



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. проректора**

**А.В. Троицкий**

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023г.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02. Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование. Математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

**Автор: Бугай И.В. Рабочая программа дисциплины: Комплексный анализ. – Королев МО: «Технологический Университет», 2023г.**

Рецензент: к.ф.-м.н. доцент Кузина Т.С.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом МГОТУ. Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 			
Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания кафедры	№8 от 15.03.2023			

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО \_\_\_\_\_  И.В. Бугай, к.т.н., доцент

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023			

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

**Целью** изучения дисциплины являются:

- ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы комплексного анализа;
- получение обучающимися знаний по теории функций комплексного переменного, необходимых для понимания её приложений к математическим и прикладным дисциплинам;
- ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

### **общефессиональные компетенции (ОПК):**

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3).

**Основными задачами дисциплины** являются:

1. ознакомление студентов с методами теории функций комплексного переменного, которые нашли весьма широкое и эффективное применение при решении большого круга задач механики и физики;
2. овладение студентами необходимым математическим аппаратом комплексного анализа.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

### **Необходимые знания:**

- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.

- базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности;

### **Необходимые умения:**

- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

- решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой;

### **Трудовые действия:**

- владеть возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;

- практическим опытом исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина базируется на дисциплинах: «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» и компетенциях: ОПК-1, ОПК-3, ПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для изучения дисциплин: «Нечеткая логика», «Моделирование систем массового обслуживания», «Теория случайных процессов» и др., и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 2. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

**Таблица 1**

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр второй	Семестр третий	Семестр четвертый	Семестр пятый
Общая трудоемкость	144			144		
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>						
Аудиторные занятия	48			48		
Лекции (Л)	16			16		
Практические занятия (ПЗ)	32			32		
Лабораторные работы (ЛР)	-			-		
Практическая подготовка	-			-		
Самостоятельная работа	60			60		
Курсовые работы (проекты)	-			-		
Расчетно-графические работы	-					
Контрольная работа	+			-		
Текущий контроль знаний	Тест			Тест		
Вид итогового контроля	Экзамен			Экзамен		
<b>ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ</b>						

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Практическая подготовка	Код компетенций
Тема 1. Комплексные числа	2	4	2	-	ОПК – 1 ОПК-3
Тема 2. Функции комплексного переменного	2	6	2	-	ОПК – 1 ОПК-3
Тема 3. Интегрирование функции комплексного переменного	4	8	4	-	ОПК – 1 ОПК-3
Тема 4. Ряды комплексной области	4	8	2	-	ОПК – 1 ОПК-3
Тема 5. Вычеты	4	6	2	-	ОПК – 1 ОПК-3
<b>Итого:</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>12</b>	-	

### 4.2. Содержание тем дисциплины

#### Тема 1. Комплексные числа

Определение комплексного числа. Действия с комплексными числами. Аксиомы действительных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Формула Муавра. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка. Задание кривых и областей на комплексной плоскости. Окрестности точек плоскости.

#### Тема 2. Функции комплексного переменного

Комплексная переменная. Предел последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей. Определение области. Односвязные и многосвязные области. Окрестность точки. Понятие функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.

Понятие элементарной функции. Степенная функция. Целая рациональная функция. Дробная рациональная функция. Показательная функция. Тригонометрические функции. Гиперболические функции. Примеры.

Функция. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Обратные тригонометрические функции. Обратные гиперболические функции.

Производная и дифференциал функции комплексной переменной. Основные правила дифференцирования. Условия Коши-Римана. Нахождение регулярной функции по её вещественной (или мнимой) части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

### **Тема 3. Интегрирование функции комплексного переменного**

Определение интеграла от функции комплексной переменной. Основные свойства и вычисление интеграла. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Независимость контурного интеграла регулярной функции от пути. Первообразная и неопределённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.

Формула Коши. Интеграл типа Коши. Теорема о среднем для регулярной функции. Принцип максимума модуля. Теорема Лиувилля.

### **Тема 4. Ряды комплексной области**

Общие свойства рядов с комплексными членами. Функциональные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана.

Нули и особые точки. Примеры разложений функций в ряд Лорана. Понятие аналитического продолжения.

### **Тема 5. Вычеты**

Определение и формулы вычисления вычетов. Основная теорема теории вычетов. Вычисление определённых интегралов с помощью вычетов.

Лемма Жордана и её применение к вычислению определённых интегралов. Логарифмическая производная и логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

## **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

## **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Комплексный анализ» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

## **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Половинкин Е. С. Теория функций комплексного переменного: учебник / Е.С. Половинкин. — Москва: ИНФРА-М, 2018. — 254 с. — (Высшее образование:

Бакалавриат). — [www.dx.doi.org/10.12737/6014](http://www.dx.doi.org/10.12737/6014). - ISBN 978-5-16-106273-9. - Текст: электронный. —

URL: <https://znanium.com/catalog/product/945532>

2. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник для вузов / И. И. Привалов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 402 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14313-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468294>

3. Бугай И.В. Комплексный анализ: Курс лекций. - Королев МО: МГОТУ, 2017. - 68 с. - ISBN 978-5-91730-752-7.

#### **Дополнительная литература:**

1. Чуешев В.В. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие: в 4 частях: [16+] / В.В. Чуешев, Н.А. Чуешева; Кемеровский государственный университет. — Изд. 3-е, испр. и доп. — Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2018. — Ч. 1. — 154 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. —

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572683>

2. Исаченко Н.А. Комплексный анализ в примерах и упражнениях: интегралы и вычеты: [16+] / Н.А. Исаченко; г.у. Омский. — Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2019. — 120 с.: ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575792>

3. Чуешев В. В. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие: [16+] / В. В. Чуешев, Н. А. Чуешева; Кемеровский государственный университет. — 3-е изд., исправ. и доп. — Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2020. — Ч. 2. — 162 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600355>

4. Соколенко Е.В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление: учебное пособие / Е.В. Соколенко; Северо-Кавказский федеральный университет. — Ставрополь: Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. — 199 с.: табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494812>

### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

#### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран);
- доской для письма мелом или маркерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов;
- комплект записей лекций для дистанционного обучения.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук),
- демонстрационными материалами (наглядными пособиями);
- доской для письма мелом или фломастерами;

### **Прочее:**

- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочие места обучающихся, оснащенные компьютером с доступом в Интернет.



*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ  
«КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование, математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

**Королев  
2023**

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся приобретает:		
				Необходимые знания	Необходимые умения	Трудовые действия
1.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Тема 1-5.	- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
2.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Тема 1-5.	- базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	- решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.	- практическим опытом исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ОПК-1, ОПК-3	Тест	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 90% правильных ответов</p> <p>Б) <b>частично сформирована:</b> •компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 70% правильных ответов; •компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – от 51% правильных ответов;</p> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – менее 50% правильных ответов</p>	<p>Проводится письменно</p> <p>Время, отведенное на процедуру – 30 мин.</p> <p>Неявка 0 баллов.</p> <p>Критерии оценки определяются процентным соотношением.</p> <p>Неудовлетворительно – менее 50% правильных ответов.</p> <p>Удовлетворительно – от 51% правильных ответов.</p> <p>Хорошо – от 70%.</p> <p>Отлично – от 90%.</p> <p>Максимальная оценка – 5 баллов.</p>
	письменная работа	<p>А) <b>полностью сформирована</b> <b>5 баллов</b></p> <p>Б) <b>частично сформирована</b> <b>3-4 балла</b></p> <p>С) сформировано менее 30% <b>1-2 балла</b></p> <p>Д) не сформирована <b>0 балла</b></p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл)</li> <li>Умение применить выбранный метод (1 балл)</li> <li>Логический ход решения правильный, но имеются арифметические в расчетах (1 балл)</li> <li>Решение задачи и получение правильного результата (2 балла)</li> <li>Задача не решена вообще (0 баллов)</li> </ol> <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p>
	Выполнение контрольной работы	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) <b>частично сформирована:</b> •компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 4 балла; •компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – 3 балла;</p> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по дисциплине для данного вида.</p>

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 3.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Некоторым вопросам может соответствовать несколько вариантов ответа.

1. Если  $z_1=2-3i$ ,  $z_2=4-i$ , то  $w=(z_1+2z_2)(z_2-3z_1)$  равно:

- 1)  $-60-90i$ ;
- 2)  $40-90i$
- 3)  $20+90i$ ;
- 4)  $-100+50i$ .

2. Модуль и аргумент комплексного числа  $z=-2+2\sqrt{3}i$  соответственно равны:

- 1)  $4, \pi/3$ ;
- 2)  $12, 2\pi/3$ ;
- 3)  $16, -\pi/3$ ;
- 4)  $4, 2\pi/3$ .

3. Число  $-1-i$  в тригонометрической форме имеет вид:

- 1)  $-\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ ,
- 2)  $\sqrt{2}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$ ,
- 3)  $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$ ,
- 4)  $(\cos \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{4})$ .

4. Комплексное число  $z=i^3+1$  в показательной форме имеет вид:

- 1)  $e^{\frac{3\pi}{2}i}$ ,
- 2)  $-\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ ,
- 3)  $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}i}$ ,
- 4)  $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$

5. Даны комплексные числа:  $z_1=1-\sqrt{2}\cdot i$ ,  $z_2=1+\sqrt{2}\cdot i$ . Из следующих

равенств  $a) \arg z_1 = -\frac{\pi}{4}$ ;  $b) |z_1 z_2| = 3, \arg(z_1 z_2) = 0$ ;  $c) |z_1 z_2| = 0$ ;  $d) \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = 1$ .

верными являются:

- 1)  $b), d)$ ;
- 2)  $a), b), d)$ ;
- 3)  $a), b)$ ;

4) c), d);

6. Если  $z_1=1-i$ ,  $z_2=4-2i$ , то  $w = \frac{10z_1}{z_2 - z_1}$  равно:

- 1)  $2-4i$ ;
- 2)  $4-2i$ ;
- 3)  $3-4i$ ;
- 4)  $10(2-4i)$ .

7. Модуль и аргумент комплексного числа  $z = e^{2-i\pi}$  соответственно равны:

- 1)  $2, -\pi$ ;
- 2)  $e^2, -\pi$ ;
- 3)  $e^2, e^{-i\pi}$ ;
- 4)  $2, \pi$ .

8. Гиперболический синус  $shz$  выражается через экспоненты по формуле:

- 1)  $(e^{iz}-e^{-iz})/2i$ ,
- 2)  $0,5(e^z+e^{-z})$
- 3)  $0.5(e^{iz}+e^{-iz})$ ,
- 4)  $0.5(e^z-e^{-z})$

9. Реальная часть функции  $w = z^2 - 3z$  равна:

- 1)  $x^2 - y^2 - 3x$ ;
- 2)  $x^2 + y^2 - 3x$ ;
- 3)  $x^2 + 2xy + y^2 - 3x$ ;
- 4)  $x^2 - 3x$ .

10. Если  $z = \frac{5i}{2-i}$ , то  $Im(z)$  равна:

- 1)  $2i$ ;
- 2)  $10i$ ;
- 3)  $2$ ;
- 4)  $10/3$ .

11. Если  $z=2-2i$ , то  $z^3$  равно:

- 1)  $16\sqrt{2} (1-i)$ ;
- 2)  $8i$ ;
- 3)  $-16(1+i)$ ;
- 4)  $8-8i$ ;

12.  $w'$  для функции  $w = 3iz - z^2$  имеет вид:

- 1)  $-2x+i(3-2y)$ ;
- 2)  $2y-2x-3+i(2y+3)$ ;
- 3)  $2y-3+i(2y+3)$ ;
- 4)  $2y+3+i(-2y-2x-3)$ .

13. Из указанных рядов  $a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-i}{3n^2+4}$ ,  $b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-4}{n^4+in}$ ,  $c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+i}{(1+i)^n}$ ,  $d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-i}{2n+3}\right)^n$

сходящимися являются:

- 1) b),c);
- 2) a), b),c);
- 3) c), d);
- 4) b), c), d).

14. Степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+2-i)^n}{(1+i)^{2n}}$  сходится в области:

- 1)  $|z+2-i| < 1$
- 2)  $|z+2-i| < 2$ ,
- 3)  $|z+2-i| < \sqrt{2}$ ,
- 4)  $|z+2-i| > 1$ .

15. Ряд Тейлора  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-2)^n$  функции  $f(z) = \frac{z^4 + 81}{z(z-2+i)}$  сходится в области:

- 1)  $|z| < 3$ ,
- 2) во всей плоскости, кроме  $0, 2-i$ ,
- 3)  $|z-2| < 2$ ,
- 4)  $|z-2| < 1$ .

16. Главная часть ряда Лорана  $\frac{-3}{(z-1)^2} + \frac{4}{(z-1)} + 2 - 4(z-1) + \dots$  имеет вид:

- 1)  $\frac{4}{(z-1)}$ ,
- 2)  $\frac{-3}{(z-1)^2} + \frac{4}{(z-1)}$ ,
- 3)  $2$ ,
- 4)  $2 - 4(z-1) + \dots$

17. Для функции  $f(z) = \frac{1}{z \cdot \cos z}$  точка  $z=0$

- 1) является полюсом,
- 2) является существенно особой точкой,
- 3) не является изолированной особой точкой,
- 4) является устранимой особенностью.

18. Лорановское разложения функции  $f(z) = \frac{z^{16}}{(z^2+9)^3}$  в проколотой

окрестности точки точки  $z=3i$  имеет вид:

- 1)  $c_{10}z^{10} + c_{11}z^{11} + \dots$ ,
- 2) содержит бесконечное число отрицательных степеней  $(z-3i)$  с ненулевыми коэффициентами,
- 3)  $c_{-6}(z-3i)^{-6} + c_{-5}(z-3i)^{-5} + \dots, c_{-6} \neq 0$ ,
- 4)  $c_{-3}(z-3i)^{-3} + c_{-2}(z-3i)^{-2} + \dots, c_{-3} \neq 0$ .

19. Вычет функции  $f(z) = \frac{z^2+4}{z+2}$  в точке  $z=-2$  равен:

- 1)  $2$ ,
- 2)  $8$ ,
- 3)  $16\pi i$ ,
- 4)  $0$ .

20. Интеграл  $\int_{|z|=2} \frac{zdz}{(z^2+9)(z+1)(z-3)}$  равен:

- 1)  $\pi i/20$ ,
- 2)  $0$ ,
- 3)  $2\pi i$ ,

4)  $\pi/20$ .

21. Вычет функции  $f(z) = \frac{i}{z^2 + 4}$  в точке  $z=2i$  равен:

- 1)  $i$ ,
- 2)  $-2\pi$ ,
- 3)  $0.25$ ,
- 4)  $0.5\pi i$ .

22. Интеграл  $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{(z-1+i)(z+2)}$  равен

- 1)  $\frac{2\pi i}{1-i}$ ,
- 2)  $\frac{2\pi i}{1+i}$ ,
- 3)  $\frac{1}{1+i}$ ,
- 4)  $0$ .

23. Если  $z_1=1+i$ ,  $z_2=3-2i$ , то  $w=(z_1+z_2)(z_2-2z_1)$  равно:

- 1)  $4-i$ ;
- 2)  $-17i$
- 3)  $4-4i$ ;
- 4)  $4-13i$ .

24. Модуль и аргумент комплексного числа  $z = -3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}i$  соответственно равны:

- 1)  $6, 5\pi/4$ ;
- 2)  $0, \pi/4$ ;
- 3)  $6\sqrt{2}, -\pi/4$ ;
- 4)  $9\sqrt{2}, 2\pi/3$ .

25. Комплексное число  $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$  в тригонометрической форме имеет вид:

- 1)  $2(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ ,
- 2)  $4(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ ,
- 3)  $2(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ ,
- 4)  $2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$ .

26. Комплексное число  $z = -2i^5 - 2$  в показательной форме имеет вид:

- 1)  $4e^{4\pi i}$ ,
- 2)  $2\sqrt{2}e^{4\pi i}$ ,
- 3)  $2\sqrt{2}e^{4\pi i}$ ,
- 4)  $2e^{4\pi}$ .

27. Даны комплексные числа:  $z_1 = 2i$ ,  $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot i$ . Из следующих

равенств  $a) \arg z_1 = \frac{\pi}{2}, \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2};$   $b) |z_2| = \sqrt{2}, \arg z_2 = \frac{7\pi}{4};$   $c) \arg \frac{z_1}{z_2} = \frac{\pi}{4}, \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = 1;$

$d) |z_2| = 2, \arg \frac{z_1}{z_2} = \frac{3\pi}{4}$  верным является:

- 1) a);
- 2) b);
- 3) c);
- 4) d);

28. Если  $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 1 - i,$  то  $w = \frac{z_2 - z_1}{z_2}$  равно:

- 1)  $3/2 - 5i/2;$
- 2)  $i;$
- 3)  $-3/2 - i/2;$
- 4)  $8/13 + i/13.$

29. Модуль и аргумент комплексного числа  $z = 3e^{2-i\pi/3}$  соответственно равны:

- 1)  $3e^2, -\pi/3;$
- 2)  $3, -\pi/3;$
- 3)  $3e^2, e^{-i\pi/3};$
- 4)  $3, 2 - i\pi/3.$

30. Тригонометрический синус  $\sin z$  выражается через экспоненты по формуле:

- 1)  $(e^{iz} - e^{-iz})/2i,$
- 2)  $0,5(e^z + e^{-z})$
- 3)  $0,5(e^{iz} + e^{-iz}),$
- 4)  $0,5(e^z - e^{-z})$

31. Мнимая часть функции  $w = iz^2 + z$  равна:

- 1)  $x^2 - y^2 + y;$
- 2)  $x^2 + y^2 + x;$
- 3)  $-2xy + x;$
- 4)  $2xy + x.$

32. Если  $z = \frac{5i}{2-i},$  то  $Re(\bar{z})$  равна:

- 1) 5;
- 2) -1;
- 3) 1;
- 4) -2.

33. Если  $z = \sqrt{3} - i,$  то  $z^4$  равно:

- 1)  $128(1 - \sqrt{3}i);$
- 2) 10;
- 3)  $-16(\sqrt{3} + i);$
- 4)  $-8(1 + \sqrt{3}i);$

34.  $w'$  для функции  $w = 2iz^2 - 4z$  имеет вид:

- 1)  $4x - 4 + i4x;$
- 2)  $-4((y+1) - ix);$
- 3)  $4x - 4y - 4 + i(4x - 4);$
- 4)  $4y - 4 + i(4y - 4).$



35. Из указанных рядов  $a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n}{n^4+4}$ ,  $b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-i}{5n+i}$ ,  $c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-i)^n}{(1+i)^{2n}}$ ,  $d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n+i}\right)^n$

расходящимися являются:

- 1)  $a), d)$ ;
- 2)  $b), c)$ ;
- 3)  $c)$ ;
- 4)  $b), c), d)$ .

36. Ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3-4i)^n(n-i)}{(z-3+2i)^n}$  сходится в области:

- 1)  $|z-3+2i| < 5$ ,
- 2)  $|z-3+2i| < 1$ ,
- 3)  $|z-3+2i| > 5$ ,
- 4)  $|z-3+2i| > 25$ .

37. Ряд Тейлора  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(z+1)^n$  функции  $f(z) = \frac{z^5}{(z-1)(z-2i)}$  сходится в области:

- 1)  $|z| < 1$ ,
- 2) во всей плоскости, кроме  $1, 2i$ ,
- 3)  $|z-2i| < 2$ ,
- 4)  $|z+1| < 2$ .

38. Главная часть ряда Лорана  $\frac{3}{(z+5)} + 1 - 2(z+5) + \dots$  имеет вид:

- 1)  $\frac{3}{(z+5)} + 1$ ,
- 2)  $1 - 2(z+5)$ ,
- 3)  $\frac{3}{(z+5)}$ ,
- 4)  $-2(z+5) + \dots$

39. Главная часть Лорановского разложения функции  $f(z) = \frac{\sin z}{z^2+4}$  в

проколотой окрестности точки  $2i$

- 1) содержит бесконечно много ненулевых членов,
- 2) содержит только один член,
- 3) содержит только два члена,
- 4) отсутствует.

40. Ряд Лорана функции  $f(z) = \frac{z^7+1}{(z+4i)^2}$  в проколотой окрестности точки

$z = -4i$  имеет вид:

- 1)  $c_{-2}(z+4i)^{-2} + c_{-1}(z+4i)^{-1} + \dots, c_{-2} \neq 0$ ,
- 2) содержит бесконечное число отрицательных степеней  $(z+4i)$  с ненулевыми коэффициентами,
- 3)  $c_5z^5 + c_4z^4 + \dots$ ,
- 4)  $c_{-1}(z-3i)^{-1} + c_0 + \dots, c_{-1} \neq 0$ .

41. Вычет функции  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + 2 + \sin z$  в точке  $z=1$  равен :

- 1) -1 ,
- 2) 1 ,
- 3) 2 ,
- 4) 0.

42 Интеграл  $\int_{|z+1|=1} \frac{z^2 dz}{(z^2-1)(z+0.5i)}$  равен:

- 1)  $\frac{\pi i}{1-0.5i}$ ,
- 2)  $\frac{\pi i}{1+0.5i}$ ,
- 3)  $\frac{-2\pi i}{1+0.5i}$ ,
- 4)  $\frac{1}{2-i}$ .

43 Вычет функции  $f(z) = \frac{2i-1}{(z-1)(z^2+4)}$  в точке  $z=2i$  равен

- 1)  $-0.25i$ ,
- 2) 1,
- 3) 0.125,
- 4)  $2\pi i$ .

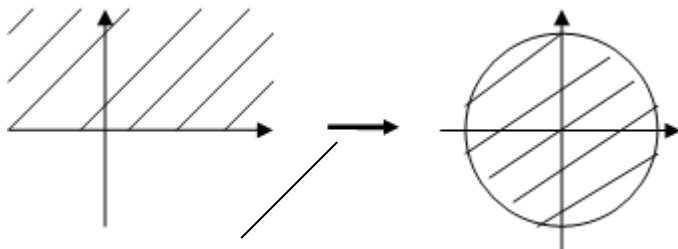
44. Интеграл  $\oint_{|z+1|=2} \frac{4z dz}{(z^2-4)(z+2i)}$  равен

- 1) 0,
- 2)  $0.5(1-i)$ ,
- 3)  $\pi(1-i)$ ,
- 4)  $\pi(1+i)$ .

### 3.2 Тематика письменной работы:

1. Вычислить  $\sqrt{3-4i}$

2. Отобразить полуплоскость в единичный круг



3. Разложить функцию в ряд Лорана  $f(z) = \frac{1}{z(2-z)}$

4. Найти количество нулей, которые имеет функция  $w = z^5 + z^2 - z + 1$  в круге  $|z| < 2$ .

5. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

### 3.3 Задания контрольной работы:

1. Найти модуль и аргумент:

$$Z = \frac{|(-1)^n \cdot 7| + 3i}{|(-1)^{n+1} \cdot (15 - n)|i - 1}$$

2. Найти аналитическую функцию, если известно:

$$u(x, y) = X^3 - 3Xy^2 - x$$

3. Вычислить интеграл в заданных областях:

$$\int_C \frac{dz}{z^2 + 9} \quad C: |z+2i| = 2; \quad C: |z| = 7$$

4. Разложить в ряд Лорана:

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2+z-2} \quad 1 < |z| < 2$$

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Комплексный анализ» являются две текущие аттестации в форме тестов, итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенции, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графика учебного процесса	Тестирование 1, 2	ОПК-1 ОПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 30 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично - от 90%.
Согласно графика учебного процесса	Экзамен	ОПК-1 ОПК-3	3 вопроса	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответов на вопросы. Время, отведенное на процедуру - 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на

						<p>практических занятиях;  знание основных научных теорий, изучаемых предметов;  ответ на вопросы билета.</p> <p><b>«Хорошо»:</b>  •знание основных понятий предмета;  •умение использовать и применять полученные знания на практике;  •работа на практических занятиях;  •знание основных научных теорий, изучаемых предметов;  •ответы на вопросы билета</p> <p><b>«Неправильно решено практическое задание «Удовлетворительно»:</b>  демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;  незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике;  не работал на практических занятиях;</p> <p><b>«Неудовлетворительно»:</b>  демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;  незнание основных понятий предмета;  неумение использовать и применять полученные знания на практике;  не работал на</p>
--	--	--	--	--	--	--

						практических занятиях; не отвечает на вопросы.
--	--	--	--	--	--	---

#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на экзамен

1. Функции комплексного переменного.
2. Понятие аналитической функции.
3. Интегрирование функции комплексного переменного.
4. Теорема Коши. Ряды Тейлора и Лорана.
5. Вычеты и их приложения.
6. Условия дифференцируемости.
7. Дифференцирование степенных рядов.
8. Понятие аналитической функции.
9. Гармоническая функция.
10. Линейная и дробно-линейная функции.
11. Степенная функция и радикал.
12. Понятие римановой поверхности.
13. Показательная и логарифмическая функции.
14. Степень с произвольным показателем.
15. Функции Жуковского.
16. Круговые и обратные круговые функции.
17. Интегрирование функции комплексного переменного.
18. Интеграл функции комплексного переменного по кусочно-гладкому пути.
19. Теорема Коши.
20. Первообразная и интеграл.
21. Интегральное определение логарифмической функции.
22. Изолированные особые точки.
23. Вычеты.

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование, математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

**Королев  
2023**

## 1. Общие положения

### Целью изучения дисциплины является

- ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы комплексного анализа;
- получение обучающимися знаний по теории функций комплексного переменного, необходимых для понимания её приложений к математическим и прикладным дисциплинам;
- ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

### Задачи дисциплины:

1. ознакомление студентов с методами теории функций комплексного переменного, которые нашли весьма широкое и эффективное применение при решении большого круга задач механики и физики;
2. овладение студентами необходимым математическим аппаратом комплексного анализа.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### Тема 1. Комплексные числа

*Практическое занятие 1.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действия с комплексными числами

*Продолжительность занятия – 4 ч.*

### Тема 2. Функции комплексного переменного

*Практическое занятие 2.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексного переменного.

*Продолжительность занятия – 6 ч.*

### Тема 3. Интегрирование функции комплексного переменного

*Практическое занятие 4.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Измеримые функции, действия над ними. Интегрирование ступенчатых функций. Свойства интеграла.  
*Продолжительность занятия – 8 ч.*

#### **Тема 4. Ряды комплексной области**

*Практическое занятие 5.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Степенные ряды. Ряд Тейлора

*Продолжительность занятия – 4 ч.*

#### **Тема 4. Ряды комплексной области**

*Практическое занятие 6.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Ряд Лорана. Особые точки функции комплексного переменного

*Продолжительность занятия – 4 ч.*

#### **Тема 5. Вычеты**

*Практическое занятие 7.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Логарифмический вычет. Принцип аргумента.

*Продолжительность занятия – 4 ч.*

#### **Тема 5. Вычеты**

*Практическое занятие 8.*

*Вид практического занятия:* решение задач

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов.

*Продолжительность занятия – 2 ч.*

### **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Не предусмотрено учебным планом.

### **4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов**

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;



- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице:

**Объем времени и виды самостоятельной работы**

Виды самостоятельной работы	Очная форма обучения
	Всего академических часов
Всего часов на самостоятельную работу	<b>60</b>
Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	15
Подготовка к практическим занятиям	15
Выполнение контрольной работы	10
Подготовка к экзамену	20

### **Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение**

1. Дать определение метрического пространства
2. Понятие полного и неполного метрического пространства.
3. Замкнутые, открытые, ограниченные, неограниченные, связные, несвязные подмножества метрических пространств.
4. Отображения метрических пространств. Изоморфизм, гомоморфизм
5. неподвижная точка. Сжимающие отображения
6. неподвижные точки сжимающих отображений.
7. Понятие меры на конечных множествах.
8. Интегрирование функций по мере на конечных множествах.
9. Нормированные пространства, определение и основные примеры.
10. Эквивалентные нормы. Эквивалентность норм в конечномерных пространствах.
11. Понятие банахова пространства.
12. Гильбертовы пространства.
13. Ортогональные системы элементов.
14. Замкнутая ортонормированная система элементов (определение, сходимость ряда Фурье).

## **5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной формы обучения**

### **5.1. Требования к структуре**

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями  $m$  и  $n$ , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

## 5.2. Требования к оформлению

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.

2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.

3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.

5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.

Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к зачету (экзамену) не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на зачете (экзамене).

## 6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная литература:

1. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного: учебник / Е.С. Половинкин. — Москва: ИНФРА-М, 2018. — 254 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — [www.dx.doi.org/10.12737/6014](http://www.dx.doi.org/10.12737/6014). - ISBN 978-5-16-106273-9. - Текст: электронный. —

URL: <https://znanium.com/catalog/product/945532>

2. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник для вузов / И. И. Привалов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 402 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14313-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468294>

3. Бугай И.В. Комплексный анализ: Курс лекций. - Королев МО: МГОТУ, 2017. - 68 с. - ISBN 978-5-91730-752-7.

### Дополнительная литература:

1. Чуешев В.В. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие: в 4 частях: [16+] / В.В. Чуешев, Н.А. Чуешева; Кемеровский государственный университет. — Изд. 3-е, испр. и доп. — Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2018. — Ч. 1. — 154 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. —

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572683>

2. Исаченко Н.А. Комплексный анализ в примерах и упражнениях: интегралы и вычеты: [16+] / Н.А. Исаченко; г.у. Омский. – Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2019. – 120 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575792>

3. Чуешев В. В. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие: [16+] / В. В. Чуешев, Н. А. Чуешева; Кемеровский государственный университет. – 3-е изд., исправ. и доп. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2020. – Ч. 2. – 162 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600355>

Соколенко, Е.В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление: учебное пособие / Е.В. Соколенко; Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь: Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. – 199 с.: табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494812>

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*