



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора

А.В. Троицкий

«__» _____ 2023г.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ
«АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Программирование. Математическое моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

Автор: Кузина Т.С. Рабочая программа дисциплины: Аналитическая геометрия. – Королев МО: «Технологический Университет», 2023

Рецензент: к.ф.-м.н. доцент Борисова О.Н.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета. Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 			
Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания кафедры	№8 от 15.03.2023			

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО _____



И.В. Бугай, к.т.н., доцент

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023			

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Цели изучения дисциплины:

- обучить теоретическим основам и принципам математических расчетов, методике проведения доказательств;
- дисциплинировать мышление, сформировать научное мировоззрение и создать гибкий инструментарий для многих фундаментальных и прикладных дисциплин.

В процессе обучения обучающийся приобретает и совершенствует следующие компетенции:

общефессиональные компетенции (ОПК):

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

профессиональные компетенции (ПК):

- Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий (ПК-2).

Основными задачами дисциплины являются:

- изучить соответствующие математические понятия, определения, теоремы, правила и формулы аналитической геометрии;
- сформировать навыки решения математических задач, используя математические приемы, методы и алгоритмы при решении типовых задач и примеров;
- развивать умение использовать математические методы, математическое моделирование в исследовательской и практической деятельности.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

Необходимые знания:

- базовые знания, полученные в области математических или естественных наук, программирования или информационных технологий
- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;

Необходимые умения:

- находить, формулировать и решать стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

Трудовые действия:

- Обладает практическим опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике

- Обладает возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Аналитическая геометрия» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Изучение данной дисциплины базируется на дисциплинах до вузовской подготовки: «Алгебра» и «Геометрия».

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для изучения дисциплин: «Физика», «Геометрическое моделирование и компьютерная графика», «Методы скалярной и векторной оптимизации» и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для обучающихся очной формы составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр второй	Семестр третий	Семестр четвертый	Семестр пятый
Общая трудоемкость	108	108	-	-	-	-
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ						
Аудиторные занятия	48	48	-	-	-	-
Лекции (Л)	16	16	-	-	-	-
Практические занятия (ПЗ)	32	32	-	-	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-	-	-	-
Практическая подготовка						
Самостоятельная работа	60	60	-	-	-	-
Курсовые работы (проекты)	-	-	-	-	-	-
Расчетно-графические работы	-	-	-	-		
Контрольная работа	+	+	-	-	-	-
Текущий контроль знаний	Тест	Тест	-	-	-	-
Вид итогового контроля	Экзамен	Экзамен	-	-	-	-
ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ						

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Практическая подготовка	Код компетенций
Тема 1. Аналитическая геометрия на плоскости	4	8	3		ОПК-1 ПК-2
Тема 2. Элементы векторной алгебры	4	8	3		ОПК-1 ПК-2
Тема 3. Аналитическая геометрия в пространстве	4	8	3		ОПК-1 ПК-2
Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка.	4	8	3		ОПК-1 ПК-2
Итого:	16	32	12		

4.2. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Аналитическая геометрия на плоскости.

Системы координат. Различные виды задания уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Тема 2. Элементы векторной алгебры.

Понятие вектора как упорядоченного набора чисел. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Свойства. Области применения. Условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.

Тема 3. Аналитическая геометрия в пространстве.

Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Пересечение прямой и плоскости.

Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Оптические свойства эллипса, гиперболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Поверхности второго порядка.

5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
2. Практикум

6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Аналитическая геометрия» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. **Карчевский Е. М.** Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. — 2-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 424 с. — ISBN 978-5-8114-3223-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/109505>
2. **Беклемишев Д. В.** Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник/ Д. В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126146>
3. **Горлач Б. А.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 300 с. — ISBN 978-5-8114-2717-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99103>

Дополнительная литература:

1. **Привалов И. И.** Аналитическая геометрия: учебное пособие / И. И. Привалов. — 38-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-0518-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167778>.
2. **Клетеник Д. В.** Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие / Д. В. Клетеник; под редакцией Н. В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1051-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130489>.

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля) приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: *MS Office*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран);
- доской для письма мелом или маркерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов;
- комплект записей лекций для дистанционного обучения.

Практические занятия:

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук),
- демонстрационными материалами (наглядными пособиями);
- доской для письма мелом или фломастерами;

Прочее:

- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочие места обучающихся, оснащенные компьютером с доступом в Интернет.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ
«АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Программирование, математическое моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Необходимые знания	Необходимые умения	Трудовые действия
1.	ПК-2	Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	Тема 1-4.	Имеет базовые знания, полученные в области математических или естественных наук, программирования или информационных технологий	Находит, формулирует и решает стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Обладает практическим опытом исследовательской деятельности в математике и информатике
2.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Тема 1-4.	Имеет базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	Использует знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Обладает возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Критерии оценивания компетенции на различных этапах формирования и шкалы оценивания
ОПК-1 ПК-2	Тест	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 90% правильных ответов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 70% правильных ответов; •компетенция освоена на базовом уровне – от 51% правильных ответов; <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – менее 50% правильных ответов;</p>	<p>Проводится письменно</p> <p>Время, отведенное на процедуру –30 мин.</p> <p>Неявка 0 баллов.</p> <p>Критерии оценки определяются процентным соотношением.</p> <p>Неудовлетворительно – менее 50% правильных ответов.</p> <p>Удовлетворительно – от 51% правильных ответов.</p> <p>Хорошо – от 70%.</p> <p>Отлично – от 90%.</p> <p>Максимальная оценка – 5 баллов.</p>
	Выполнение контрольной работы	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла; <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по дисциплине для данного вида.</p>
	Задачи	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла; <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) 2. Умение применить выбранный метод (1 балл) 3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл) 4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла) 5. Задача не решена вообще (0 баллов) <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p> <p>Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено.</p> <p>Оценка проставляется в электронный журнал</p>

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1 Контрольные задания:

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра A и B . Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются по цифрам A и B из таблиц:

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

1. В треугольнике ABC с вершиной $A(m,n)$ известны уравнения высоты BB_1 :

$$2x - y + 2m + 3n - 4 = 0$$

и медианы CC_1 : $(n+1)x + (m+1)y - (2mn + 3n + 1) = 0$. Написать уравнения всех сторон треугольника ABC .

2. В пирамиде $ABCD$ с вершинами $A(-m,n,1)$, $B(n,m,0)$, $C(1,m,n)$, $D(n, -1,m+n)$ найти:

- угол между ребрами AB и AD ;
- угол между ребром AD и плоскостью ABC ;
- площадь основания ABC ;
- объем пирамиды;
- расстояние от вершины D до плоскости ABC .

Написать уравнение высоты, опущенной из вершины D на плоскость ABC , и уравнение плоскости ABC .

3. Определить тип кривой по заданным уравнениям:

$$m^2 x^2 - 2mx + y^2 + 2y + 1 = 0;$$

$$9x^2 + 36x - n^2 y^2 - 2ny + 37 = 0.$$

Привести уравнение к каноническому виду, построить кривую, найти координаты фокусов. Для эллипса и гиперболы определить эксцентриситет. Составить уравнения асимптот для гиперболы.

3.2. Тесты

1. Взаимное расположение прямых $4x - 2y - 6 = 0$ и $8x - 4y - 2 = 0$ на плоскости – прямые ...

- параллельны
- пересекаются
- перпендикулярны
- совпадают

2. Среди приведенных ниже уравнений указать уравнение эллипса

- $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
- $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- $y^2 = 2px$
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

**3. Пусть прямая задана нормальным уравнением: $x \sin \alpha + y \sin \alpha - p = 0$.
Верное утверждение:**

- а) Если OA – перпендикуляр, восстановлены из начала координат к прямой, то α — угол образованный перпендикуляром OA с осью Ox
- б) Если OA – перпендикуляр, восстановлены из начала координат к прямой, то α — длина этого перпендикуляра
- в) p — величина отрезка, отсекаемого прямой на оси Ox
- г) α — угол наклона прямой к положительному направлению оси Ox

4. Уравнение прямой, заданной точкой $A(2,1)$ и направляющим вектором $\vec{l} = \{3;5\}$

- а) $5x - 3y - 7 = 0$
- б) $3x + y - 7 = 0$
- в) $4x - 2y - 6 = 0$
- г) $6x - y - 11 = 0$

5. Уравнение прямой проходящей через точку $M(1;2)$ и образующей с осью Ox угол в 45° имеет вид ...

- а) $2x - y = 0$
- б) $3x - 2y + 1 = 0$
- в) $x - 2y + 3 = 0$
- г) $x - y + 1 = 0$

6. Прямая проходит через точки $O(0;0)$ и $B(-2;1)$. Тогда ее угловой коэффициент равен...

- а) $-\frac{1}{2}$
- б) -2
- в) $\frac{1}{2}$

7. Уравнение прямой, проходящей через точку $N(2;0;-1)$ перпендикулярно плоскости $2x + 3y - z + 5 = 0$, имеет вид...:

- А) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$
- Б) $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$
- В) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$
- Г) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{-z+1}{1}$

8. Расстояние между точками $A(1, 2)$ и $B(k, -2)$ равно 5 при k равном ...:

- а) 5
- б) 4
- в) 3
- г) -3

9. Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$, то длина ее действительной полуоси равна...

- а) 3
- б) 2
- в) 4
- г) 9

10. Нормальный вектор плоскости $x + 2y + z - 15 = 0$ имеет координаты...

А)(1;2;1) Б)(2;1;-15) В)(1;2;-15) Г)(1;1;-15)

11. Векторы $\vec{a}(4; 2k; -1)$ и $\vec{b}(-1; 1; 4)$ перпендикулярны, если k равно...:

а) -4 б) 4 в) 2 г) -2

12. Нормальный вектор плоскости $x - 4y - 8z - 3 = 0$ имеет координаты...:

а)(1;-4;8) б)(1;-4;-8) в)(-4;-8;-3) г)(1;-4;-3)

13. Уравнение прямой, проведенной из точки $N(2;0;-1)$ перпендикулярно плоскости $2x + 3y - z + 5 = 0$, имеет вид...:

$\frac{x+2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$ $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{-z+1}{1}$ $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$

14. Даны точки $A(2; 3)$ и $B(-6; 5)$. Тогда координаты середины отрезка AB равны...:

А)(-4; 1) Б)(-2; 8) В)(-4; 8) + Г)(-2; 4)

15. Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, то длина ее действительной полуоси равна...:

а)16 б) 3 в) 4 г) 9

16. Расстояние между точками $B(-3; -4)$ и $D(6; 8)$ равно...:

а)14 б) 15 в) 16 г) 17

17. Радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 2y = 0$, равен...:

а)2 б) 1 в) 4 г) 3

18. Координата x_0 точки $A(x_0; 1; 7)$, принадлежащей плоскости $5x + y - z + 1 = 0$, равна...:

а)3 б) 1 в) 4 г) 2

19. Даны точки $A(5; -8)$ и $B(-3; 4)$. Тогда ордината середины отрезка AB равна...:

а)2 б) -2 в) 6 г) -6

20. Угловой коэффициент прямой $6x + 2y - 5 = 0$ равен:

1) -3

2) 3

3) -6

4) 2

21. Даны уравнения прямых: 1) $x + y = 0$ 2) $x + y + 2 = 0$ 3) $2x + y + 2 = 0$ 4) $y = 3x + 125$

Выбрать те, которые проходят через начало координат

а) 1) и 4)

б) только 4)

в) только 3)

г) только 1)

д) только 2).

22. Пары прямых 1) $2y - 6x - 10 = 0$ и $3y - 9x + 4 = 0$ 2) $3y - 8x - 2 = 0$ и $16x - 6y + 4 = 0$

3) $y - 2x - 7 = 0$ и $x + 2y + 10 = 0$ 4) $y - 6x - 10 = 0$ и $y - 3x + 2 = 0$

а) параллельны

- b) пересекаются
- с) взаимно перпендикулярны
- d) совпадают.

23. Уравнение $Ax + By + C = 0$ определяет прямую, параллельную оси Oy , если:

- 1) $A = 0$
- 2) $B = 0$
- 3) $B = C = 0$
- 4) $A = C = 0$
- 5) $C = 0$.

24. Фокусами называются

- A) точки, лежащие на оси Oy на заданном расстоянии от начала координат;
- Б) точки, лежащие на оси Ox на заданном расстоянии от начала координат;
- В) точки, лежащие на заданном расстоянии от начала координат.

25. Не имеет центра симметрии:

- A) эллипс;
- Б) гипербола;
- В) парабола.

26. Эллипсом называется

- A) геометрическое место точек, для каждой из которых разность расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная;
- Б) геометрическое место точек, для каждой из которых сумма расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная;
- В) геометрическое место точек, для каждой из которых расстояние до данной точки (фокуса) равно расстоянию до данной прямой (директрисы).

27. Гиперболой называется

- A) геометрическое место точек, для каждой из которых разность расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная;
- Б) геометрическое место точек, для каждой из которых сумма расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная;
- В) геометрическое место точек, для каждой из которых расстояние до данной точки (фокуса) равно расстоянию до данной прямой (директрисы).

28. Параболой называется

- A) геометрическое место точек, для каждой из которых разность расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная;
- Б) геометрическое место точек, для каждой из которых сумма расстояний до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная;
- В) геометрическое место точек, для каждой из которых расстояние до данной точки (фокуса) равно расстоянию до данной прямой (директрисы).

29. Найдите координаты вектора AB , если $A(1; 3; 2)$ и $B(5; 8; 3)$

$x=6 \quad y=11 \quad z=5$

$x=4 \quad y=5 \quad z=1$

$x=3 \quad y=5 \quad z=2$

$x=-4 \quad y=-5 \quad z=-1$

30. Найдите квадрат длины вектора AB , если $A(2; -4; 0)$ и $B(9; 1; -1)$

70

75

65

60

31. Условие коллинеарности векторов $a = (ax, ay, az)$ и $b = (bx, by, bz)$ имеет

ВИД:

$$ax \cdot bx = ay \cdot by = az \cdot bz = k$$

$$ax + bx = ay + by = az + bz = k$$

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = k$$

32. Выберите векторы, коллинеарные вектору $a = (2; -3; -1)$

(5; 0; 2)

(8; 12; -4)

(-4; 6; 2)

(6; -9; -3)

33. Вектор образует с осями Ox , Oy и Oz углы α , β , γ соответственно.

Определите какие углы α , β , γ может составить вектор.

$$\alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 120^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 90^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ; \beta = 45^\circ; \gamma = 135^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 90^\circ$$

34. Скалярным произведением двух векторов $a = (ax, ay, az)$ и $b = (bx, by, bz)$ называется число, вычисляемое по формуле:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}| \cdot \text{Пр}_{\vec{b}} \vec{a}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{Пр}_{\vec{b}} \vec{a} \cdot \text{Пр}_{\vec{a}} \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$$

35. Найдите скалярное произведение $a = 2i - 5k$ и $b = i + 2j - 3k$

20

17

15

19

36. Даны векторы $a = (1; 3; -2)$ и $b = (-1; m; 4)$. При каком значении числа m $\vec{a} \perp \vec{b}$

2

4

3

-3

37. Упростите выражение $2i(3j - 4k - 5i)$

$$6j - 8k - 10i$$

$$-12$$

$$-10$$

10

38. Найдите квадрат модуля вектора $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c}$, где b и c – единичные векторы, составляющие угол 60° .

9

7

6

8

39. Найдите угол A треугольника с вершинами $A (-1; 3; 2)$, $B (3; 5; -2)$ и $C (3; 3; -1)$. Ответ выберите в виде $15\cos A$

12

13

14

16

40. Даны вектора $a = (4; -2; -6)$ и $b = (-3; 4; -12)$. Найдите $\text{Pr}_{\vec{b}} \vec{a}$

-4

4

5

-6

41. Векторным произведением двух векторов называется такой вектор $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ удовлетворяющий условиям:

$$\vec{c} \perp \vec{a}; \vec{c} \perp \vec{b}$$

a, b, c в указанном порядке образуют левую тройку векторов

a, b, c в указанном порядке образуют правую тройку векторов

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\widehat{(\vec{a}, \vec{b})})$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{(\vec{a}, \vec{b})})$$

42. Векторы коллинеарные тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно

1

-1

0

43. Длина векторного произведения векторов численно равна:

площади треугольника, построенного на векторах

площади параллелограмма, построенного на векторах

объему параллелепипеда

объему тетраэдра

44. Найдите $|\vec{a} \times \vec{b}|$, если $a = 3i - 3j$, $b = 2i - 3j - 2k$

10

9

11

8

45. Найдите $|\vec{a} \times \vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 10$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$

20

25

30

35

46. Упростите выражение $i \times (j+k) - j \times (i+k) + k \times (i+j+k)$ и выберите правильный ответ:

$2j - 2i$

$2k + 2j$

$2k - 2i$

47. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $a+3b$

и $3a+b$, если $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$

- 4
5
6
7

48. Смешанным произведением трёх векторов называется число, равное:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

$$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$$

49. Абсолютная величина смешанного произведения трех векторов численно равна _____, построенного на этих векторах.

площади параллелограмма

объему параллелепипеда

косинусу угла

Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Каждому вопросу соответствует один вариант ответа

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Аналитическая геометрия» являются две текущие аттестации в форме тестов. Итоговый контроль осуществляется в форме письменной экзаменационной работы.

Неделя текущего / промежуточного контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Проводится в сроки, установленные графиком образовательного процесса	Тестирование 1, 2	ОПК-1 ПК-2	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично - от 90%.
Проводится в сроки, установленные	Экзамен	ОПК-1 ПК-2	3 вопроса, задание	Экзамен проводится в письменной	Результаты предоставляются в день	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных

<p>енные графико м образова тельного процесса</p>				<p>форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.</p>	<p>проведения экзамена</p>	<p>понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Хорошо»: •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий, изучаемых предметов; •ответы на вопросы билета •неправильно решено практическое задание «Удовлетворительно »: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; Неудовлетворительн о»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
---	--	--	--	--	--------------------------------	---

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

4.1. Типовые вопросы, выносимые на экзамен

1. Системы координат.
2. Различные виды задания уравнения прямой на плоскости.
3. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми.
4. Расстояние от точки до прямой.
5. Понятие скалярного произведения векторов
6. Понятие смешанного произведения векторов
7. Понятие векторного произведения векторов
8. Каким свойством обладают два вектора, если их скалярное произведение равно нулю?
9. Каким свойством обладают два вектора, если их векторное произведение равно нулю?
10. Каким свойством обладают три вектора, если их смешанное произведение равно нулю?
11. Уравнение прямой на плоскости в отрезках
12. Параметрическое уравнение прямой на плоскости
13. Как найти координаты нормального вектора к прямой на плоскости по ее уравнению?
14. Какими способами можно задать прямую в пространстве?
15. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
16. Уравнение плоскости в отрезках
17. Уравнение плоскости, проходящей через три точки
18. Уравнение плоскости, перпендикулярной к данной прямой и проходящей через заданную точку
19. Как найти координаты нормального вектора к плоскости по ее уравнению?
20. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
21. Угол между плоскостями.
22. Угол между прямыми в пространстве.
23. Угол между прямой и плоскостью.
24. Расстояние от точки до плоскости.
25. Пересечение прямой и плоскости.
26. Длина вектора и угол между векторами.
27. Процесс ортогонализации конечного набора векторов.
28. Эллипс. Свойства
29. Парабола. Свойства
30. Гипербола. Свойства
31. Уравнение сферы
32. Эллипсоид. Свойства.
33. Параболоид. Свойства.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ
«АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Программирование, математическое моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Общие положения

Цели изучения дисциплины:

- обучить теоретическим основам и принципам математических расчетов, методике проведения доказательств;
- дисциплинировать мышление, сформировать научное мировоззрение и создать гибкий инструментарий для многих фундаментальных и прикладных дисциплин.

Задачи дисциплины:

- изучить соответствующие математические понятия, определения, теоремы, правила и формулы аналитической геометрии;
- сформировать навыки решения математических задач, используя математические приемы, методы и алгоритмы при решении типовых задач и примеров;
- развивать умение использовать математические методы, математическое моделирование в исследовательской и практической деятельности.

1. Указания по проведению практических занятий

Тема 1. Аналитическая геометрия на плоскости

Практическое занятие 1.

Практическое занятие 1-2.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 1. Аналитическая геометрия на плоскости

Основные положения темы занятия:

1. Простейшие задачи аналитической геометрии
 - а. Расстояние между 2 точками.
 - б. Деление отрезка в заданном соотношении.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 3-4.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 1. Аналитическая геометрия на плоскости

Основные положения темы занятия:

1. Виды задания уравнения прямой на плоскости
2. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 5-6.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 2. Элементы векторной алгебры

Основные положения темы занятия:

1. Понятие вектора как упорядоченного набора чисел.
2. Линейные операции над векторами.

Вопросы для обсуждения:

1. Характеристики вектора.
2. Проекция вектора. Свойства.
3. Действия над векторами.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 7-8.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 2. Элементы векторной алгебры

Основные положения темы занятия:

1. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Вопросы для обсуждения:

1. Свойства скалярного произведения
2. Свойства векторного произведения
3. Свойства смешанного произведения
4. Области применения произведений векторов

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 9-10.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Основные положения темы занятия:

- 1) Способы задания прямой и плоскости в пространстве
- 2) Общее уравнение плоскости.
- 3) Уравнение плоскости в отрезках.
- 4) Нормированное уравнение плоскости.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 11-12.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Основные положения темы занятия:

- 1) Угол между плоскостями.
- 2) Угол между прямыми в пространстве.
- 3) Угол между прямой и плоскостью.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 13-14.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка

Основные положения темы занятия:

1. Эллипс. Гипербола. Парабола.
2. Оптические свойства кривых.
3. Графики

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 15-16.

Вид практического занятия: смешанная форма практического занятия.

Образовательные технологии: самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

Тема и содержание практического занятия: Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка

Основные положения темы занятия:

Поверхности второго порядка:

1. Эллипсоид. Характеристики. График.
2. Гиперболоид. Характеристики. График.
3. Параболоид. Характеристики. График.

Продолжительность занятия – 4 ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

Цель самостоятельной работы: подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

Задачи самостоятельной работы:

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;

- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице:

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Количество часов	Перечень заданий
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	10	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 7.
2.	Подготовка к практическим занятиям	15	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
	Выполнение индивидуальной письменной работы	20	Выдается преподавателем каждому студенту индивидуально
	Подготовка к экзамену	15	Проработка лекций, практик, изучение рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
ИТОГО		60	

4.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение:

1. Центр кривой (поверхности) второго порядка.
2. Ось симметрии.
3. Плоскость симметрии.
4. Касательные плоскости поверхности.
5. Инварианты кривых и поверхностей второго порядка.
6. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
7. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
8. Асимптоты гиперболы и асимптотический конус гиперboloида.
9. Директориальное свойство кривых второго порядка.
10. Эксцентриситет и директриса кривой второго порядка.
11. Фокальный параметр кривой второго порядка.
12. Задание семейства кривых второго порядка с общим фокальным параметром.
13. Предельный переход между различными кривыми.
14. Уравнения кривых второго порядка в полярной системе координат.
15. Случай однополостного гиперboloида.
16. Случай гиперболического параболоида.
17. Движения на плоскости. Примеры.
18. Теорема Шаля для плоскости.
19. Движения в пространстве. Примеры.
20. Теорема Шаля для пространства.

4.2 Тематика заданий индивидуальной письменной работы

1. Пользуясь определением, показать, что векторы m, n, p линейно-независимы, и найти координаты вектора a в базисе m, n, p
2. Проверить, коллинеарны ли векторы a и b
3. В треугольнике ABC проведены медиана и биссектриса из вершины A . Найти их длины и угол между медианой и биссектрисой.
4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b
5. Проверить, компланарны ли векторы a, b, c
6. Для треугольной пирамиды $ABCD$ найти объем и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC .
7. Составить уравнения прямых, расположенных в плоскости Oxy , проходящих через точку P параллельно и перпендикулярно заданной прямой.
8. Выяснить взаимное расположение прямых, расположенных в плоскости Oxy . Если они пересекаются, найти точку пересечения и угол между прямыми. Найти расстояние от точки M до плоскости γ , проходящей через точки A, B, C
9. Составить уравнение плоскости π :
 - а) содержащей точку A и перпендикулярной плоскостям α и β (для нечетных вариантов), б) содержащей точки A и B и перпендикулярной плоскостям α (для четных вариантов)
10. Найти угол между плоскостями α и β
11. Составить канонические уравнения прямой l – линии пересечения плоскостей α и β
12. Найти точку пересечения прямой l и плоскости γ , а также угол между прямой l и плоскостью γ
13. Найти точку M_l , симметричную точке M относительно:
 - А) плоскости α (для нечетных вариантов),
 - Б) прямой l (для четных вариантов).
14. Проверить, не принадлежат ли эти точки одной плоскости (если все они расположены в одной плоскости, то следует изменить координаты одной из точек)
15. Проверить, не является ли треугольник ABC равнобедренным (в случае утвердительного ответа измените координаты одной из точек)
16. Составить уравнение плоскости ABC
17. Составить уравнение прямой l_1 , проходящей через точки A и B
18. Найти площадь треугольника ABC
19. Составить уравнение прямой l_{DH} , содержащей высоту пирамиды DH и найти ее длину
20. Найти объем пирамиды $DABC$
21. Найти угол между гранями ABC и ADB
22. Найти угол между ребром DA и основанием пирамиды ABC

23. Составить уравнения скрещивающихся прямых l_{CD} и l_{AB}
24. Найти угол между прямыми l_{CD} и l_{AB}
25. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми.

1. 5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной формы обучения

5.1. Требования к структуре

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями m и n , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

5.2. Требования к оформлению

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.
2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.
3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.
4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.
5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.
6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.
7. Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на экзамене.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. **Карчевский Е. М.** Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. — 2-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 424 с. — ISBN 978-5-8114-3223-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/109505>
2. **Беклемишев Д. В.** Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д. В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. —

448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126146>

3. **Горлач Б. А.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 300 с. — ISBN 978-5-8114-2717-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99103>

Дополнительная литература:

1. **Привалов И. И.** Аналитическая геометрия: учебное пособие / И. И. Привалов. — 38-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-0518-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167778>.

2. **Клетеник Д. В.** Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие / Д. В. Клетеник; под редакцией Н. В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1051-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130489>.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: *MS Office*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*