 0$
1.23.	$U_t = 5U_{xx}; U(x, 0) = 23 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(5, t) = 0$
1.24.	$U_t = 6U_{xx}; U(x, 0) = 24 \sin 2\pi x + 9 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(4, t) = 0$
1.25.	$U_t = 6U_{xx}; U(x, 0) = 25 \sin 2\pi x; U(0, t) = U(6, t) = 0$
1.26.	$U_t = 5U_{xx}; U(x, 0) = 26 \sin 3\pi x + 3 \sin 4\pi x; U(0, t) = U(3, t) = 0$
1.27.	$U_t = 7U_{xx}; U(x, 0) = 27 \sin 3\pi x; U(0, t) = U(7, t) = 0$

1.28.	$U_t = 4U_{xx}; U(x, 0) = 28\sin 2\pi x + 5\sin 3\pi x; U(0, t) = U(2, t) = 0$
1.29.	$U_t = 8U_{xx}; U(x, 0) = 29\sin 2\pi x; U(0, t) = U(8, t) = 0$
1.30.	$U_t = 3U_{xx}; U(x, 0) = 30\sin 3\pi x + 7\sin 4\pi x; U(0, t) = U(1, t) = 0$

**Задача 2.** Решить смешанную задачу для данного неоднородного уравнения теплопроводности с нулевыми начальными и граничными условиями  $U(x, 0) = 0$ ,  $U(0, t) = 0$ ,  $U(\pi, t) = 0$ .

2.1.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 5\sin 2t \sin 3x$	2.2.	$U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + e^{-2t} \sin 4x$
2.3.	$U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + 10\cos 3t \sin 2x$	2.4.	$U_t = 2U_{xx} + 7e^{-18t} \sin 3x$
2.5.	$U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 10\sin 3t \sin 4x$	2.6.	$U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + 2e^{-3t} \sin 2x$
2.7.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 2\cos t \sin 3x$	2.8.	$U_t = 3U_{xx} + 8e^{-48t} \sin 4x$
2.9.	$U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + 5\sin 2t \sin 2x$	2.10.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 3e^{-4t} \sin 3x$
2.11.	$U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 10\cos 3t \sin 4x$	2.12.	$U_t = 5U_{xx} + 6e^{-45t} \sin 3x$
2.13.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 2\sin t \sin 3x$	2.14.	$U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 4e^{-5t} \sin 4x$
2.15.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 10\cos 3t \sin 3x$	2.16.	$U_t = 4U_{xx} + 5e^{-64t} \sin 4x$
2.17.	$U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 2\sin t \sin 4x$	2.18.	$U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + e^{-2t} \sin 2x$
2.19.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 5\cos 2t \sin 3x$	2.20.	$U_t = 7U_{xx} + 4e^{-63t} \sin 3x$
2.21.	$U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + 10\sin 3t \sin 2x$	2.22.	$U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 2e^{-3t} \sin 3x$

2.23. $U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 5 \cos 2t \sin 4x$	2.24. $U_t = 5U_{xx} + 3e^{-20t} \sin 2x$
2.25. $U_t = \frac{1}{9}U_{xx} + 10 \sin 3t \sin 3x$	2.26. $U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 3e^{-4t} \sin 4x$
2.27. $U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + 5 \cos 2t \sin 2x$	2.28. $U_t = 6U_{xx} + 2e^{-24t} \sin 2x$
2.29. $U_t = \frac{1}{16}U_{xx} + 5 \sin 2t \sin 4x$	2.30. $U_t = \frac{1}{4}U_{xx} + 4e^{-5t} \sin 2x$

**Задача 3.** Найти решение уравнения Лапласа  $\Delta U = 0$  в круговом секторе  $0 < r < 1$ ,  $0 < \varphi < \alpha$  ( $r, \varphi$  – полярные координаты,  $\alpha < 2\pi$ ), на границе которого искомая функция удовлетворяет следующим условиям:

3.1. $U(1, \varphi) = \sin 6\varphi, U(r, 0) = U(r, \pi/3) = 0$
3.2. $U(1, \varphi) = 2 \cos 2\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, \pi) = 0$
3.3. $U(1, \varphi) = 3 \cos 15\varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, \pi/6) = 0$
3.4. $U(1, \varphi) = 4 \sin 14\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, \pi/4) = 0$
3.5. $U(1, \varphi) = 5 \sin 3\varphi, U(r, 0) = U(r, 2\pi/3) = 0$
3.6. $U(1, \varphi) = 6 \cos 6\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, 7\pi/6) = 0$
3.7. $U(1, \varphi) = 7 \cos 10\varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, \pi/4) = 0$
3.8. $U(1, \varphi) = 8 \sin 7\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, \pi/2) = 0$
3.9. $U(1, \varphi) = 9 \sin 4\varphi, U(r, 0) = U(r, 3\pi/4) = 0$
3.10. $U(1, \varphi) = 10 \cos 4\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, 5\pi/4) = 0$
3.11. $U(1, \varphi) = 11 \cos 5\varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, \pi/2) = 0$
3.12. $U(1, \varphi) = 12 \sin 3\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, 3\pi/2) = 0$
3.13. $U(1, \varphi) = 13 \sin 6\varphi, U(r, 0) = U(r, 5\pi/6) = 0$
3.14. $U(1, \varphi) = 14 \cos 3\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, 4\pi/3) = 0$

3.15.	$U(1, \varphi) = 15 \cos \varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, 3\pi/2) = 0$
3.16.	$U(1, \varphi) = 16 \sin 21\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, \pi/6) = 0$
3.17.	$U(1, \varphi) = 17 \sin 9\varphi, U(r, 0) = U(r, \pi/3) = 0$
3.18.	$U(1, \varphi) = 18 \cos 4\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, \pi) = 0$
3.19.	$U(1, \varphi) = 19 \cos 21\varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, \pi/6) = 0$
3.20.	$U(1, \varphi) = 20 \sin 15\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, \pi/6) = 0$
3.21.	$U(1, \varphi) = 21 \sin 6\varphi, U(r, 0) = U(r, 2\pi/3) = 0$
3.22.	$U(1, \varphi) = 22 \cos 12\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, \pi/3) = 0$
3.23.	$U(1, \varphi) = 23 \cos 14\varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, \pi/4) = 0$
3.24.	$U(1, \varphi) = 24 \sin 10\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, \pi/4) = 0$
3.25.	$U(1, \varphi) = 25 \sin 3\varphi, U(r, 0) = U(r, \pi) = 0$
3.26.	$U(1, \varphi) = 26 \cos 3\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, 5\pi/3) = 0$
3.27.	$U(1, \varphi) = 27 \cos 7\varphi, U_\varphi(r, 0) = 0, U(r, \pi/2) = 0$
3.28.	$U(1, \varphi) = 28 \sin 5\varphi, U(r, 0) = 0, U_\varphi(r, \pi/2) = 0$
3.29.	$U(1, \varphi) = 29 \sin 3\varphi, U(r, 0) = U(r, 5\pi/3) = 0$
3.30.	$U(1, \varphi) = 30 \cos 4\varphi, U_\varphi(r, 0) = U_\varphi(r, 7\pi/4) = 0$

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Уравнения математической физики» являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме зачета.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающих знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графика учебного процесса	Тестирование 1,2	ОПК-1 ОПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
Согласно графика учебного процесса	Зачет	ОПК-1 ОПК-3	1 теоретический вопрос и 3 задачи на различные темы курса	Зачет проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 60 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета	Критерии оценки: «Зачтено»: • знание основных понятий предмета; • умение использовать и применять полученные знания на практике; • работа на практических занятиях; • знание основных научных теорий, изучаемых предметов; • частичный ответ на вопросы билета «Не зачтено»: • демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; • незнание основных понятий предмета; • неумение использовать и применять полученные знания на практике; • не работал на практических занятиях; • не отвечает на вопросы.



#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

<p>1. Указать производную функции <math>y = x^2 - 2x</math>;</p>	<p>1) <math>x^2 - 2x</math> 2) <math>2x - 2</math> 3) <math>2x</math> 4) <math>2 - 2x</math> 5) <math>-2x</math></p>
<p>2. Указать производную сложной функции <math>y = \sin^2 2x</math>;</p>	<p>1) <math>2\sin x</math> 2) <math>2\sin x \cos x</math> 3) <math>\frac{1}{2} \cos x</math> 4) <math>-\cos 2x</math> 5) <math>\cos 2x</math></p>
<p>3. Указать существенный признак дифференциального уравнения: это уравнение с</p>	<p>1) алгебраической переменной 2) матрицами 3) производной 4) определителями 5) функцией</p>
<p>4. Указать дифференциальное уравнение:</p>	<p>1) <math>x^2 - 2x + 1 = 0</math> 2) <math>y' = 2x - 2 + y</math> 3) <math>y(2x) = 2y(x)</math> 4) <math>y = 2 - 2x</math> 5) <math>\int y(x)dx = -2x</math></p>
<p>5. Указать дифференциальное уравнение в частных производных (ДУЧП):</p>	<p>1) <math>\sin^2 x + \cos^2 x = 1</math> 2) <math>u_{xx} = 0</math> 3) <math>u = x + y</math> 4) <math>u'(x) = 2 - 2x</math> 5) <math>u(xy) = u(x) + u(y)</math></p>
<p>6. Определить линейное ДУЧП:</p>	<p>1) <math>u_x u_{xx} = 1</math> 2) <math>2xu_x^2 - 1 = 0</math> 3) <math>3x^3 u_{xx} - u = y</math> 4) <math>\sqrt{u_{yy} + 1} = u + \ln(x - y)</math> 5) <math>\frac{u_x - 1}{u_x + 1} = u(x) + u(y)</math></p>
<p>7. Определить нелинейное ДУЧП:</p>	<p>1) <math>u_x u_{yy}^2 + 4u = 1</math> 2) <math>xu_x + yu_y = 0</math> 3) <math>x^3 u_{xx} = y</math> 4) <math>(u_x + y)^2 - 2yu_x - u_x^2 = 0</math> 5) <math>(u_x + y)^2 = u_x^2</math></p>
<p>8. Определить однородное ДУЧП:</p>	<p>1) <math>u_x + 3u = 0</math> 2) <math>u_x + 3u = x</math> 3) <math>u_x + 3u = 1</math> 4) <math>(u + y)^2 - 2yu - u^2 = 0</math> 5) <math>(u + y)^2 = u^2</math></p>

<p>9. Определить неоднородное ДУЧП:</p>	<p>1) <math>u_x - u = 0</math> 2) <math>u_x + u = x</math>  3) <math>u_x + 3u = 0</math> 4) <math>y' - 2yx - x^2 = 0</math>  5) <math>(u + 1)^2 = u</math></p>
<p>10. Определить тип ДУЧП:  <math>u_{xx} + 4u_{yy} + u_{yy} = 0</math></p>	<p>1) гиперболический  2) параболический  3) эллиптический  4) квазипараболический  5) квазиэллиптический</p>
<p>11. Характеристическое уравнение для ДУЧП <math>2u_{xx} - 3u_{yy} + u_{yy} + 5u_x - 6u_y - 1 = 0</math> имеет вид:</p>	<p>1) <math>2(y')^2 - 3y' - 1 = 0</math>  2) <math>2(y')^2 + 3y' - 1 = 0</math>  3) <math>2(y')^2 - 3y' + 5y - 6x - 1 = 0</math>  4) <math>2(y')^2 + 3y' + 5y - 6x - 1 = 0</math>  5) <math>2(x')^2 + 3x' + 5x - 6y - 1 = 0</math></p>
<p>12. Характеристическое уравнение для ДУЧП <math>x^2 u_{xx} - 5u_{yy} - 6u_{yy} - y^2 = 0</math> имеет вид:</p>	<p>1) <math>x^2 (y')^2 - 5yy' - 6 - y^2 = 0</math>  2) <math>x^2 (x')^2 - 5yx' - 6 - y^2 = 0</math>  3) <math>x^2 (x')^2 + 5yx' - 6 - y^2 = 0</math>  4) <math>x^2 (y')^2 + 5yy' - 6 - y^2 = 0</math>  5) <math>x^2 (y')^2 - 5yy' - 6 - x^2 = 0</math></p>
<p>13. Решением ДУЧП <math>\Delta u = 0</math> является функция <math>u(x, y)</math>, которая равна:</p>	<p>1) <math>x^2 + y^2</math> 2) <math>x^2 - y^2</math> 3) <math>(x - y)^2</math>  4) <math>(x + y)^2</math> 5) <math>-x + y^2</math></p>

<p>13. Решением ДУЧП <math>\nabla u = 0</math> является функция <math>u(x, y)</math>, которая равна:</p>	<p>1) <math>x^2 + y^2</math> 2) <math>x^2 - y^2</math> 3) <math>(x - y)^2</math> 4) <math>(x + y)^2</math> 5) <math>-x + y^2</math></p>
<p>14. Квадратичная форма, соответствующая ДУЧП <math>-2u_{xx} + 5u_{yy} - \frac{1}{2}u_{yy} - u_x + 5y^2 - 3xy + x^2 = 0</math>, имеет вид:</p>	<p>1) <math>-\lambda_1^2 + \frac{5}{2}\lambda_1\lambda_2 - \frac{1}{4}\lambda_2^2</math> 2) <math>-\lambda_1^2 + \frac{5}{2}\lambda_1\lambda_2 - \frac{1}{4}\lambda_1^2 - \lambda_2</math> 3) <math>-2\lambda_1^2 + \frac{5}{2}\lambda_1\lambda_2 - \frac{1}{2}\lambda_2^2</math> 4) <math>5\lambda_1^2 - 3\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2</math> 5) <math>\lambda_1^2 - 3\lambda_1\lambda_2 + 5\lambda_2^2</math></p>
<p>15. Каноническая квадратичная форма <math>\lambda_1^2 - \lambda_2^2</math> соответствует ДУЧП с двумя переменными следующего типа:</p>	<p>1) эллиптического 2) гиперболического 3) параболического 4) сферического 5) цилиндрического</p>
<p>16. ДУЧП с двумя переменными эллиптического типа соответствует квадратичная форма:</p>	<p>1) <math>\lambda_1^2 + \lambda_2^2</math> 2) <math>\lambda_1^2 - \lambda_1^2</math> 3) <math>\lambda_1\lambda_2</math> 4) <math>-\lambda_1\lambda_2</math> 5) <math>\lambda_1^2</math></p>
<p>17. Решение характеристического уравнения <math>(y'')^2 - 3y' + 2 = 0</math> имеет вид:</p>	<p>1) <math>C_1e^{-x} + C_2e^{2x}</math> 2) <math>C_1e^x + C_2e^{2x}</math></p>
	<p>3) <math>C_1e^{1/x} + C_2e^{2/x}</math> 4) <math>C_1e^{-1/x} + C_2e^{-2/x}</math> 5) <math>C_1e^{-x} + C_2e^{2/x}</math></p>
<p>18. Задача Коши для ДУЧП с двумя переменными имеет вид:</p>	<p>1) <math>u_{xx} = 0; u(0, y) = 1; u_x(0, y) = 0</math> 2) <math>u_{xx} = 0; u_x(0, y) = 1; u_y(x, 0) = x</math> 3) <math>u_{xx} = 0; u_{yy}(0, 0) = 1</math> 4) <math>u_{xx} = 0; u_{yy}(0, 0) = 1</math> 5) <math>u_{xx} = 0; u_{yy}(x, 0) = x</math></p>
<p>19. Укажите задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге <math>x^2 + y^2 \leq r^2, r &lt; R</math>:</p>	<p>1) <math>\nabla u = 0; u(x, y) _{r=R} = 2x</math> 2) <math>\nabla u = 0; u(x, y) _{r=y} = 2x</math> 3) <math>\nabla u = 0; u_x(x, y) _{r=y} = 2x</math> 4) <math>\nabla u = 0; u_x(x, y) _{r=R} = 2x</math> 5) <math>\nabla u = 0; u(x, 0) = 2x</math></p>

<p>21 Частная производная <math>u_x</math> для функции <math>u(x, y) = x^2y - \sin xy + e^{x^2y}</math> равна:</p>	<p>1) <math>2xy - \cos xy + 2e^{x^2y}</math>  2) <math>x^2 - x \cos xy + 2e^{x^2y}</math>  3) <math>x^2 + e^{x^2y}</math> 4) <math>x^2 - y \sin xy + e^{x^2y}</math>  5) <math>2xy - y \cos xy + e^{x^2y}</math></p>
<p>22. Укажите уравнение с разделяющимися переменными:</p>	<p><math>\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{y}</math>  1) <math>\frac{dx}{y} = \frac{x+y}{y}</math> 2) <math>x^2 dx = y dy</math>  3) <math>(x+y) dy = (x-y) dx</math>  4) <math>(x+1) dx = (x-y) dy</math>  5) <math>y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}</math></p>
<p>23. Для ДУЧП <math>u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - 1 = 0</math> каноническая квадратичная форма имеет вид:</p>	<p>1) <math>\lambda_1^2 + \lambda_2^2</math> 2) <math>\lambda_1^2 - \lambda_1^2</math> 3) <math>-\lambda_1^2 - \lambda_1^2</math>  4) <math>\lambda_1^2</math> 5) <math>-\lambda_1 \lambda_2</math></p>

<p>24. Дифференциальным уравнением в частных производных является</p>	<p>1. <math>\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 + y^2}</math>  2. <math>x^2 dx + z^2 = 0</math>  3. <math>x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z</math></p>
<p>25. Уравнение колебания струны</p>	<p>1. <math>\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}</math>  2. <math>\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}</math>  3. <math>\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial u}{\partial x}</math></p>
<p>26. Указать дифференциальное уравнение второго порядка</p>	<p>1. <math>u^2 + x^2 = 4</math>  2. <math>u^2 + \frac{\partial u}{\partial x} = x^2</math>  3. <math>\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0</math></p>
<p>27. Какие условия для функции <math>u(x, t)</math> являются начальными</p>	<p>1. <math>u(1; t) = f(t)</math>  2. <math>u(x, 0) = f(x)</math></p>

	$3. \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right _{x=1} = f(t)$
<p>28. Найти функцию <math>u(x,y)</math>, удовлетворяющую уравнению</p> $\frac{\partial u}{\partial y} = 3$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>u(x,y) = 3y + \varphi(x)</math></li> <li>2. <math>u(x,y) = 3x + \varphi(y)</math></li> <li>3. <math>u(x,y) = 3y + C</math></li> </ol>
<p>29. Согласно методу Фурье решение дифференциального уравнения теплопроводности находят в виде</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>u(x,t) = \frac{X(x)}{T(t)}</math></li> <li>2. <math>u(x,t) = X(x)T(t)</math></li> <li>3. <math>u(x,t) = xt</math></li> </ol>
<p>30. Решить задачу о собственных значениях (задачу Штурма-Лиувилля)</p> $X'' + \lambda X = 0, \quad X(0) = 0, \quad X(l) = 0$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>X(x) = A \cos \sqrt{\lambda}x + B \sin \sqrt{\lambda}x</math></li> <li>2. <math>X(x) = A + B e^{-\sqrt{\lambda}x}</math></li> <li>3. <math>\lambda_n = \frac{\pi^2 n^2}{l^2}, X_n(x) = B \sin \frac{\pi n}{l} x, n = 1, 2, \dots</math></li> </ol>
<p>32. Уравнение теплопроводности для стационарного случая</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}</math></li> <li>2. <math>\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0</math></li> <li>3. <math>\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0</math></li> </ol>
<p>33. Уравнение гиперболического типа</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>u_{xx} - u_{yy} = F</math></li> <li>2. <math>u_{xx} + u_{yy} = F</math></li> <li>3. <math>u_{xx} = F</math></li> </ol>

## 4.2. Типовые вопросы, выносимые на зачет

1. Основные понятия о методах математической физики (МФ). Математические модели физических объектов.
2. Уравнения математической физики. Дифференциальные уравнения в частных производных. Основные понятия и определения. Основные типы уравнений математической физики. Корректность постановок задач МФ.
3. Вывод волнового уравнения (уравнения колебаний струны). Вид уравнения колебаний мембраны.
4. Решение уравнения колебаний струны методом Фурье.
5. Вывод уравнения распространения теплоты в стержне. Уравнение теплопроводности. Краевая задача. Распространение теплоты в пространстве.
6. Решение задачи теплопроводности в неограниченном стержне методом Фурье. Интеграл Пуассона.
7. Распространения теплоты в ограниченном стержне.
8. Уравнение Лапласа. Стационарное распределение температуры в однородном теле. Типы краевых задач.
9. Решение задачи Дирихле для кольца. Уравнение Лапласа в цилиндрической системе координат.
10. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона в полярной системе координат.
11. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом конечных разностей.
12. Классификация уравнений МФ (однородные, неоднородные; линейный, квазилинейные; порядок уравнения).
13. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка в частных производных. Соответствующее уравнение.
14. Приведение дифференциального уравнения второго порядка к каноническому виду. Уравнение характеристик
15. Понятие дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП).
16. Классификация ДУЧП по форме.
17. Вывод волнового уравнения.
18. Вывод уравнения теплопроводности.
19. Классификация ДУЧП 2-го порядка по типам.
20. Понятие краевых задач для уравнений математической физики.
21. Начальные и граничные условия для основных ДУЧП 2-го порядка; 1-я, 2-я и 3-я краевые задачи.
22. Краевые задачи без начальных условий.
23. Краевые задачи без граничных условий.
24. Краевые задачи на полубесконечной прямой.
25. Метод Даламбера решения ДУЧП.
26. Метод Фурье решения ДУЧП.
27. Задача о колебании струны.
28. Уравнение теплопроводности. Функция температурного влияния мгновенного точечного источника тепла.

29. Общее решение 1-й краевой задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности.
30. Фундаментальное решение. Общее решение 1-й краевой задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями.
31. Решение полной 1-й краевой задачи для уравнения теплопроводности.
32. Решение задачи Коши (без граничных условий) для уравнения теплопроводности.
33. Решение 1-й краевой задачи на бесконечной прямой для уравнения теплопроводности.
34. Решение 1-й краевой задачи на полубесконечной прямой для уравнения теплопроводности.
35. Интеграл Пуассона.
36. Постановки краевых задач для уравнений эллиптического типа. Примеры.
37. Законы Фурье.
38. Уравнение Лапласа в полярной, цилиндрической, сферической системах координат.

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование, математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев 2023



## 1. Общие положения

**Цель изучения дисциплины** – дать современные теоретические знания в области уравнений математической физики и практические навыки в решении и исследовании основных типов дифференциальных уравнений с частными производными, ознакомить студентов с начальными навыками математического моделирования

**Основными задачами дисциплины являются**

- формирование представления о теоретических основах методов математической физики;
- ознакомление с областью применения и современными достижениями математической физики;
- развитие практические навыки по составлению математических моделей простейших физических систем, решению дифференциальных уравнений в частных производных.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### Практическое занятие 1.

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 1. Классификация, канонические формы и методы решения уравнений и краевых задач математической физики: Задача Штурма-Лиувилля.

Продолжительность занятия – 2 ч.

### Практическое занятие 2.

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 2. Уравнения гиперболического типа: Формула Даламбера. Формула Кирхгофа

Продолжительность занятия – 2 ч.

### Практическое занятие 3.

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 2. Уравнения гиперболического типа: Метод спуска. Формула Пуассона.

Продолжительность занятия – 2 ч.

### Практическое занятие 4.

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 3. Уравнения эллиптического типа: Первая смешанная задача для волнового уравнения на отрезке, в прямоугольнике, в круге.

Продолжительность занятия – 2 ч.

#### **Практическое занятие 5.**

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 3. Уравнения эллиптического типа: Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в кольце.

Продолжительность занятия – 2 ч.

#### **Практическое занятие 6.**

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 4. Уравнения параболического типа: Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в шаровом слое.

Продолжительность занятия – 2 ч.

#### **Практическое занятие 7.**

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 4. Уравнения параболического типа: Решение задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца в круге.

Продолжительность занятия – 2 ч.

#### **Практическое занятие 8.**

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 5. Обобщенные решения: Метод Фурье при решении задач Дирихле, Неймана для «хороших» областей. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Продолжительность занятия – 2 ч.

### **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Не предусмотрено учебным планом.

#### 4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

#### Объем времени и виды самостоятельной работы

Виды самостоятельной работы	Очная форма обучения
	Всего академических часов
Всего часов на самостоятельную работу	40
Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	10
Подготовка к практическим занятиям	10
Подготовка к зачету	20

#### Вопросы для самостоятельной работы

1. Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения.
2. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных.
3. Основные модели математической физики.
4. Уравнение продольных колебаний стержня.
5. Уравнение колебаний мембраны.
6. Распространение тепла в пространстве.
7. Потенциальное течение жидкости.
8. Метод разделения переменных в задаче Дирихле.
9. Разностные схемы решения уравнений математической физики.
10. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных.
11. Решение уравнений математической физики на основе теории тригонометрических рядов Фурье;
12. Решение уравнений математической физики методом разделения переменных;
13. Распространение тепла в пространстве. Стационарное тепловое поле.
14. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных.
16. Уравнение диффузии.

## **5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной формы обучения**

### **5.1. Требования к структуре**

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями  $m$  и  $n$ , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

### **5.2. Требования к оформлению**

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.

2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.

3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.

5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.

Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к итоговому зачету не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на итоговый зачет.

## **6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Карчевский М. М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие для вузов / М. М. Карчевский. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 164 с. — ISBN 978-5-8114-9481-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195495>

2. Лесин В.В. Уравнения математической физики: Учебник. - 1. - Москва; Москва: ООО "КУРС": ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2020. - 240 с. - ISBN 9785906818614. - Электронная программа (визуальная). Электронные данные: электронные. URL: <http://znanium.com/go.php?id=961832>

### **Дополнительная литература:**

1. Сахарова Л. В. Уравнения математической физики: учебное пособие / Л.В. Сахарова, М.Б. Стрюков; Министерство образования и науки Российской Федера-

ции; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). - Ростов-на-Дону: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2018. - 104 с.: схем., табл. - ISBN 978-5-7972-2534-8. - Текст (визуальный): непосредственный.

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=568601>

2. Титов К. В. Уравнения математической физики. Практикум. Компьютерные технологии решения задач: Учебное пособие. - 1. - Москва; Москва: Издательский Центр РИОР: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 262 с. - ISBN 978-5-369-01812-5. - Электронная программа (визуальная). Электронные данные: электронные. URL: <http://znanium.com/go.php?id=1023989>

3. Торшина О. А. Уравнения математической физики: Учебное пособие / Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова. - 1. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2020. - 59 с. - ISBN 978-5-16-108561-5. URL: <http://znanium.com/go.php?id=1089483>

## **7.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

## **8.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*