



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. проректора**

**А.В. Троицкий**

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023г.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование. Математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

**Автор: Чаусова О.В. Рабочая программа дисциплины: Линейная алгебра.  
– Королев МО: «Технологический Университет», 2023г.**

Рецензент: к.т.н. доцент Скрипкина Е.В.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета. Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 			
Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания кафедры	№8 от 15.03.2023			

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО  И.В. Бугай, к.т.н., доцент

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переутверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023			

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

### **Цели изучения дисциплины:**

- обучить теоретическим основам и принципам математических расчетов, методике проведения доказательств;
- дисциплинировать мышление, сформировать научное мировоззрение и создать гибкий инструментарий для многих фундаментальных и прикладных дисциплин.

В процессе обучения обучающийся приобретает и совершенствует следующие компетенции:

### **общефессиональные компетенции (ОПК):**

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

### **профессиональные компетенции (ПК):**

- Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий (ПК-2).

### **Основными задачами дисциплины являются:**

- изучить соответствующие математические понятия, определения, теоремы, правила и формулы линейной алгебры;
- сформировать навыки решения математических задач, используя математические приемы, методы и алгоритмы при решении типовых задач и примеров;
- развивать умение использовать математические методы, математическое моделирование в исследовательской и практической деятельности.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

### **Трудовые действия:**

- владеть практическим опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике;
- владеть возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;

### **Необходимые умения:**

- уметь находить, формулировать и решать стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
- уметь использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности;

### **Необходимые знания:**

- знать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Изучение данной дисциплины базируется на дисциплинах до вузовской подготовки: «Алгебра» и «Геометрия».

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для изучения дисциплин: «Математический анализ», «Дискретная математика», «Теория случайных процессов», «Методы оптимального управления, фильтрации, идентификации» и др., прохождения государственной итоговой аттестации и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для обучающихся очной формы составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

**Таблица 1**

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр второй	Семестр третий	Семестр четвертый	Семестр пятый
Общая трудоемкость	144	144	-	-	-	-
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>						
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	-	-	-	-
Лекции (Л)	16	16	-	-	-	-
Практические занятия (ПЗ)	32	32	-	-	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-	-	-	-
Практическая подготовка	-	-	-	-	-	-
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>96</b>	<b>96</b>	-	-	-	-
Курсовые работы (проекты)	-	-	-	-	-	-
Расчетно-графические работы	-	-	-	-	-	-
Контрольная работа	+	+	-	-	-	-
Текущий контроль знаний	Тест	Тест	-	-	-	-
Вид итогового контроля	Экзамен	Экзамен	-	-	-	-
<b>ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ</b>						

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Практическая подготовка	Код компетенций
<b>Тема 1.</b> Алгебра матриц и определители	4	8	3	-	ОПК-1 ПК-2
<b>Тема 2.</b> Решение систем линейных уравнений	4	8	3	-	ОПК-1 ПК-2
<b>Тема 3.</b> Линейные пространства	4	8	3	-	ОПК-1 ПК-2
<b>Тема 4.</b> Линейные операторы.	4	8	3	-	ОПК-1 ПК-2
<b>Итого:</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>12</b>	-	

### 4.2. Содержание тем дисциплины

#### **Тема 1. Алгебра матриц и определители.**

Матрицы. Виды матриц. Свойства арифметических операций над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Связь с транспонированием. Применение матриц к решению экономических задач.

Определители. Миноры, алгебраические дополнения. Определитель  $n$ -го порядка, его свойства и способы вычисления. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух матриц.

Обратная матрица. Свойства обратной матрицы и способы ее нахождения.

#### **Тема 2. Решение систем линейных уравнений.**

Правило Крамера для систем линейных уравнений. Условие совместности системы.

Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений.

Системы линейных уравнений в матричной форме. Решение матричных уравнений. Задача балансового анализа (модель Леонтьева).

### **Тема 3. Линейные пространства.**

Понятие линейного пространства. Вектор как элемент линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Базис линейного конечномерного пространства. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому. Понятие линейного подпространства линейного пространства. Евклидово пространство.

### **Тема 4. Линейные операторы.**

Понятие линейного отображения (оператора) линейных пространств. Матрица линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Их размерность. Преобразование матрицы линейного оператора при изменении базиса.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду с помощью перехода к базису из собственных векторов. Модель международной торговли.

### **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

### **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д. В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126146>
2. Кряквин В. Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях / Кряквин В.Д. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2090-2. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=72583](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72583)

### **Дополнительная литература:**

1. Рудык, Б. М. Линейная алгебра: учебное пособие / Б. М. Рудык. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2045820>
2. Иванова С.А. Линейная алгебра: учебное пособие: [16+] / С.А. Иванова, В.А. Павский; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547> .
3. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие / Г. С. Шевцов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Магистр: ИНФРА-М, 2022. — 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1840484>.
4. Борताковский, А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 3-е изд., стер. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1907364>

### **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

#### **Интернет-ресурсы:**

- <http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/>- электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

### **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

### **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран);
- доской для письма мелом или маркерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов;
- комплект записей лекций для дистанционного обучения.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук),
- демонстрационными материалами (наглядными пособиями);
- доской для письма мелом или фломастерами;

### **Прочее:**

- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочие места обучающихся, оснащенные компьютером с доступом в Интернет.



***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ  
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование, математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции, обучающийся приобретает:		
				Необходимые знания	Необходимые умения	Трудовые действия
1.	ПК-2	Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	Тема 1-4.	Имеет базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования или информационных технологий	Находит, формулирует и решает стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Обладает практическим опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
2.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Тема 1-4.	Имеет базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	Использует знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Обладает возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Критерии оценивания компетенции на различных этапах формирования и шкалы оценивания
ОПК-1 ПК-2	Тест	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 90% правильных ответов</p> <p>Б) <b>частично сформирована:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 70% правильных ответов;</li> <li>•компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – от 51% правильных ответов;</li> </ul> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – менее 50% правильных ответов</p>	<p>Проводится письменно</p> <p>Время, отведенное на процедуру –30 мин.</p> <p>Неявка 0 баллов.</p> <p>Критерии оценки определяются процентным соотношением.</p> <p>Неудовлетворительно – менее 50% правильных ответов.</p> <p>Удовлетворительно – от 51% правильных ответов.</p> <p>Хорошо – от 70%.</p> <p>Отлично – от 90%.</p> <p>Максимальная оценка – 5 баллов.</p>
	Выполнение контрольной работы	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) <b>частично сформирована:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 4 балла;</li> <li>•компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – 3 балла;</li> </ul> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по дисциплине для данного вида.</p>
	Задачи	<p>А) <b>полностью сформирована</b> (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) <b>частично сформирована:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•компетенция <b>освоена на продвинутом уровне</b> – 4 балла;</li> <li>•компетенция <b>освоена на базовом уровне</b> – 3 балла;</li> </ul> <p>В) <b>не сформирована</b> (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл)</li> <li>2. Умение применить выбранный метод (1 балл)</li> <li>3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл)</li> <li>4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла)</li> <li>5. Задача не решена вообще (0 баллов)</li> </ol> <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p> <p>Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено.</p> <p>Оценка проставляется в электронный журнал</p>

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 3.1 Контрольные задания:

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра  $A$  и  $B$ . Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются по цифрам  $A$  и  $B$  из таблиц:

$A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

$B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

1. Вычислить  $A^m + 2B - AB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера, методом Гаусса,

векторным методом 
$$\begin{cases} x_1 + mx_2 - nx_3 = m; \\ mx_1 + (m-1)x_2 + mx_3 = m+n; \\ (n+1)x_1 + (m+n)x_2 + x_3 = n+1. \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение  $A \cdot X \cdot B = C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

#### 3.2. Тесты:

1. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ . Тогда матрица  $B = 2A^T - A$  равна

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 4 & 2 & 8 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. В ортонормированном базисе заданы векторы  $a$  и  $b$ . Норма вектора  $a$  равна 2, норма вектора  $b$  равна 3, а угол между векторами равен  $60^\circ$ . Тогда их скалярное произведение будет равно

- 5
- 3
- 6
- 4

3. Ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3x+1 & 2 \\ 1 & x \end{pmatrix}$  равен двум, если значение  $x$  не равно

- 1
- 0
- 2
- 1

4. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} a^2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  существует обратная, если  $a$  равно

- 2
- 1
- 1
- 0

5. Если матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ , то матрица  $4A$  имеет вид

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 12 & -2 \end{pmatrix}$$

6. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  указать сумму элементов, расположенных на побочной диагонали.

- 3
- 3
- 4
- 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

**7. Для матриц**  $A$  и  $B$  **указать те операции, которые можно выполнить**

- $B \cdot A$
- $B \cdot A^T$
- $B^T \cdot A$
- $B^T \cdot A^T$
- $A \cdot B$
- $A^T \cdot B$
- $A \cdot B^T$
- $A^T \cdot B^T$

все указанные операции можно выполнить

**8. Указать те преобразования строк (столбцов) матрицы, которые являются элементарными**

- умножение строки (столбца) на ненулевое число
- замена элементов строки (столбца) произвольными числами
- замена строки (столбца) суммой этой строки (столбца) и другой строки (столбца), предварительно умноженной на некоторое число
- поменять местами две строки (два столбца)
- замена строки (столбца) нулевой строкой (столбцом)
- транспонирование матрицы

**9. При умножении матрицы  $A$  на матрицу  $B$  справа должно соблюдаться условие**

- число строк матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$
- число строк матрицы  $A$  равно числу столбцов матрицы  $B$
- число столбцов матрицы  $A$  равно числу столбцов матрицы  $B$
- если матрицы не квадратные, то они должны быть одинакового размера
- верный ответ отсутствует

**10. Выбрать верные утверждения. Ранг матрицы равен...**

- числу ненулевых строк в ступенчатом виде матрицы;
- числу столбцов матрицы;
- произведению числа строк на число столбцов матрицы;
- максимальному числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы;
- числу строк матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

**11. Для матриц произведения  $C = B \cdot A$  найти элемент  $C_{23}$**

- 2
- 9
- 5
- 1

**12. Квадратная матрица называется диагональной, если**  
 элементы, лежащие на побочной диагонали, равны нулю  
 элементы, лежащие на главной диагонали, равны нулю  
 элементы, не лежащие на главной диагонали, равны нулю  
 элементы, лежащие ниже главной диагонали, равны нулю  
 элементы, лежащие на главной диагонали, обязательно равны

**13. Если матрица системы  $n$  уравнений квадратная и ее определитель не равен нулю, то система**

не имеет решений

имеет единственное решение

имеет не более  $n$  решений

имеет ровно  $n$  решений

имеет бесконечно много решений

**14. При решении системы по правилу Крамера используют формулы:**

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

$$x_i = \Delta_i \cdot \Delta^{-1}$$

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

$$x_i = \Delta^{-1} \cdot \Delta_i$$

**15. При решении системы  $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$  по правилу Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

**16. При замене некоторой строки невырожденной квадратной матрицы на сумму этой строки и какой-то другой, умноженной на число  $\alpha$ , определитель не изменится**

поменяет знак  
 умножится на число  $\alpha$   
 станет равным нулю  
 увеличится в два раза

**17. Если поменять местами две строки (два столбца) квадратной матрицы, то определитель:**

не изменится  
 поменяет знак  
 станет равным нулю  
 увеличится в два раза

**18. Указать верные утверждения, связанные с определением и существованием обратной матрицы:**

обратная матрица  $A^{-1}$  существует, если матрица  $A$  – квадратная и  $\det A \neq 0$   
 обратная матрица  $A^{-1}$  существует, если матрица  $A$  – квадратная  
 обратная матрица  $A^{-1}$  существует, если матрица  $A$  – квадратная и вырожденная, т.е.  $\det A \neq 0$   
 $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ , где  $E$  – единичная матрица соответствующего размера  
 $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = A$   
 $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = 1$

**19. Если матрицы**  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$  **и**  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ , **то определитель матрицы**  $A \cdot B$  **равен:**

- 0
- 16
- 32
- 2
- 32

$\det A = \begin{vmatrix} -1 & a & 0 \\ 2 & b & 2 \\ 3 & c & 1 \end{vmatrix}$  по второму столбцу имеет

**20. Разложение определителя**

- $-4a + b - 2c$
- $-a + 2b + 3c$
- верный ответ отсутствует
- $4a + b + 2c$
- $4a - b + 2c$

**21. Указать, с каким знаком («плюс» или «минус») произведение  $a_{12}a_{23}a_{31}$**

**входит в определитель третьего порядка**  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

- плюс
- минус



Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Каждому вопросу соответствует один вариант ответа.

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Линейная алгебра» являются две текущие аттестации в форме тестов. Итоговый контроль осуществляется в форме письменной экзаменационной работы.

Неделя текущего / промежуточного контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Проводится в сроки, установленные графиком образовательного процесса	Тестирование 1, 2	ОПК-1 ПК-2	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%.
Проводится в сроки, установленные графиком образовательного процесса	Экзамен	ОПК-1 ПК-2	3 вопроса, задание	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: <b>«Отлично»:</b> знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. <b>«Хорошо»:</b> •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных

						<p>научных теорий, изучаемых предметов;</p> <p>•ответы на вопросы билета</p> <p>•неправильно решено практическое задание «Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях;</p> <p><b>Неудовлетворительно»:</b></p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
--	--	--	--	--	--	--

#### 4.1 Типовые вопросы, выносимые на экзамен

1. Понятие матрицы. Размерность матрицы.
2. Свойства арифметических операций над матрицами. Связь с транспонированием.
3. Какие преобразования можно выполнить над строками матрицы? Пример.
4. Элементарные преобразования над строками матрицы. Пример.
5. Какая матрица называется ортогональной матрицей?
6. Какой матрицей будет матрица, обратная к ортогональной?
7. Какой матрицей является матрица, транспонированная к ортогональной?
8. Какие матрицы называют равными? Сложение матриц. Пример. Умножение матрицы на число. Пример.
9. Что называют определителем матрицы. Порядок определителя. Понятие определителя применительно к матрице второго порядка. Пример.
10. Основные свойства определителя.

11. Чему равен определитель треугольной матрицы? Меняют ли элементарные преобразования величину определителя? В каком случае определитель матрицы не равен нулю?
12. Чему равен определитель ортогональной матрицы?
13. Правило построения обратной матрицы на примере матрицы 2-го порядка с использованием алгебраических дополнений.
14. Построение обратной матрицы с использованием метода Гаусса (на примере).
15. Какие прямоугольные матрицы можно привести к ступенчатому виду? Метод приведения матрицы к ступенчатому виду. Пример.
16. Подчиняется ли умножение матриц свойству ассоциативности и перестановки сомножителей? Привести пример некоммутативных матриц. Пример перестановочных матриц.
17. Какой многочлен называется характеристическим многочленом матрицы?
18. Описать модель Леонтьева межотраслевого баланса.
19. Дать определение ранга матрицы. Пример.
20. Сформулировать теорему Кронекера-Капелли. Проиллюстрировать ее примером.
21. Дать определение системы из «m» линейных уравнений с «n» неизвестными. Векторно-матричная форма записи системы линейных уравнений.
22. При решении однородной системы какие переменные называют свободными, а какие несвободными? Чему равно число свободных переменных?
23. Какую систему уравнений называют неоднородной? В каком случае она имеет единственное решение?
24. Какую систему уравнений называют однородной? В каком случае она имеет единственное решение?
25. Какие системы линейных уравнений называют совместными? В каком случае система является несовместной?
26. Какое решение неоднородной системы линейных уравнений называют общим? Какое – частным?
27. Какое решение однородной системы уравнений называют общим, частным? Пример.
28. Неоднородные системы уравнений. Основные свойства решений.
29. Решение однородной системы методом Гаусса. Пример
30. В чем заключается прямой и обратный ход метода Гаусса при решении системы уравнений (на примере)?
31. Как записывается свойство ассоциативности сложения векторов?
32. Как записывается свойство коммутативности сложения векторов?
33. Запишите свойства линейно независимой системы векторов.
34. Что можно сказать о собственных векторах, если они соответствуют различным собственным значениям?
35. Какая система векторов называется линейно независимой?
36. Как найти разложение вектора по базису?
37. Что называют координатами вектора  $u$  в базисе  $e_1, e_2 \dots e_n$ .
38. Как определяется матрица перехода от старого базиса  $b$  к новому  $c$ ?
39. В каком случае совпадают матрицы двух различных линейных операторов?

40. В каком базисе матрица линейного оператора  $A$  является диагональной?
41. Дайте определение понятия собственного числа линейного оператора  $A$ .
42. Что такое линейное пространство?
43. Как называется элемент линейного пространства?
44. Запишите формулы преобразования координат вектора  $x$  линейного пространства  $L$  при переходе от старого базиса  $b$  к новому  $c$ .
45. Какие векторы линейного пространства называются ортогональными?
46. Какой базис линейного пространства называется ортогональным?
47. Чему равно скалярное произведение векторов в арифметическом пространстве  $R^n$ ?
48. Образует ли линейное пространство множество многочленов степени  $n$  относительно обычных операций сложения многочленов и умножения многочлена на число?
49. Выясните, образует ли линейное пространство множество всех векторов данной плоскости, не параллельных данной прямой, если в качестве операций взяты операции сложения векторов и умножения вектора на число.
50. Запишите свойства линейно зависимой системы векторов.
51. Дайте определение понятия арифметического пространства  $R^n$ .
52. Сформулируйте теорему о связи координат вектора-прообраза с координатами вектора-образа оператора  $A$ , действующего в пространстве  $L$ .
53. Какая матрица является матрицей оператора, сопряженного линейному оператору  $A$  с матрицей  $A$  в ортонормированном базисе?
54. Известно, что базис  $e$  состоит из собственных векторов оператора  $A$ . Что можно сказать о матрице оператора в этом базисе?
55. Докажите, что множество матриц-столбцов высоты  $n$  образует линейное пространство относительно матричных операций сложения и умножения на число.
56. Для каких векторов евклидова пространства неравенство Коши – Буняковского превращается в равенство?
57. Дайте понятие матрицы квадратичной формы.
58. Что такое канонический вид квадратичной формы?
59. Какая матрица называется симметрической?
60. Какой вид имеет матрица перехода от старого базиса к новому, если матрица перехода от нового базиса к старому является треугольной?
61. Запишите квадратичную форму в координатах в некотором базисе.
62. Какая квадратичная форма называется неотрицательно определенной?

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Программирование, математическое моделирование

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023

## 1. Общие положения

### Цели изучения дисциплины:

- обучить теоретическим основам и принципам математических расчетов, методике проведения доказательств;
- дисциплинировать мышление, сформировать научное мировоззрение и создать гибкий инструментарий для многих фундаментальных и прикладных дисциплин.

### Задачи дисциплины:

- изучить соответствующие математические понятия, определения, теоремы, правила и формулы линейной алгебры;
- сформировать навыки решения математических задач, используя математические приемы, методы и алгоритмы при решении типовых задач и примеров;
- развивать умение использовать математические методы, математическое моделирование в исследовательской и практической деятельности.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### Практическое занятие 1-2.

*Вид практического занятия:* смешанная форма практического занятия.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 1. Алгебра матриц и определители

*Основные положения темы занятия:*

1. Матрицы. Арифметические операции над матрицами.

2. Применение матриц к решению прикладных задач.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Виды матриц
2. Сложение (вычитание) матриц
3. Умножение матрицы на число
4. Умножение матриц
5. Транспонирование матриц.
6. Область применения матриц.

Продолжительность занятия – 4 ч.

### Практическое занятие 3-4.

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 1. Алгебра матриц и определители

*Основные положения темы занятия:*

1. Определители. Способы вычисления.
2. Обратная матрица. Способы ее нахождения.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Способы вычисления определителей.
2. Миноры, алгебраические дополнения.
3. Свойства обратной матрицы
4. Методы вычисления обратной матрицы.

Продолжительность занятия – 4 ч.

### **Практическое занятие 5.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 2. Решение систем линейных уравнений

*Основные положения темы занятия:*

1. Системы линейных уравнений.
2. Правило Крамера для систем линейных уравнений.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Условие совместности (несовместности) системы.
2. Определенные и неопределенные системы.
3. Условия применения метода Крамера.

Продолжительность занятия – 2 ч.

### **Практическое занятие 6-7.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 2. Решение систем линейных уравнений

*Основные положения темы занятия:*

1. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений
2. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
3. Множества решений неоднородной системы линейных уравнений.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Модификации метода Гаусса.
2. Применение метода к решению экономических задач.

Продолжительность занятия – 4 ч.

### **Практическое занятие 8.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 2. Решение систем линейных уравнений

*Основные положения темы занятия:*

1. Системы линейных уравнений в матричной форме.
2. Задача балансового анализа (модель Леонтьева).

*Вопросы для обсуждения:*

1. Решение матричных уравнений.
2. Модель Леонтьева.

Продолжительность занятия – 2 ч.

### **Практическое занятие 9.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 3. Линейные пространства

*Основные положения темы занятия:*

1. Вектор как элемент линейного пространства.
2. Аксиомы линейного пространства.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Следствия аксиом линейного пространства.
2. Примеры линейного пространства

Продолжительность занятия – 2 ч.

### **Практическое занятие 10-11.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 3. Линейные пространства

*Основные положения темы занятия:*

1. Базис линейного конечномерного пространства.
2. Координаты вектора в базисе.
3. Размерность линейного пространства.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Примеры базиса линейного пространства
2. Разложение вектора по базису

Продолжительность занятия – 4 ч.

### **Практическое занятие 12.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 3. Линейные пространства

*Основные положения темы занятия:*

1. Матрица перехода от старого базиса к новому.
2. Понятие линейного подпространства линейного пространства.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Связь между новым и старым базисами.



## 2. Построение матрицы перехода.

Продолжительность занятия – 2 ч.

### **Практическое занятие 13-14.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 4. Линейные операторы

*Основные положения темы занятия:*

1. Линейное отображение линейных пространств.
2. Преобразование матрицы линейного оператора при изменении базиса.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Матрица линейного оператора.
2. Ядро и образ линейного оператора. Их размерность.

Продолжительность занятия – 4 ч.

### **Практическое занятие 15-16.**

*Вид практического занятия:* решение ситуационных задач.

*Образовательные технологии:* самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов

*Тема и содержание практического занятия:* Тема 4. Линейные операторы

*Основные положения темы занятия:*

1. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
2. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

*Вопросы для обсуждения:*

1. Способы нахождения собственных чисел и собственных векторов
2. Приведение к диагональному виду с помощью перехода к базису из собственных векторов.
3. Модель международной торговли.

Продолжительность занятия – 4 ч.

## **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Не предусмотрено учебным планом.

### **4. Указания по проведению самостоятельной работы обучающихся**

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице:

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Количество часов	Перечень заданий
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	10	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 7.
2.	Подготовка к практическим занятиям	15	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
	Выполнение индивидуальной письменной работы	20	Выдается преподавателем каждому студенту индивидуально
	Подготовка к экзамену	15	Проработка лекций, практик, изучение рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
ИТОГО		60	

#### 4.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение:

1. Зарождение, становление и развитие линейной алгебры.
2. Использование матриц в экономике.
3. Дополнительные методы расчета определителей высших порядков.
5. Решение задач линейной алгебры с помощью пакета MathCAD.
6. Решение задач линейной алгебры с помощью пакета Ms Excel.
7. Векторное пространство его размерность и базис.
8. Теорема о существовании и единственности разложения вектора линейного пространства по векторам базиса.
9. Ортогональный вектор.
10. Ортогональный и ортонормированный базисы.
11. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
12. Прямая на плоскости и в пространстве.
13. Уравнение плоскости и прямой в пространстве.
14. Кривые второго порядка.
15. Поверхности второго порядка.
16. Метод Жордана-Гаусса к решению систем линейных уравнений.
17. Сопряженные и самосопряженные операторы.
18. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
19. Комплексное евклидово пространство.
20. Методы регуляризации для отыскания нормального решения линейной системы.
21. Унитарные и нормальные операторы.

22. Линейные и полуторалинейные формы в евклидовом пространстве.
23. Итерационные методы решения линейных систем.
24. Гиперповерхности второго порядка.
25. Тензоры.
26. Изоморфизм линейных пространств.

#### **4.2 Тематика заданий индивидуальной письменной работы:**

1. Пользуясь определением, показать, что векторы  $m$ ,  $n$ ,  $p$  линейно-независимы, и найти координаты вектора  $a$  в базисе  $m$ ,  $n$ ,  $p$
2. Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $\{e_i\}$ , если известны его координаты в базисе  $\{e_i\}$  и задана связь между базисами
3. Найти матрицу линейного оператора в базисе  $\{e_i\}$ , если линейный оператор задан матрицей  $A$  в базисе  $\{e_i\}$
4. Привести матрицу линейного оператора к диагональному виду и указать базис пространства, в котором матрица линейного оператора имеет диагональный вид

### **5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной формы обучения**

#### **5.1. Требования к структуре**

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями  $m$  и  $n$ , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

#### **5.2. Требования к оформлению**

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.

2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.

3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.

5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.

Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты,

не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на экзамене.

## **6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д. В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126146>
2. Кряквин В. Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях / Кряквин В.Д. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2090-2. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=72583](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72583)

### **Дополнительная литература:**

1. Рудык, Б. М. Линейная алгебра: учебное пособие / Б. М. Рудык. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2045820>
2. Иванова С.А. Линейная алгебра: учебное пособие: [16+] / С.А. Иванова, В.А. Павский; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547> .
3. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие / Г. С. Шевцов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Магистр: ИНФРА-М, 2022. — 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1840484>.
4. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 3-е изд., стер. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1907364>

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

- <http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"  
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система  
<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MS Office*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета.*