



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

«УТВЕРЖДАЮ»

и.о. проректора

А.В. Троицкий

«__» _____ 2023 г.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ
СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ***

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Направление подготовки: 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в системах управления

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

Автор: Борисова О.Н. Рабочая программа дисциплины «Математические методы оптимального управления». – Королев МО: ТУ, 2023

Рецензент: к.т.н., доцент Бугай И.В.

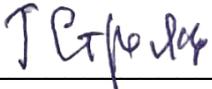
Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки бакалавров 09.03.03 «Прикладная информатика» Учебного плана, утвержденного Ученым советом советом «ТУ».

Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В., к.т.н., доц. 			
Год утверждения (переподтверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания кафедры	№8 от 15.03.2023			

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП  Г.А. Стрельцова, к.т.н., доц.

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переподтверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023			

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ООП

Целью изучения дисциплины является

- Развить системное мышление слушателей путем детального анализа подходов к математическому моделированию и сравнительного анализа разных типов моделей;
- Ознакомить слушателей с математическими свойствами моделей и методов оптимизации, которые могут использоваться при анализе и решении широкого спектра прикладных задач.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

универсальные компетенции:

- способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений (УК-2);

профессиональные компетенции:

- способен составлять технико-экономическое обоснование проектных решений и техническое задание на разработку информационной системы (ПК-4);
- Способен осуществлять презентацию информационной системы и начальное обучение пользователей (ПК-8).

Показатели освоения компетенций отражают следующие индикаторы:

Трудовые действия:

- В рамках поставленных задач определяет имеющиеся ресурсы и ограничения, действующие правовые нормы;
- Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач;
- Применяет методики оценки проектных решения при составлении документации на разработку информационной системы;
- Использует методики обучения пользователей.

Необходимые умения:

- Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения;
- Анализирует план-график реализации проекта в целом и выбирает способ решения поставленных задач;
- Анализирует и выбирает методики оценки проектных решений;
- Анализирует методы управления содержанием проекта;
- Выбирает и использует инструментальные средствами подготовки презентаций.

Необходимые знания:

- Формулирует проблему, решение которой напрямую связано с достижением цели проекта;
- Понимает основы рыночной экономики;
- Понимает основы управления взаимоотношениями с клиентами и заказчиками.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина «Математические методы оптимального управления» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика».

Дисциплина «Математические методы оптимального управления» базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин модуля «Математика», дисциплины «Теория графов» и компетенций УК-1, УК-2, ОПК-1, ОПК-6, ПК-2, ПК-5.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин: «Управление и реализация ИТ-проекта», «Корпоративные информационные системы» и при выполнении выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетные единицы, 108 часа.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр	Семестр	Семестр	Семестр четвертый
Общая трудоемкость	108				108
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ					
Аудиторные занятия	48				48
Лекции (Л)	16				16
Практические занятия (ПЗ)	32				32
Лабораторные работы (ЛР)	-				-
Самостоятельная работа	60				60
Курсовые, расчетно-графические работы	-				-
Контрольная работа, домашнее задание	+				+
Текущий контроль знаний (7 - 8, 14 - 15 недели)	Тест				Тест
Вид итогового контроля	Зачет				Зачет

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час. очн/заоч	Практические занятия, час очн/заоч	Занятия в интерактивной форме	Практическая подготовка, час	Код компетенций
Тема 1. Гладкая конечномерная оптимизация.	2	4	2	2	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8
Тема 2. Задача нелинейного программирования	2	6	2	3	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8
Тема 3. Задача линейного программирования	2	8	2	4	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8
Тема 4. Оптимизация в условиях неопределенности	2	4	2	2	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8
Тема 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации	2	4	2	2	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8
Тема 6. Оптимизация динамических систем	4	6	2	3	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8
Итого:	16	32	12	16	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Гладкая конечномерная оптимизация. Задачи на минимум. Гладкие конечномерная задача без ограничений. Теорема Ферма как необходимое условие локального экстремума. Гессиан функции. Необходимые и достаточные условия экстремума второго порядка. Положительная и отрицательная определенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

Тема 2. Задача нелинейного программирования. Конечномерные задачи с ограничениями типа равенства и неравенства. Формулировка теоремы о неявной функции (для линейной и нелинейной системы уравнений). Формулировка принципа Лагранжа для задач со смешанными ограничениями типа равенства и неравенства. Достаточные условия оптимальности в задачах с ограничениями. Постановка задачи об определении портфеля ценных бумаг Марковица–Тобина с

наименьшим риском при заданном среднем уровне дохода. Алгоритм решения задачи с использованием принципа Лагранжа.

Тема 3. Задача линейного программирования. Формулировка задачи линейного программирования (ЛП). Примеры задач ЛП. Стандартная (нормальная) и каноническая формы представления задачи ЛП и сведение к ним. Свойства допустимого множества и оптимального решения в задаче ЛП. Основные представления о методах решения задач ЛП, основанных на направленном переборе вершин (симплекс-метод и др.). Двойственные задачи линейного программирования. Теоремы двойственности. Интерпретация двойственных переменных. Анализ чувствительности оптимального решения к параметрам задачи линейного программирования. Некоторые специальные задачи линейного программирования (транспортная, производственно-транспортная и т.д.).

Тема 4. Оптимизация в условиях неопределенности. Задача выбора решений в условиях неопределенности. Критерии выбора решений в условиях неопределенности (принцип гарантированного результата, критерий Гурвица, критерий Байеса-Лапласа, критерий Сэвиджа). Применение принципа гарантированного результата в задачах экономического планирования. Множество допустимых гарантирующих программ. Наилучшая гарантирующая программа. Принятие решение при случайных параметрах. Вероятностная информация о параметрах. Принятие решений на основе математического ожидания. Случайность и риск. Учет склонности к риску.

Тема 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации. Происхождение и постановка задачи многокритериальной оптимизации. Множество достижимых критериальных векторов. Доминирование и оптимальность по Парето. Эффективные решения и паретова граница. Понятие лица, принимающего решение. Основные типы методов решения задач многокритериальной оптимизации. Методы аппроксимации паретовой границы.

Тема 6. Оптимизация динамических систем. Динамические задачи оптимизации. Примеры: простейшая динамическая модель производства и задача поиска оптимальной производственной программы. Многошаговые и непрерывные модели. Управление и переменная состояния в динамических моделях. Задание критерия в динамических задачах оптимизации. Принципы построения динамического управления: построение программной траектории и использование обратной связи. Динамическое программирование в многошаговых задачах оптимизации. Принцип оптимальности. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана в многошаговых задачах оптимизации. Решение задач динамического программирования.

5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

1. Курс лекций
2. «Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1 Лесин, В.В. Основы методов оптимизации / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. – М.: Лань, 2022. - 341 с. Режим доступа:

URL: <https://e.lanbook.com/book/86017>

2.Абдрахманов, Валий Габдрауфович. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания : учеб. пособие / В. Г. Абдрахманов, А. В. Рабчук. – М.: Лань, 2022. - 112 с. Режим доступа:

URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675

Дополнительная литература:

1. Колемаев, В. А. Математическая экономика / В.А. Колемаев. - 3-е изд., стер. – М.: Юнити-Дана, 2020. - 399 с. Режим доступа:

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=1147182>.

2. Кузнецов, Альберт Васильевич. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод; под общ. ред. А.В. Кузнецова. – М. Лань, 2020. - 351 с. Режим доступа:

URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4550

3. Окулов, Станислав Михайлович. Динамическое программирование / С. М. Окулов, О. А. Пестов. – М.: «Лаборатория знаний», 2020. - 296 с. : Режим доступа:

URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=66114

4. Плескунов, М. А. Задачи сетевого планирования / М.А. Плескунов. - Екатеринбург Издательство Уральского университета, 2020. - 93 с. – Режим доступа:

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275943>

5. Горлач, Б. А. Исследование операций / Горлач Б.А. – М.: Лань, 2020. Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4865

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniy.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящему Положению.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: MS Office, Math Type

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран);

Практические занятия:

-- компьютерный класс

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ
СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ***

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Направление подготовки: 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в системах управления

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				трудовые действия	необходимые умения	необходимые знания
1.	УК-2	способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	<ol style="list-style-type: none"> 1. Гладкая конечномерная оптимизация. 2. Задача нелинейного программирования. 3. Задача линейного программирования. 4. Оптимизация в условиях неопределенности. 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации. 6. Оптимизация динамических систем. 	В рамках поставленных задач определяет имеющиеся ресурсы и ограничения, действующие правовые нормы; Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач	Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения; Анализирует план-график реализации проекта в целом и выбирает способ решения поставленных задач	Формулирует проблему, решение которой напрямую связано с достижением цели проекта
2.	ПК-4	Способен составлять технико-экономическое обоснование проектных решений и техническое задание на разработку информационной системы	<ol style="list-style-type: none"> 1. Гладкая конечномерная оптимизация. 2. Задача нелинейного программирования. 3. Задача линейного программирования. 4. Оптимизация в условиях неопределенности. 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации. 6. Оптимизация динамических систем. 	Применяет методики оценки проектных решений при составлении документации на разработку информационной системы	Анализирует и выбирает методики оценки проектных решений	Понимает основы рыночной экономики

3	ПК-8	Способен осуществлять презентацию информационной системы и начальное обучение пользователей	<ol style="list-style-type: none"> 1. Гладкая конечномерная оптимизация. 2. Задача нелинейного программирования. 3. Задача линейного программирования. 4. Оптимизация в условиях неопределенности. 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации. 6. Оптимизация динамических систем. 	Использует методики обучения пользователей	Анализирует методы управления содержанием проекта; Выбирает и использует инструментальные средствами подготовки презентаций	Понимает основы управления взаимоотношениями с клиентами и заказчиками
---	------	---	--	--	---	--

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Показатель оценивания компетенции	Критерии оценки
УК – 2 ПК – 4, ПК – 8	Письменное задание	А) полностью сформирована 5 баллов В) частично сформирована 3-4 балла С) не сформирована 2 балла	А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов Б) частично сформирована: •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла; В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерная тематика контрольных заданий:

Транспортные задачи

Задача №1

Потребности Запасы		B_1	B_2	B_3
		$b_1 = 190$	$b_2 = 120$	$b_3 = 10m$
A_1	$a_1 = 100$	4	2	m
A_2	$a_2 = 200$	n	5	3
A_3	$a_3 = 60 + 10n$	1	$m + 1$	6

Найти план с минимальной суммарной стоимостью перевозок.

Задача №2

Завод	Магазины					Мощности заводов
	№1	№2	№3	№4	№5	
I	$n+m$	m	$2n$	$n+m$	n	$10m$
II	$2m$	$m+5$	n	$2n+m$	$m+n$	$20n$
III	$n+3$	$m+1$	$n+2$	$2m+n$	n	$10(m+2n)$
Потребности магазинов	$5m$	$10n$	$10n$	$5m+10n$	$10m$	

В городе имеется три хлебозавода, которые выпускают одинаковую продукцию и развозят ее по 5 магазинам. Стоимость доставки пропорциональна расстоянию от завода до магазина. Определите план поставок, минимизирующий суммарные транспортные расходы магазинов.

Задача №3. Задача динамического программирования. Фирма, в состав которой входит три предприятия, принимает решение о комплексной реконструкции этих предприятий. В следующей таблице указаны 4 возможных решения по каждому предприятию, затраты c_i на реализацию таких решений и чистая прибыль R_i как результат принятого решения (в млн. руб.)

	1-е предприятие		2-е предприятие		3-е предприятие	
	c_1	R_1	c_2	R_2	c_3	R_3
Оставляем в прежнем виде	0	0	0	0	0	0
Малая механизация	m	$m+n$	l	$l+m$	n	$n+m$
Частичная модернизация	$m+5$	$2m+n+3$	5	$2n+m$	$n+5$	$n+3m$
Полная реконструкция	$m+n+5$	$2m+3n+3$	$n+5$	$3n+m$	$n+15$	$5n+6m$

Требуется, используя метод динамического программирования, составить план реконструкции предприятий, обеспечивающий максимальную прибыль, при условии, что фирма может вложить в реконструкцию предприятий не более $m+2n+15$ млн. руб.

Задача № 4. Принятие решений в условиях неопределенности. Проанализируйте матрицу доходов и найдите операции, оптимальные по критериям Вальда и Гурвица ($\lambda = 1/2$)

$$Q = \begin{pmatrix} m & 4 & 6 & 12 \\ 2 & 6 & 8 & 14 \\ n & 1 & 2 & 8 \\ 2 & 3 & n+1 & 10 \end{pmatrix}$$

Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются в соответствии с двумя последними цифрами A и B в шифре студенческого билета (зачетной книжки) из таблиц

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

Например, студент с шифром 14-34 ($A=3, B=4$) решает задачи со значениями $m=8, n=9$.

Преподаватель, ведущий данный курс, может распределить значения параметров m и n по своему усмотрению.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Математические методы оптимального управления» являются две текущие аттестации в виде тестов, контрольная работа и итоговая аттестация в форме экзамена.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающих знаний, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
согласно графика учебного процесса	тестирование	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8	14 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 90 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка -0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%.

согласно графика учебного процесса	Контрольная работа	УК – 2 ПК – 4, ПК – 7	Две задачи на распределение транспортного потока	Письменная аудиторная работа; время, отведенное на процедуру - 90 минут	Результаты проверки контрольной работы предоставляются на следующее занятие	За каждое задание по 4 балла. Не явка -0 Удовлетворительно – 4-5 баллов. Хорошо – 6-7 баллов. Отлично – 8 баллов.
согласно графика учебного процесса	тестирование	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 90 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка -0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 10 баллов.
согласно графика учебного процесса	зачет	УК – 2 ПК – 4, ПК – 8	1 теоретический вопрос и 2 задачи на различные темы курса	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы и решения задач. Время, отведенное на процедуру – 40 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Хорошо»: • знание основных понятий предмета; • умение использовать и применять полученные знания на практике; • работа на практических занятиях; • знание основных научных теорий, изучаемых предметов; • частичный ответ на вопросы билета «Удовлетворительно»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание неумение использовать и применять полученные знания на практике; работал на практических занятиях «Неудовлетворительно»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы

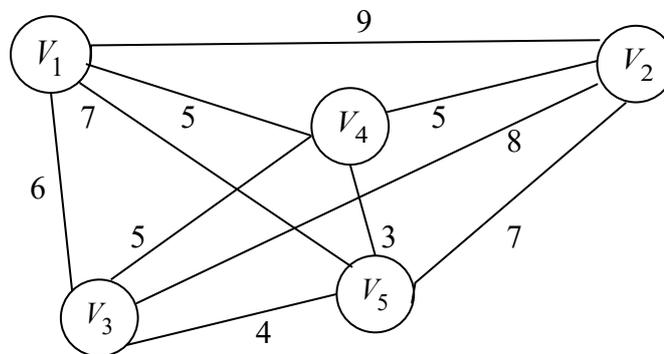
* Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной

созидательной активности обучающихся, согласно приказу «О внедрении новой балльно-рейтинговой системы контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся»

4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

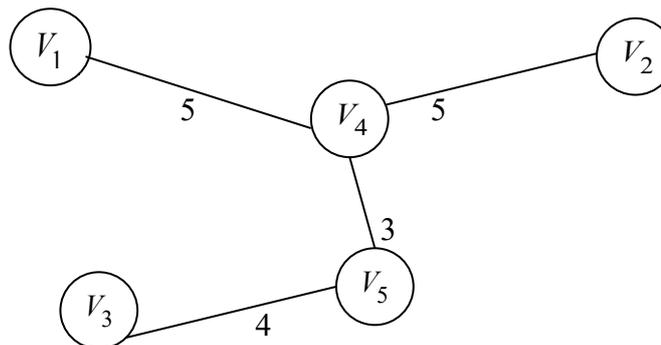
Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Каждому вопросу соответствует один вариант ответа.

1. Компания кабельного телевидения планирует подключить к своей сети четыре новых района. Расстояние между районами и центром кабельного телевидения указаны на следующем графе, в котором телецентр изображается вершиной V_1 , а районы – вершинами V_2, \dots, V_5 .

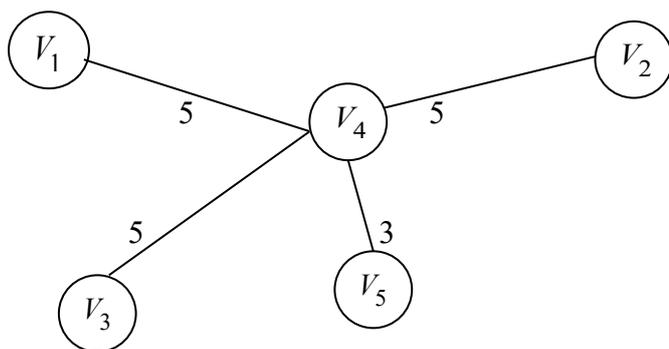


Тогда наиболее экономичная кабельная сеть имеет вид ...

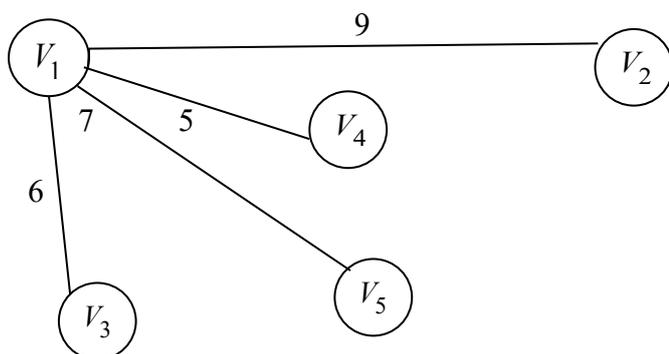
(?)



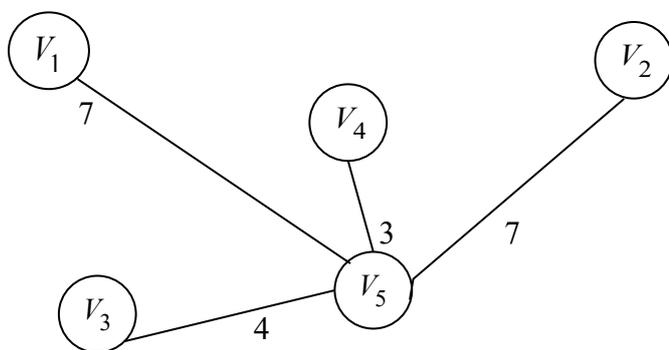
(?)



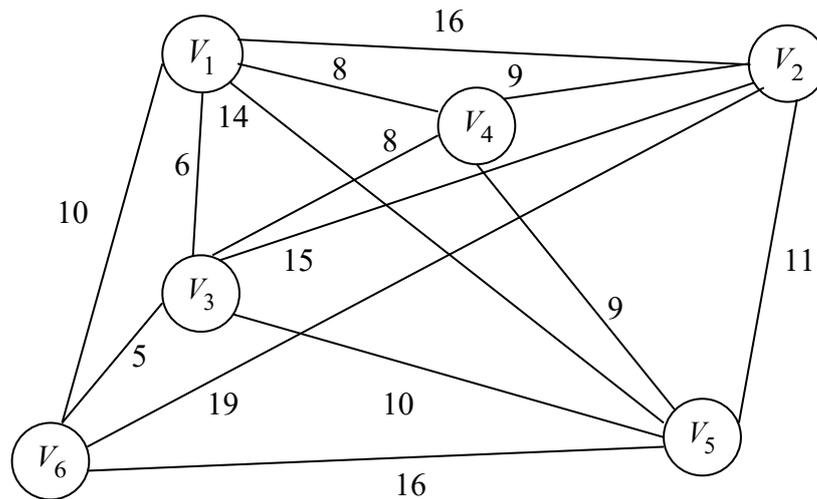
(?)



(?)



2. Телекоммуникационная компания планирует подключить к своей сети пять домов. Расстояние между домами и сервером указаны на следующем графе, в котором сервер изображается вершиной V_1 , а районы – вершинами V_2, \dots, V_6 .



Тогда длина кабеля при наиболее экономичном подключении домов равна ...

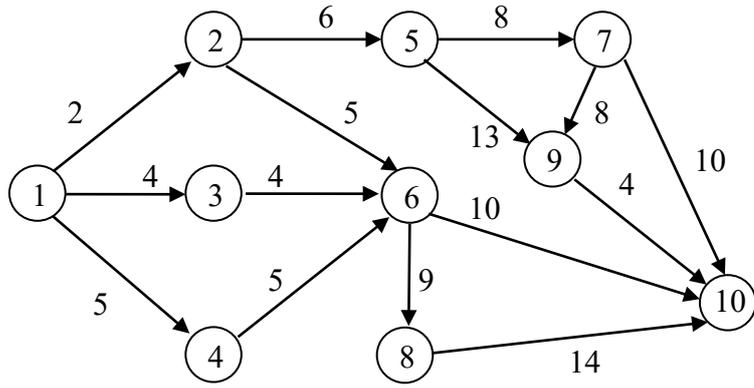
- (?) 37
- (?) 36
- (?) 41
- (?) 29

3. Технологический комплекс производства продукции состоит из 10 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

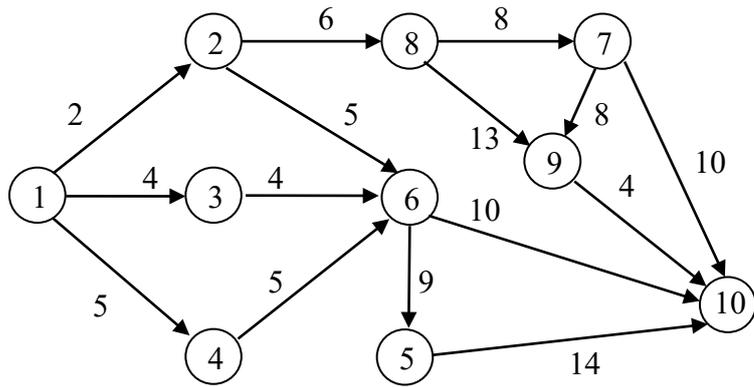
№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	4
3	1 → 4	5
4	2 → 5	6
5	2 → 6	5
6	3 → 6	4
7	4 → 6	5
8	5 → 9	13
9	5 → 7	8
10	6 → 8	9
11	6 → 10	10
12	7 → 10	10
13	7 → 9	8
14	8 → 10	14
15	9 → 10	4

Тогда сетевым графиком для этого комплекса будет ...

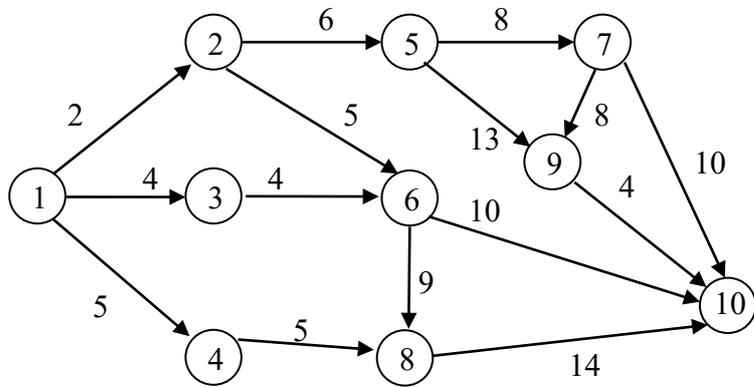
- (?)



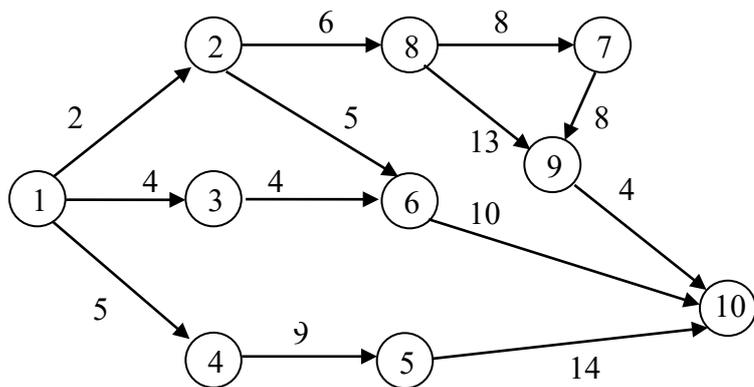
(?)



(?)



(?)



4. Технологический комплекс производства продукции состоит из 12 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	5
3	1 → 4	6
4	2 → 5	4
5	3 → 5	8
6	3 → 6	3
7	4 → 6	7
8	4 → 7	6
9	5 → 6	6
10	5 → 9	8
11	6 → 7	3
12	6 → 8	10
13	6 → 9	4
14	7 → 8	8
15	7 → 10	4
16	8 → 10	9
17	9 → 11	5
18	9 → 12	7
19	10 → 12	4
20	11 → 12	8

Тогда критическое время равно ...

- (?) 43 часа
- (?) 19 часов
- (?) 2 часа
- (?) 10 часов

5. Технологический комплекс производства продукции состоит из 12 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	5
3	1 → 4	6
4	2 → 5	4
5	3 → 5	8
6	3 → 6	3
7	4 → 6	7
8	4 → 7	6

9	5 → 6	6
10	5 → 9	8
11	6 → 7	3
12	6 → 8	10
13	6 → 9	4
14	7 → 8	8
15	7 → 10	4
16	8 → 10	9
17	9 → 11	5
18	9 → 12	7
19	10 → 12	4
20	11 → 12	8

Тогда критическим путем является путь ...

- (?) 1 → 3 → 5 → 6 → 7 → 8 → 10 → 12
- (?) 1 → 3 → 6 → 7 → 10 → 12
- (?) 1 → 3 → 6 → 9 → 12
- (?) 1 → 4 → 6 → 7 → 8 → 10 → 12

6. Технологический комплекс производства продукции состоит из 12 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	5
3	1 → 4	6
4	2 → 5	4
5	3 → 5	8
6	3 → 6	3
7	4 → 6	7
8	4 → 7	6
9	5 → 6	6
10	5 → 9	8
11	6 → 7	3
12	6 → 8	10
13	6 → 9	4
14	7 → 8	8
15	7 → 10	4
16	8 → 10	9
17	9 → 11	5
18	9 → 12	7
19	10 → 12	4
20	11 → 12	8

Тогда критической операцией является ...

- (?) 5 → 6
- (?) 6 → 8
- (?) 6 → 9
- (?) 4 → 7

7. Технологический комплекс производства продукции состоит из 12 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	5
3	1 → 4	6
4	2 → 5	4
5	3 → 5	8
6	3 → 6	3
7	4 → 6	7
8	4 → 7	6
9	5 → 6	6
10	5 → 9	8
11	6 → 7	3
12	6 → 8	10
13	6 → 9	4
14	7 → 8	8
15	7 → 10	4
16	8 → 10	9
17	9 → 11	5
18	9 → 12	7
19	10 → 12	4
20	11 → 12	8

Тогда некритической операцией является ...

- (?) 6 → 8
- (?) 10 → 12
- (?) 3 → 5
- (?) 1 → 3

8. Технологический комплекс производства продукции состоит из 12 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	5
3	1 → 4	6
4	2 → 5	4

5	3 → 5	8
6	3 → 6	3
7	4 → 6	7
8	4 → 7	6
9	5 → 6	6
10	5 → 9	8
11	6 → 7	3
12	6 → 8	10
13	6 → 9	4
14	7 → 8	8
15	7 → 10	4
16	8 → 10	9
17	9 → 11	5
18	9 → 12	7
19	10 → 12	4
20	11 → 12	8

Тогда некритическим путем является путь ...

- (?) 6 → 9 → 12
- (?) 1 → 3 → 5 → 6 → 7 → 8 → 10 → 12
- (?) 8 → 10 → 12
- (?) 5 → 6 → 9 → 11 → 12

9. Некритическим путем в сетевом графике является путь, ...

- (?) начальный и конечный узлы которого лежат на критическом пути, а составляющие его операции являются некритическими;
- (?) не являющийся критическим;
- (?) который не ведет из источника в сток;
- (?) состоящий из некритических операций.

10. Свободный резерв времени на критической операции сетевого графика ...

- (?) равен нулю;
- (?) положителен;
- (?) является максимальным;
- (?) является минимальным.

11. Свободный резерв времени на некритической операции сетевого графика ...

- (?) неотрицателен;
- (?) равен нулю;
- (?) является максимальным;
- (?) является минимальным.

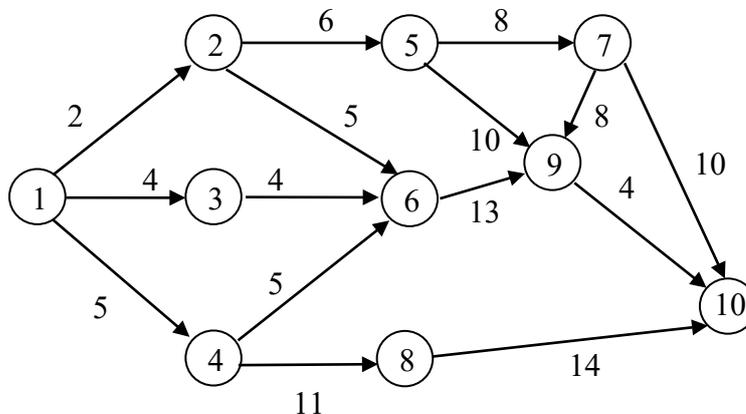
12. Технологический комплекс производства продукции состоит из 12 узлов. Последовательность выполнения операций и их продолжительность в часах заданы таблицей

№ п. п.	Шифр операции	Продолжительность операции
1	1 → 2	2
2	1 → 3	5
3	1 → 4	6
4	2 → 5	4
5	3 → 5	8
6	3 → 6	3
7	4 → 6	7
8	4 → 7	6
9	5 → 6	6
10	5 → 9	8
11	6 → 7	3
12	6 → 8	10
13	6 → 9	4
14	7 → 8	8
15	7 → 10	4
16	8 → 10	9
17	9 → 11	5
18	9 → 12	7
19	10 → 12	4
20	11 → 12	8

Тогда свободный резерв времени на операции 5 → 9 равен...

- (?) 2 часа
- (?) 1 час
- (?) 3 часа
- (?) 0 часов

13. На рисунке

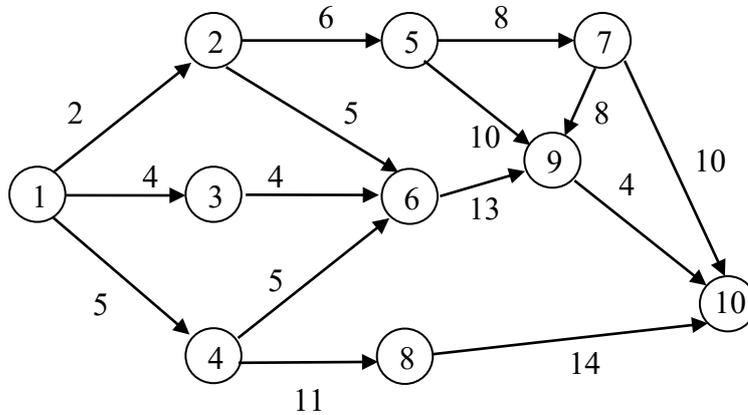


изображена сеть с заданными длинами дуг. Тогда кратчайшим путем, ведущим из источника в сток, является путь...

- (?) 1 → 2 → 5 → 9 → 10

- (?) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 10$
- (?) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10$
- (?) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 10$.

14. На рисунке



изображена сеть с заданными длинами дуг. Тогда длина кратчайшего пути, ведущим из источника в сток, равна...

- (?) 22
- (?) 30
- (?) 18
- (?) 24

15. Для транспортной задачи, заданной таблицей

заказы \ запасы		B_1	B_2	B_3	B_4
		180	50	90	20
A_1	150	5	7	1	4
A_2	60	10	3	3	8
A_3	130	12	2	4	4

первоначальный план перевозок, полученный с помощью метода северо-западного угла, имеет вид...

- (?) $\begin{pmatrix} 150 & 0 & 0 & 0 \\ 30 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 90 & 20 \end{pmatrix}$
- (?) $\begin{pmatrix} 40 & 0 & 90 & 20 \\ 60 & 0 & 0 & 0 \\ 80 & 50 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
 (?) & \begin{pmatrix} 40 & 50 & 40 & 20 \\ 30 & 0 & 30 & 0 \\ 110 & 0 & 20 & 0 \end{pmatrix} \\
 (?) & \begin{pmatrix} 60 & 25 & 45 & 20 \\ 60 & 0 & 0 & 0 \\ 60 & 25 & 45 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

16. Для транспортной задачи, заданной таблицей

		заказы			
		B_1	B_2	B_3	B_4
запасы		180	50	90	20
A_1	150	5	7	1	4
A_2	60	10	3	6	8
A_3	130	12	2	4	11

первоначальный план перевозок, полученный с помощью метода наименьшей стоимости, имеет вид...

$$\begin{aligned}
 (?) & \begin{pmatrix} 40 & 0 & 90 & 20 \\ 60 & 0 & 0 & 0 \\ 80 & 50 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 (?) & \begin{pmatrix} 150 & 0 & 0 & 0 \\ 30 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 90 & 20 \end{pmatrix} \\
 (?) & \begin{pmatrix} 40 & 50 & 40 & 20 \\ 30 & 0 & 30 & 0 \\ 110 & 0 & 20 & 0 \end{pmatrix} \\
 (?) & \begin{pmatrix} 60 & 25 & 45 & 20 \\ 60 & 0 & 0 & 0 \\ 60 & 25 & 45 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

17. Суммарная стоимость перевозок по плану, записанному в транспортной таблице

		заказы			
		B_1	B_2	B_3	B_4
запасы		180	50	90	20
A_1	150	5	7	1	4
		40	50	40	20
A_2	60	10	3	6	8

		30		30	
A_3	130	12	2	4	11
		110		20	

равна...

- (?) 2550
- (?) 440
- (?) 2930
- (?) 3240.

18.

Для плана, заданного транспортной таблицей

заказы запасы		B_1	B_2	B_3	B_4
		180	50	90	20
A_1	150	5	7	1	4
		40		90	20
A_2	60	10	3	6	8
		60			
A_3	130	12	2	4	11
		80	50		

потенциал u_2 , соответствующий поставщику A_2 , равен 4. Тогда потенциал v_1 , соответствующий потребителю B_1 , равен ...

- (?) 6
- (?) 56
- (?) 176
- (?) 10.

19.

Для плана, заданного транспортной таблицей

заказы запасы		B_1	B_2	B_3	B_4
		180	50	90	20
A_1	150	5	7	1	4
		40		90	20
A_2	60	10	3	6	8
		60			
A_3	130	12	2	4	11
		80	50		

потенциал v_4 , соответствующий потребителю B_4 , равен (-3). Тогда потенциал u_1 , соответствующий поставщику A_1 , равен ...

- (?) 7
- (?) 1

- (?) 16
- (?) 153.

20. Для плана, заданного транспортной таблицей

заказы \ запасы		заказы			
		B_1	B_2	B_3	B_4
		180	50	90	20
A_1	150	5 40	7	1 90	4 20
A_2	60	10 60	3	6	8
A_3	130	12 80	2 50	4	11

потенциал v_3 , соответствующий потребителю B_3 , равен 5. Тогда потенциал v_2 , соответствующий потребителю B_2 , равен ...

- (?) -1
- (?) -2
- (?) 1
- (?) 3.

21. Для транспортной задачи, заданной таблицей

заказы \ запасы		заказы		
		B_1	B_2	B_3
		60	50	40
A_1	42	2	4	6
A_2	52	4	5	3
A_3	56	3	6	3

оптимальный план перевозок имеет вид...

- (?) $\begin{pmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 2 \\ 18 & 0 & 38 \end{pmatrix}$
- (?) $\begin{pmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 2 & 50 & 0 \\ 16 & 0 & 40 \end{pmatrix}$

$$(?) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 40 \\ 2 & 50 & 0 \\ 56 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(?) оптимальный план не существует.

22. Какие критерии выбора решений в условиях риска и неопределенности не являются комбинированными ?

- (?) Вальда и Гермейера
- (?) Сэвиджа и Гурвица
- (?) Гурвица и Ходжа-Лемана
- (?) Вальда, Оптимистический и Сэвиджа
- (?) Лапласа-Байеса и Гермейера

23. Какие критерии выбора решений в условиях риска и неопределенности являются комбинированными ?

- (?) Вальда и Гермейера
- (?) Сэвиджа и Гурвица
- (?) Гурвица и Ходжа-Лемана
- (?) Вальда, Оптимистический и Сэвиджа
- (?) Лапласа-Байеса и Гермейера

24. Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью критерия Вальда ?

- (?) Платежной матрицы
- (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
- (?) Платежной матрицы и параметра λ
- (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
- (?) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ

25. Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью Оптимистического критерия ?

- (?) Платежной матрицы
- (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
- (?) Платежной матрицы и параметра λ
- (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
- (?) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ

26. Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью критерия Сэвиджа ?

- (?) Платежной матрицы
- (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
- (?) Платежной матрицы и параметра λ
- (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
- (?) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ

- 27.** Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью критерия Гурвица ?
- (?) Платежной матрицы
 - (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
 - (?) Платежной матрицы и параметра λ
 - (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
 - (?) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ
- 28.** Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью критерия Лапласа-Байеса ?
- (?) Платежной матрицы
 - (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
 - (?) Платежной матрицы и параметра λ
 - (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
 - (?) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ
- 29.** Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью критерия Ходжа-Лемана ?
- (?) Платежной матрицы
 - (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
 - (?) Платежной матрицы и параметра λ
 - (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
 - (!) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ
- 30.** Каких исходных данных достаточно для выбора оптимального решения с помощью критерия Гермейера ?
- (?) Платежной матрицы
 - (?) Платежной матрицы и вероятностей состояний природы
 - (?) Платежной матрицы и параметра λ
 - (?) Вероятностей состояний природы и параметра λ
 - (?) Платежной матрицы, вероятностей состояний природы и параметра λ
- 31.** Какова цель решения транспортной задачи?
- (?) Выбор оптимального пути на графе.
 - (?) Выбор наилучшего транспортного средства.
 - (?) Определение количества однородной продукции, перевозимой из пунктов отправления и количества продукции поставляемой в пункты назначения.
 - (?) Выявление дефицита продукции в пунктах отправления.
 - (?) Выявление дефицита продукции в пунктах назначения.
- 32.** Частным случаем какой модели (задачи, метода) является транспортная задача?
- (?) Метода множителей Лагранжа.
 - (?) Задачи о назначениях.

- (?) Задачи о рюкзаке.
- (?) Задачи коммивояжера.
- (?) Задачи линейного программирования.

33. Что такое несбалансированная транспортная задача?

- (?) В которой сумма однородных продуктов в пунктах отправления не равна сумме продуктов в пунктах назначения.
- (?) В которой перевозятся два вида продуктов, разного количества.
- (?) В которой сумма расстояний между пунктами отправления не равна сумме расстояний между пунктами назначения.
- (?) В которой число нулей в транспортной таблице не равно числу ненулевых элементов.
- (?) В которой стоимость перевозки существенно отличается от времени.

34. Как можно решить прямую транспортную задачу?

- (?) Методом фиктивного разыгрывания.
- (?) С помощью метода множителей Лагранжа.
- (?) Сведением ее к задаче линейного программирования.
- (?) Методами нелинейного программирования.
- (?) Методом Парето-оптимизации.

Промежуточный контроль может осуществляться в виде расчетных работ.

Примерные задачи для расчетных работ.

Работа №1

Задача №1. Найти все локальные минимумы функции $f_0(x_1, x_2, x_3)$. Проверить выполнение достаточных условий минимума критических точках.

Вариант 1. $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 4x_1^2 - x_1x_2 + 8x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - x_3$

Вариант 2. $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 3x_1^2 - x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - x_2$

Вариант 3. $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 5x_1x_2x_3 + 3x_1^2 - 3x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_3 - x_2$

Вариант 4. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 5x_1x_2x_3 + 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_3 - x_1$

Вариант 5. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 4x_1x_2x_3 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_3 - 3x_1$

Вариант 6. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 - 3x_1$

Вариант 7. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 10x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 - 3x_3$

Вариант 8. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 10x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 3x_3$

Вариант 9. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^3 + 4x_1x_2x_3 + 10x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 3x_2$

Вариант 10. $f_0(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 6x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 3x_2$

Задача №2. Решить задачу на условный экстремум. Проверить выполнение достаточных условий минимума критических точек.

Вариант 1. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 2. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 3. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 4. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 5. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 4x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 6. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 7. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 8. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 - 10x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 9. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 5x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 10. $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 9x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Задача №3. Имеется 4 вида ценных бумаг со средней доходностью m_0, m_1, m_2, m_3 копеек на каждый рубль вложений соответственно. Известна ковариационная матрица A совместного распределения доходности бумаг. Требуется сформировать портфель ценных бумаг, распределив сумму, равную 1 тысяче рублей, обеспечив среднюю доходность портфеля равную 14 тысячам копеек, при условии наименьшего риска.

Вариант 1. $m_0=3, m_1=9, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 9/2 & 5 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 2. $m_0=4, m_1=6, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 5/2 & 3/2 \\ 5/2 & 9/2 & 5 \\ 3/2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 3. $m_0=3, m_1=5, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 32/9 & 3 & 5/3 \\ 3 & 9/2 & 5 \\ 5/3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 4. $m_0=2, m_1=5, m_2=19, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 32/9 & 23/9 & 5/3 \\ 23/9 & 46/9 & 6 \\ 5/3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 5. $m_0=4, m_1=6, m_2=19, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 13/6 & 3/2 \\ 13/6 & 46/9 & 6 \\ 3/2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 6. $m_0=3, m_1=6, m_2=21, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 11/6 & 3/2 \\ 11/6 & 40/9 & 17/3 \\ 3/2 & 17/3 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 7. $m_0=2, m_1=6, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 13/6 & 3/2 \\ 13/6 & 28/9 & 10/3 \\ 3/2 & 10/3 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 8. $m_0=1, m_1=3, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 6 & 4/3 & 2 \\ 4/3 & 28/9 & 10/3 \\ 2 & 10/3 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 9. $m_0=1, m_1=3, m_2=15, m_3=18, A = \begin{pmatrix} 6 & 4/3 & 3/2 \\ 4/3 & 28/9 & 19/6 \\ 3/2 & 19/6 & 7/2 \end{pmatrix}$

Вариант 10. $m_0=3, m_1=6, m_2=15, m_3=18, A = \begin{pmatrix} 3 & 13/6 & 2 \\ 13/6 & 28/9 & 19/6 \\ 2 & 19/6 & 7/2 \end{pmatrix}$

Работа №2

Задача №1. Задача оптимального производства продукции. Предприятие планирует выпуск двух видов продукции I и II, на производство которых расходуется три вида сырья А, В, и С. Потребность a_{ij} на каждую единицу j -го вида продукции i -го вида сырья, запас b_i соответствующего сырья и прибыль c_j от реализации единицы j -го вида продукции задана таблицей:

Виды сырья	Виды продукции		Запасы сырья
	I	II	
А	$a_{11} = n$	$a_{12} = 2$	$b_1 = mn + 5$
В	$a_{21} = 1$	$a_{22} = 1$	$b_2 = m + n + 3$
С	$a_{31} = 2$	$a_{32} = m + 1$	$b_3 = mn + 4m + n + 4$
Прибыль	$c_1 = m + 2$	$c_2 = n + 1$	
План (ед)	x_1	x_2	

Для производства двух видов продукции I и II с планом x_1 и x_2 единиц составит целевую функцию прибыли Z и соответствующую систему ограниче-

ний по запасам сырья, предполагая, что требуется изготовить в сумме не менее N единиц обоих видов продукции.

Составить оптимальный план (x_1, x_2) производства продукции, обеспечивающий максимальную прибыль Z_{\max} . Определить остатки каждого вида сырья. Задачу решить симплекс-методом.

Построить по полученной системе ограничений многоугольник допустимых решений и найти оптимальный план производства геометрическим путем. Определить соответствующую прибыль Z_{\max} .

Произвести анализ модели на чувствительность. Найти двойственную цену дефицитных видов сырья, максимальное значение закупок дефицитных видов сырья, которое приносит прибыль при сохранении статуса сырья, а также границы изменения цены на товар, при которых найденный план остается оптимальным.

Задача №2. Сетевое и календарное планирование. Сетевая модель состоит из 9 этапов и включает в себя следующие операции:

Операция	1→2	1→3	1→4	2→5	3→5	4→5	2→6
Продолжительность	m	n	$m+2$	$n+1$	$m+3$	$n+2$	$m+2$
Число рабочих, занятых на операции	5	3	2	4	3	6	4

Операция	4→8	5→6	5→7	5→8	6→9	7→9	8→9
Продолжительность	n	$n+2$	$m+1$	$n+1$	$n+1$	$n+2$	$m+3$
Число рабочих, занятых на операции	5	2	1	5	3	2	4

Постройте сетевой граф модели. Для каждого i определите раннее начало операций $\langle i \rangle$, стартующих на i -м этапе, и позднее окончание операций $[i]$, заканчивающихся на i -м этапе. Для каждой операции вида $i \rightarrow j$ определите раннее и позднее начало операции, и ранее и позднее окончание операции, а также полный и свободный резерв операции. Выпишите все критические пути. Постройте календарный график потребности в рабочей силе, сначала исходя из ранних сроков начала операций, а затем - из поздних сроков начала операций. Постройте календарный график, в котором потребность в рабочей силе распределена максимально равномерно по времени.

Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются в соответствии с двумя последними цифрами A и B в шифре студенческого билета (зачетной книжки) из таблиц

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

Например, студент с шифром 14-34 ($A=3$, $B=4$) решает задачи со значениями $m=8$, $n=9$.

Преподаватель, ведущий данный курс, может распределить значения параметров m и n по своему усмотрению.

4.2. Типовые вопросы, выносимые на зачет

1. Экстремум функции нескольких вещественных переменных. Необходимое условие локального минимума (теорема Ферма). Достаточные условия локального минимума. Критерии положительной определенности квадратичной формы.
2. Связь между линейными операторами и квадратичными формами. Собственные числа и собственные векторы симметричного оператора. Критерии положительной определенности квадратичной формы. Типы экстремумов (локальный максимум, локальный минимум, седло).
3. Условный экстремум в задаче с ограничениями типа равенства. Принцип Лагранжа.
4. Теорема о неявной функции.
5. Задачи на экстремум с ограничениями в форме равенств и неравенств. Принцип Лагранжа.
6. Задача о портфеле наименьшего риска (по Марковицу). Формулировка задачи и алгоритм поиска экстремума.
7. Основная задача линейного программирования. Целевая функция. Замена неравенств уравнениями в системе ограничений. Допустимые решения (планы). Базисные решения. Опорные планы. Оптимальный план.
8. Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Преобразование системы ограничений методом полных жордановых исключений. Формирование симплекс-таблицы. Анализ решения по целевой (фиктивной целевой) строке. Улучшение решения по целевой (фиктивной целевой) строке. Запись оптимального плана.

9. Графический метод решения задачи линейного программирования в случае двух переменных.
10. Задача, двойственная к исходной задаче линейного программирования. Симметричные и несимметричные двойственные задачи. Теоремы двойственности.
11. Двойственный симплекс-метод.
12. Экономическое содержание теории двойственности (на примере решения задачи оптимального планирования производства продукции).
13. Постановка транспортной задачи. Транспортная таблица. План перевозок. Оптимальный план перевозок. Закрытая и открытая модели. Сведение открытой модели к закрытой.
14. Составление первоначального плана перевозок транспортной задачи методами северо-западного угла, наименьшей стоимости, двойного предпочтения.
15. Вырожденные планы в транспортной задаче. Циклы и пополнение плана. Потенциалы. Проверка оптимальности плана и перераспределение поставок с помощью метода потенциалов.
16. Задача коммивояжера.
17. Структурная таблица комплекса работ сетевой модели. Ранги работ. Упорядочение структурной таблицы. Сетевой график комплекса работ.
18. Временной сетевой график. Время выполнения комплекса работ. Критические работы. Резервы времени.
19. Сетевое планирование при случайных временах выполнения работ.
20. Задачи оптимизации сетевых моделей.
21. Многошаговые управляемые процессы. Общая постановка задачи динамического программирования. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования.
22. Принцип оптимальности Белмана. Поэтапное построение оптимального управления.

Практические задачи для зачета

1. Проверьте являются ли точками экстремума стационарные точки $(0,3,1)$, $(0,1,-1)$ функции

$$f = 2x_1x_2x_3 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_2 + 4x_3$$

2. Найти экстремумы функции

$$f = 2x_1x_2x_3 + 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 6x_1 + 6x_2 + 6x_3$$

3. Вычислить гессиан функции

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sin(x_1x_2) + x_1x_2 \cos(x_3x_4) \text{ в точке } \left(\frac{\pi}{2}, 1, 1, \pi\right).$$

4. Проверить, является ли знакоопределенной квадратичная форма $x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - x_2x_3$.

5. Произвести анализ модели на чувствительность на примере задачи, определяемой следующей симплекс таблицей

Б	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	1
s_2	0	0	3	1	-2	12
x_1	1	0	-1	0	1	8
x_2	0	1	2	0	3	9
z	0	0	5	0	4	12

Определить теневые цены ресурсов, границы возможного увеличения запасов сырья, которые не изменяют статус ресурса, границы изменения цен на продукцию, при которых данный опорный план остается оптимальным.

6. Решить задачу:

$$x_1x_2 \rightarrow \min, \quad x_1 + x_2 \geq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

7. Решить задачу линейного программирования

$$z = 4x + y \rightarrow \max, \quad x + y \leq 7, \quad x + 2y \geq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

8. . Решить транспортную задачу: имеется три поставщика с ресурсами 100, 200, 300, три потребителя с потребностями 200, 150, 250, и матрица коэффициентов

стоимости поставок $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Определить план поставок наименьшей стоимости.

имости.

9. Сетевая модель включает в себя следующие операции:

Операция	1→2	1→3	1→4	2→5	2→6	3→6	3→7	4→5	5→7	6→7
Продолжительность	6	7	5	8	7	4	8	3	5	2

Постройте сетевой граф модели. Для каждой операции вида $i \rightarrow j$ определите свободный резерв операции. Найти критические пути.

10. Дана матрица рисков: $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 9 \\ 6 & 6 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 9 & 10 \\ 3 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ Определите стратегию лица, принимающего решение исходя из правила Сэвиджа минимального риска.

11. Дана матрица последствий: $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 8 & 7 \\ 4 & 1 & 9 & 11 \\ 3 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ Определите стратегию лица, принимающего решение исходя из правила Вальда максимального пессимизма.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ
СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ***

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Направление подготовки: 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в системах управления

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Общие положения

Целью изучения дисциплины является

- Развить системное мышление слушателей путем детального анализа подходов к математическому моделированию и сравнительного анализа разных типов моделей;
- Ознакомить слушателей с математическими свойствами моделей и методов оптимизации, которые могут использоваться при анализе и решении широкого спектра экономических задач.

Задачи дисциплины:

- - освоение студентами базовых знаний в области построения математических моделей.
- - получение студентами умений и навыков проведения математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

2. Указания по проведению практических занятий

Тема 1. Гладкая конечномерная оптимизация.

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Задачи на минимум. Гладкие конечномерная задача без ограничений.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Достаточные условия существования минимума.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 2. Задача нелинейного программирования.

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Конечномерные задачи с ограничениями типа равенства и неравенства. Принцип Лагранжа в задачах с ограничениями в форме равенств.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Достаточные условия экстремума. Принцип Лагранжа для задач со смешанными ограничениями типа равенства и неравенства.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Решение задачи Марковица - Тоби-на о портфеле ценных бумаг наименьшего риска при заданной средней доходности.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 3. Задача линейного программирования.

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Графическая интерпретация системы линейных уравнений и неравенств в конечномерном пространстве. Метод полных жордановых исключений преобразования систем линейных уравнений.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Симплекс метод. Запись задачи линейного программирования в виде симплекс таблице. Правило выбора разрешающего элемента симплекс преобразования. Нахождение опорного решения.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Проверка оптимальности опорного решения. Двойственные задачи линейного программирования. Анализ чувствительности оптимального решения к параметрам задачи линейного программирования.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Транспортная задача. Метод потенциалов. Правило северо-западного угла и наименьшей стоимости для составления начального плана поставок. Открытые и закрытые модели.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 4. Оптимизация в условиях неопределенности.

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Задача выбора решений в условиях полной неопределенности.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Задача выбора решений в условиях частичной неопределенности.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации.

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Задачи многокритериальной оптимизации. Доминирование и оптимальность по Парето. Сетевые задачи. Критические и не критические пути. Раннее начало и позднее окончание операций. Полный и свободный резервы.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Графическое и табличное решение задачи расчета сетевой модели. Определение ресурсов и последовательное улучшение сетевого плана. Построение календарного графика и распределение ресурсов.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 6. Оптимизация динамических систем.

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Динамические задачи оптимизации. Задача об определении оптимального плана реконструкции предприятий при ограничениях на общую сумму вложений.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Задачи о загрузке. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана в многошаговых задачах оптимизации.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационные, направленные на закрепление базовых ЗУН. Операционные, обеспечивающие тренировку широкого спектра интеллектуальных действий.

Тема и содержание практического занятия: Задачи о надежности. Решение задач динамического программирования..

Продолжительность занятия – 2 ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрен учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование блока (раздела) дисциплины	Виды СРС
1.	Гладкая конечномерная оптимизация	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.
2.	Задача нелинейного программирования	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.
3	Задача линейного программирования	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.
4	Оптимизация в условиях неопределенности	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.
5	Основные понятия многокритериальной оптимизации	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.
6	Оптимизация динамических	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.

	систем	2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.
--	--------	--

Вопросы для самостоятельной работы

1. Решение систем линейных уравнений итерационными методами (принцип сжимающих отображений, метод Зейделя).
2. Линейные операторы в Y^n . Собственные числа и собственные векторы.
3. Квадратичные формы в Y^n .
4. Теорема о неявной функции для системы уравнений в конечномерном пространстве. Множество касательных векторов. Базис. Ограничение квадратичной формы на подпространство.
5. Выпуклая оптимизация. Теорема Куна-Таккера.
6. Множество критических вариаций в задачах с ограничениями в форме неравенств. Достаточные условия локального экстремума в задачах со смешанными ограничениями.
7. Марковские цепи (динамические системы с дискретным временем и конечным числом состояний). Уравнение Колмогорова-Чепмена. Управляемые марковские цепи. Байесовский подход к определению оптимального решения. Уравнение Беллмана.
8. Решение задачи составления рациона методами линейного программирования.
9. Решение задачи о распределении ресурсов методами линейного программирования.
10. Решение задачи о загрузке станков методами линейного программирования.
11. Решение транспортной задачи по критерию времени.
12. Решение задачи оптимального раскроя материалов методами целочисленного программирования.
13. Решение задачи оптимального использования оборудования методами целочисленного программирования.
14. Решение задачи распределения ресурсов по неоднородным этапам материалов методами динамического программирования.
15. Решение задачи о резервировании ресурсов методами динамического программирования.
16. Решение задачи распределения ресурсов между тремя и более отраслями методами динамического программирования.
17. Распределение ресурсов со вложением доходов в производство.

18. Решение задачи динамического программирования с учетом предыстории процесса.
19. Задачи динамического программирования, не связанные со временем.
20. Задачи динамического программирования с мультипликативным критерием.
21. Задача распределения средств для повышения надежности технического устройства.
22. Бесконечношаговый процесс динамического программирования.
23. Двойственность в квадратичном программировании.
24. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.

5. Указания по проведению контрольных работ для студентов факультета заочного обучения

Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются в соответствии с двумя последними цифрами A и B в шифре студенческого билета (зачетной книжки) из таблиц

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

Например, студент с шифром 19-34 ($A=3, B=4$) решает задачи со значениями $m=8, n=9$.

9.1. Сетевая модель состоит из 9 этапов и включает в себя следующие операции:

Операция	1→2	1→3	1→4	2→5	3→5	4→5	2→6
Продолжительность	m	n	$m+2$	$n+1$	$m+3$	$n+2$	$m+2$
Число рабочих, занятых на операции	5	3	2	4	3	6	4

Операция	4→8	5→6	5→7	5→8	6→9	7→9	8→9
Продолжительность	n	$n+2$	$m+1$	$n+1$	$n+1$	$n+2$	$m+3$
Число рабочих, занятых на операции	5	2	1	5	3	2	4

Постройте сетевой граф модели. Для каждого i определите раннее начало операций $\langle i \rangle$, стартующих на i -м этапе, и позднее окончание операций $[i]$, заканчивающихся на i -м этапе. Для каждой операции вида $i \rightarrow j$ определите раннее и позднее начало операции, и ранее и позднее окончание операции, а также полный и свободный резерв операции. Выпишите все критические пути. Постройте календарный график потребности в рабочей силе, сначала исходя из ранних сроков начала операций, а затем – из поздних сроков начала операций. Постройте ка-

лендарный график, в котором потребность в рабочей силе распределена максимально равномерно по времени.

9.2. Фирма, в состав которой входит три предприятия, принимает решение о комплексной реконструкции этих предприятий. В следующей таблице указаны 4 возможных решения по каждому предприятию, затраты c_i на реализацию таких решений и чистая прибыль R_i как результат принятого решения (в млн. руб.)

	1-е предприятие		2-е предприятие		3-е предприятие	
	c_1	R_1	c_2	R_2	c_3	R_3
Оставляем в прежнем виде	0	0	0	0	0	0
Малая механизация	m	$m+n$	1	$1+m$	n	$n+m$
Частичная модернизация	$m+5$	$2m+n+3$	5	$2n+m$	$n+5$	$n+3m$
Полная реконструкция	$m+n+5$	$2m+3n+3$	$n+5$	$3n+m$	$n+15$	$5n+6m$

Требуется, используя метод динамического программирования, составить план реконструкции предприятий, обеспечивающий максимальную прибыль, при условии, что фирма может вложить в реконструкцию предприятий не более $m+2n+15$ млн. руб.

9.3. Задана матрица последствий

$$\begin{pmatrix} 2 & n & m \\ n+m & 4 & n+6 \\ m & 3n & 5m \\ m+2n & n & 6 \end{pmatrix}$$

Найти рекомендации по выбору стратегии действия для лица, принимающего решение, по правилам Вальда, Сэвиджа, Гурвица. Применить правило равновероятности Лапласа. Найти решение максимизирующее средний ожидаемый доход при заданных вероятностях развития событий

$$p_1 = \frac{n+1}{2m+n+3},$$

$$p_2 = \frac{m+2}{2m+n+3}, \quad p_3 = \frac{m}{2m+n+3}. \text{ Провести анализ Парето-множества.}$$

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1 Лесин, В.В. Основы методов оптимизации / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. – М.: Лань, 2022. - 341 с. Режим доступа:

URL: <https://e.lanbook.com/book/86017>

2. Абдрахманов, Валий Габдрауфович. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания : учеб. пособие / В. Г. Абдрахманов, А. В. Рабчук. – М.: Лань, 2022. - 112 с. Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675

Дополнительная литература:

1. Колемаев, В. А. Математическая экономика / В.А. Колемаев. - 3-е изд., стер. – М.: Юнити-Дана, 2020. - 399 с. Режим доступа:

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=1147182>.

2. Кузнецов, Альберт Васильевич. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод; под общ. ред. А.В. Кузнецова. – М. Лань, 2020. - 351 с. Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4550

3. Окулов, Станислав Михайлович. Динамическое программирование / С. М. Окулов, О. А. Пестов. – М.: «Лаборатория знаний», 2020. - 296 с. : Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=66114

4. Плескунов, М. А. Задачи сетевого планирования / М.А. Плескунов. - Екатеринбург Издательство Уральского университета, 2020. - 93 с. – Режим доступа: URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275943>

5. Горлач, Б. А. Исследование операций / Горлач Б.А. – М.: Лань, 2020. Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4865

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

1. www.rucont.ru

2. e.lanbook.com

3. <http://www.window.edu.ru> - информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам".

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: MS Office, Math Type

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*