



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

«УТВЕРЖДАЮ»

и.о. проректора

_____ **А.В. Троицкий**

« ___ » _____ **2023 г.**

ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«ТЕОРИЯ ГРАФОВ»

Направление подготовки: 09.03.03. Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в системах управления

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

Автор: к.ф.-м.н. доцент Борисова О.Н. Рабочая программа дисциплины «Теория графов». – Королев МО: ТУ, 2023

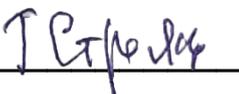
Рецензент: к.т.н., доцент Бугай И.В.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 09.03.03. Прикладная информатика и Учебного плана, утвержденного Ученым советом ТУ.
Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В., к.т.н., доц. 			
Год утверждения (переподтверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания кафедры	№8 от 15.03.2023			

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП  Г.А. Стрельцова, к.т.н., доц.

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переподтверждения)	2023			
Номер и дата протокола заседания УМС	№5 от 11.04.2023			

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Целью изучения дисциплины является:

1. Формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. Освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. Формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

- способен разрабатывать и адаптировать прикладное программное обеспечение (ПК-2);
- способен моделировать прикладные (бизнес) процессы и предметную область (ПК-5).

Основными задачами дисциплины являются:

1. Дать студентам базовые знания по основным разделам теории графов
2. Познакомить студентов с основными алгоритмами теории графов
3. Научить студентов методам моделирования с использованием теории графов.
4. Научить студентов выбирать, анализировать и реализовывать некоторые алгоритмы теории графов.

Показатели освоения компетенций отражают следующие индикаторы:

Трудовые действия:

- Использует методы структурного и объектно-ориентированного программирования для разработки структуры программного кода ИС, верификации структуры программного кода ИС относительно архитектуры ИС и требований заказчика к ИС;
- Использует современные методики описания бизнес-процессов на основе исходных данных для разработки модели бизнес-процессов.

Необходимые умения:

- Применяет языки программирования и работы с базами данных, инструменты и методы верификации структуры программного кода для разработки прототипа ИС в соответствии с требованиями;
- Применяет современные подходы и стандарты автоматизации организации, методики описания и моделирования бизнес-процессов, средства моделирования бизнес-процессов для описания бизнес-процессов на основе исходных данных.

Необходимые знания:

- Анализирует языки программирования и работы с базами данных, инструменты и методы верификации структуры программного кода, современные объектно-ориентированные языки программирования, современные структурные языки программирования, языки современных бизнес-приложений для выполнения работ и управление работами по созданию (модификации) и сопровождению ИС;
- Анализирует методики описания и моделирования бизнес-процессов, средства моделирования бизнес-процессов, инструменты и методы моделирования бизнес-процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Теория графов» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика».

Дисциплина «Теория графов» базируются на знаниях, полученных в процессе изучения дисциплины «Алгебра логики и дискретный анализ» и компетенциях УК-2; ОПК-1.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплин модуля, являются базовыми при изучении дисциплин: «Теория систем и системный анализ», «Математические методы оптимального управления», «Базы данных» и выполнении выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 4 зачетные единицы, 144 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4
Общая трудоемкость	144			144	
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ					
Аудиторные занятия	48			48	
Лекции (Л)	16			16	
Практические занятия (ПЗ)	32			32	
Лабораторные работы (ЛР)	-			-	
Самостоятельная работа	96			96	
Курсовые, расчетно-графические работы	-			-	
Контрольная работа, домашнее задание					
Текущий контроль знаний (7 - 8, 13 - 14 недели)	Тест			Тест	
Вид итогового контроля	Зачет с оценкой			Зачет с оценкой	

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Практическая подготовка, час	Код компетенций
Тема 1. Основные понятия теории графов	2	4		2	ПК-2
Тема 2. Оптимизационные задачи теории графов	6	12	4	6	ПК-2
Тема 3. Деревья. Клики	2	4	2	2	ПК-2
Тема 4. Планарность графов	2	4	2	2	ПК-5
Тема 5. Сетевое планирование	4	8	4	4	ПК-5
Итого:	16	32	12	16	

4.2. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Основные понятия теории графов

Лекция 1. Основные понятия теории графов: вершины, ребра, петли, Виды графов: простые, ориентированные, мультиграф, псевдограф, нулевой, двудольный, сеть. Изоморфные графы. Подграф. Виды вершин: концевая, висящая, изолированная, доминирующая. Порядок (степень) вершины. Способы задания графа: матрица смежности вершин, матрица смежности дуг, матрица инцидентностей, матрица Кирхгофа, матрица достижимости. Операции на графах. Дополнение графа. Маршруты, цепи, простые цепи, гамильтонова цепь, циклы, гамильтоновы циклы, пути. Длина маршрута. Вес пути. Связность графа. Цикломатическое число. Метрические характеристики графа: эксцентриситет вершины, диаметр, радиус, центр, периферия.

Тема 2. Оптимизационные задачи теории графов

Лекция 2. Упорядочивание дуг и вершин графа. Определение экстремальных путей на графах. Метод Шимбелла. Алгоритм нахождения максимального

пути: область применения алгоритма, этапы, шаги. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.

Лекция 3. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры: область применения алгоритма, этапы, шаги, метки. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.

Лекция 4. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Беллмана-Мура: область применения алгоритма, этапы, шаги. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.

Тема 3. Деревья. Клики

Лекция 5. Деревья. Лес. Эквивалентные определения дерева. Ориентированное дерево. Остовный подграф. Теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев. Цикломатическое число леса. Остовы экстремального веса. Алгоритм нахождения остова экстремального веса. Примеры практических задач для использования этого алгоритма. Эйлеров граф. Гамильтонов граф. Теорема об эйлеровом графе. Алгоритм Флери. Обходы графов. Фундаментальные циклы. Неплотность графа Независимое множество вершин. Доминирующее подмножество вершин. Число доминирования. Клика. Максимальная клика. Плотность графа.

Тема 4. Планарность графов

Лекция 6. Плоский граф. Планарность графов. Грани графа. Теорема Эйлера о связном планарном графе. Алгоритм укладки графа на плоскость. Хроматические графы. Раскраска графа. Хроматическое число графа. Теорема о раскрашиваемости планарного графа. Теорема о двуцветном графе.

Тема 4. Потоки в сетях

Лекция 7. Потоки в сетях. Пропускная способность. Разрез. Пропускная способность разреза. Теорема Форда-Фалкерсона. Поток минимальной стоимости.

Лекция 8. Сетевое планирование. Работа. Событие. Критический срок. Резерв. Критический путь. Линейные графики.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Теория графов» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7. Перечень основной, дополнительной и рекомендуемой учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Гданский Н.И. Основы теории графов и алгоритмы на графах. М.: ИНФРА-М, 2020, -206 с. Режим доступа URL: <https://znanium.com/read?id=354349>

2. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы / С. В. Микони. – М.: Лань, 2022. - 192 с. Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=43162.

Дополнительная литература

1 Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов : пер. с англ. / Р. Хаггарти. - Изд. 2.е, испр. - Москва : РИЦ "Техносфера", 2022. - 400 с. Режим доступа: URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Гладков Л.А., Гладкова Н.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Специальные разделы теории графов: учебное пособие. Ростов-на-Дону, Таганрог: ЮФУ, 2021. – 112 с. Режим доступа: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=561028

Рекомендуемая литература

1. Шапоров С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий. - СПб.: БХВ-Петербург, 2017. - 400 с.:ил. <https://nashol.com/2014090579754/diskretnaya-matematika-kurs-lekcii-i-prakticheskikh-zanyatii-shaporev-s-d-2006.html>

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. 6-е изд., испр. - М.: 2008 - 720с. <https://alleng.org/d/math/math494.htm>

3. Домнин Л.Н. Элементы теории графов. Учебное пособие - Пенза. Изд-во Пензенского государственного университета. - 2007. - 144 с. - <http://window.edu.ru/resource/360/60360/files/dln001.pdf>

4. Робин Дж. Уилсон Введение в теорию графов. 5-е издание. Изд-во Вильямс. -2020.- 240 с.

https://www.ozon.ru/context/detail/id/161393534/?utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=RF_Product_Shopping_Smart_Books&gclid=EAIaIQobChMI0v3ftMXu5QIVBKsYCh1BXQm2EAQYBCABEgKTYvD_BwE

5. Берж К. Теория графов и ее применения. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962

6. Гладких О. Б., Белых О. Н. Основные понятия теории графов. Учебное пособие. - Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина. - 2008. - 175 с. <http://window.edu.ru/resource/153/71153/files/elsu56.pdf>

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: *MSOffice*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

Практические занятия:

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Перечень материально-технического обеспечения:

- лекционные аудитории (оборудованные видеопроеционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном, и имеющие выход в Интернет);
- помещения для проведения семинарских и практических занятий (оборудованные учебной мебелью);
- библиотеку (имеющую рабочие места для студентов, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных и Интернет);
- компьютерные классы, учебно-научную лабораторию социологических исследований.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

«ТЕОРИЯ ГРАФОВ»

(Приложение 1 к рабочей программе)

Направление подготовки: 09.03.03. Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в системах управления

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				трудовые действия	необходимые умения	необходимые знания
1	ПК-2	Способен разрабатывать и адаптировать прикладное программное обеспечение	Темы 1-3.	Использует методы структурного и объектно-ориентированного программирования для разработки структуры программного кода ИС, верификации структуры программного кода ИС относительно архитектуры ИС и требований заказчика к ИС	Применяет языки программирования и работы с базами данных, инструменты и методы верификации структуры программного кода для разработки прототипа ИС в соответствии с требованиями	Анализирует языки программирования и работы с базами данных, инструменты и методы верификации структуры программного кода, современные объектно-ориентированные языки программирования, современные структурные языки программирования, языки современных бизнес-приложений для выполнения работ и управление работами по созданию (модификации) и сопровождению ИС
2	ПК-5	Способен моделировать прикладные (бизнес) процессы и	Темы 4-5.	Использует современные методики описания бизнес-процессов на основе исходных данных для разработки модели бизнес-процессов	Применяет современные подходы и стандарты автоматизации организации, методики описания и моделирования бизнес-процессов, сред-	Анализирует методики описания и моделирования бизнес-процессов, средства моделирования бизнес-процессов, инструменты и ме-

		предмет- ную об- ласть			ства моделирова- ния бизнес- процессов для описания бизнес- процессов на ос- нове исходных данных	тоды моделиро- вания бизнес- процессов
--	--	------------------------------	--	--	---	--

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ПК-2 ПК-5	Письменное задание	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на высоком уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> •компетенция освоена на продвинутом уровне – 4 балла; •компетенция освоена на базовом уровне – 3 балла; <p>В) не сформирована (компетенция не освоена) – 2 и менее баллов.</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) 2. Умение применить выбранный метод (1 балл) 3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл) 4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла) 5. Задача не решена вообще (0 баллов) <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p> <p>Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено.</p> <p>Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал</p>
ПК-2 ПК-5	Контрольная работа (проводится в качестве закрепления освоенного курса и компетенций) для студентов всех форм обучения	<p>А)полностью сформирована – 5 баллов</p> <p>Б)частично сформирована – 3-4 балла</p> <p>В)не сформирована – менее 2 и менее баллов</p>	<p style="text-align: center;">Критерии оценки контрольной работы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Соответствие содержания контрольной работы заявленной тематике (1 балл). 2.Качество источников и их количество при подготовке работы (1 балл). 3.Владение информацией и способность отвечать на вопросы аудитории (1 балл). 4.Качество самой представленной работы (1 балл). 5.Оригинальность подхода и всестороннее раскрытие выбранной тематики (1 балл). <p>Максимальная сумма баллов - 5 баллов</p> <p>Оценка проставляется в журнал</p>

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, ха-

Характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерная тематика письменных заданий

Тема 1. Основные понятия теории графов

1. По матрице смежности вершин построить наглядное изображение графа:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Для графа (рис.1) составить матрицу смежности ребер и матрицу инцидентий

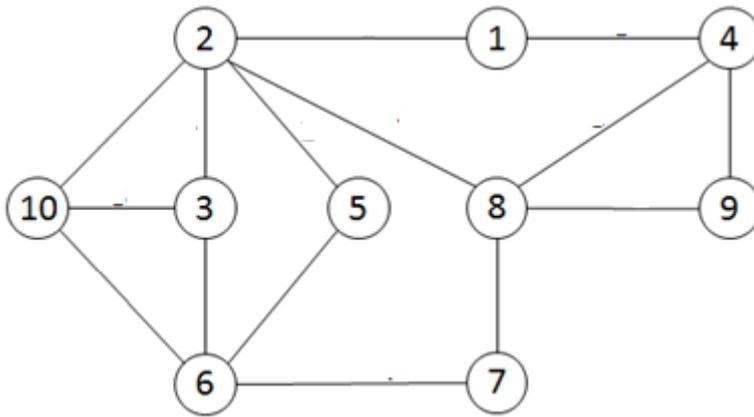


Рис.1

3. Для графа (рис.1) вычислить радиус и диаметр. Определить центр и периферию.
4. Упорядочить вершины орграфа (рис.2)

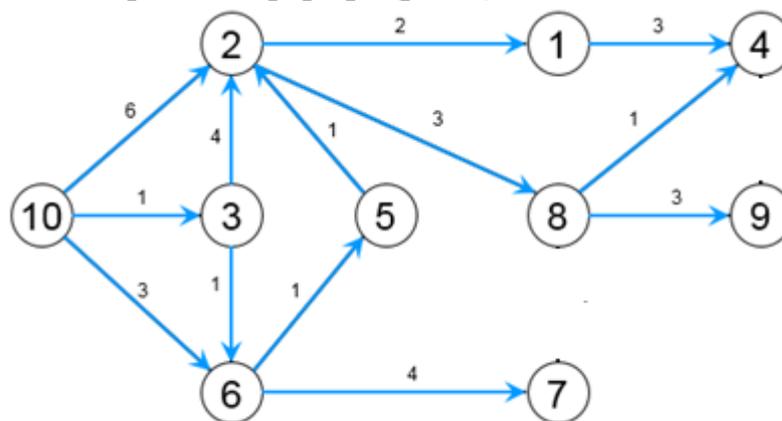


Рис.2

5. Выполнить операции сложения и умножения графов G_1 и G_2 (рис.3)

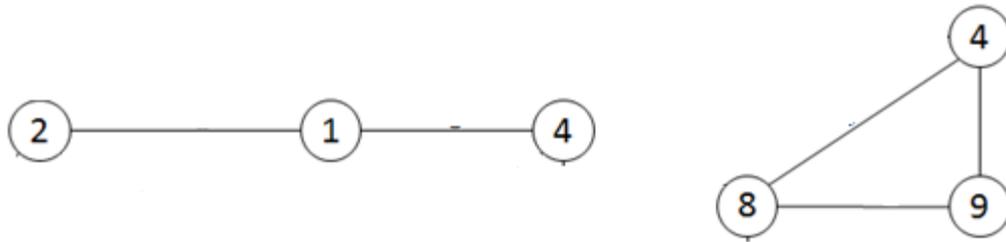


Рис. 3

Тема 2. Оптимизационные задачи теории графов

1. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину минимального пути от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму Дейкстры

$$\begin{pmatrix} - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

2. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину минимального пути от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму Беллмана-Мура

$$\begin{pmatrix} - & 7 & 5 & \infty & 9 & \infty \\ \infty & - & -8 & 4 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & 3 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 8 \\ \infty & \infty & \infty & -4 & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

3. Найдите максимальный путь от вершины 1 до вершины 10 для графа (рис.4)

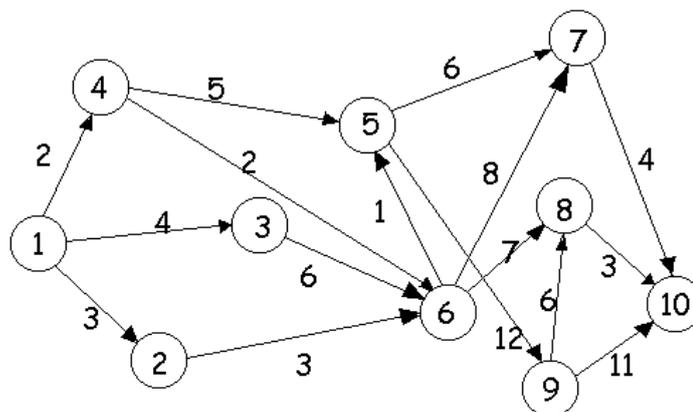


Рис.4

4. Определить кратчайшие пути между вершинами графа (рис.5), состоящие из двух и трех ребер по методу Шимбелла.

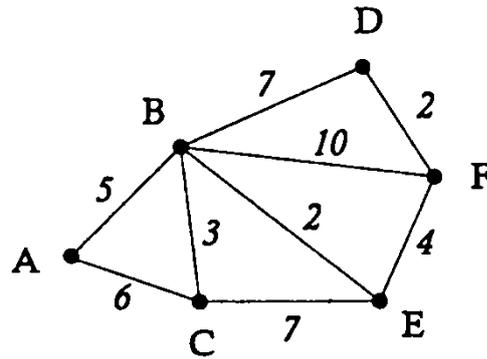


Рис.5

5. Пожарной службе необходимо определить кратчайший путь от гаража (пункт А) до нефтеперерабатывающего завода (пункт В) по данным в километрах, указанным на рис. 6.

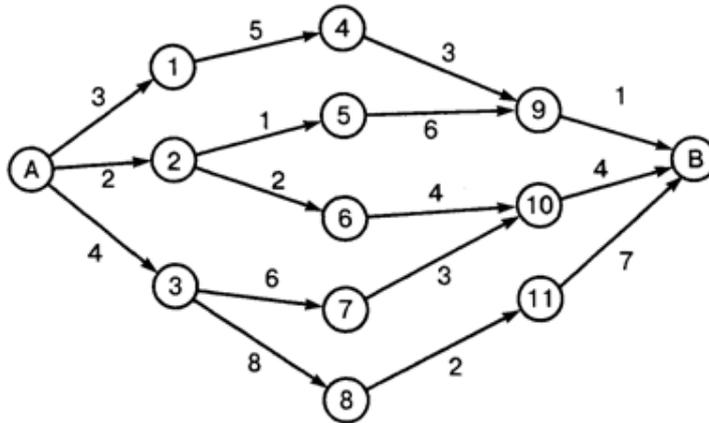


Рис.6

6. Автотранспортному предприятию предстоит освоить новый маршрут между городами А и В. На рис. 7 представлены различные маршруты следования из А в В, проходящие через несколько других поселков. Расстояния указаны (числами в километрах) около стрелок. Определить кратчайший маршрут следования автобусов из города А в город В.

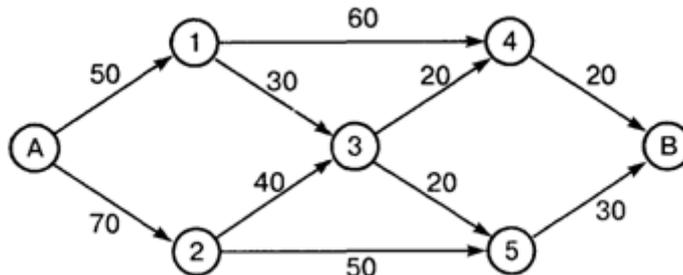


Рис.7

7. Фирма по прокату видео - и стереокассет планирует их замену на очередные 5 лет. Партия кассет должна эксплуатироваться не менее одного года, прежде чем ее заменяют. На рис. 8 приведены стоимости замены партии кас-

сет (в тыс. р.), зависящие от времени замены и числа лет, в течение которых кассеты находятся в эксплуатации.

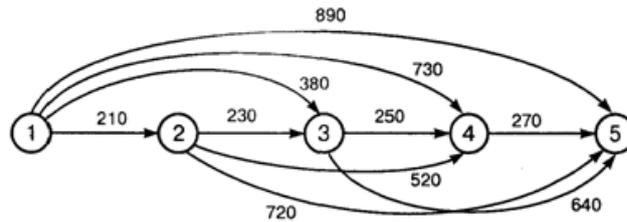
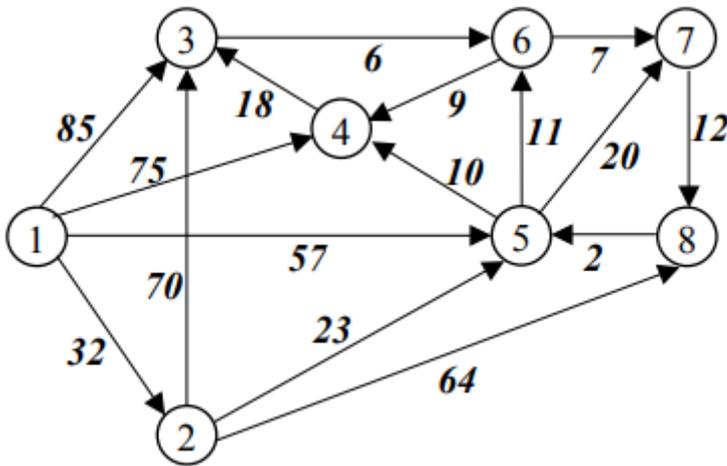


Рис. 30.27

8. Найти кратчайшие пути в орграфе от первой вершины ко всем остальным, используя алгоритм Дейкстры. Постройте дерево кратчайших путей.



Тема 3. Деревья. Клики

1. Строительной фирме необходимо проложить водопроводные трубы к 9 объектам, на которых она ведет строительство. Числа на ребрах указывают длину труб в метрах. Узел 1 — подключение к водопроводной трассе (рис. 9).

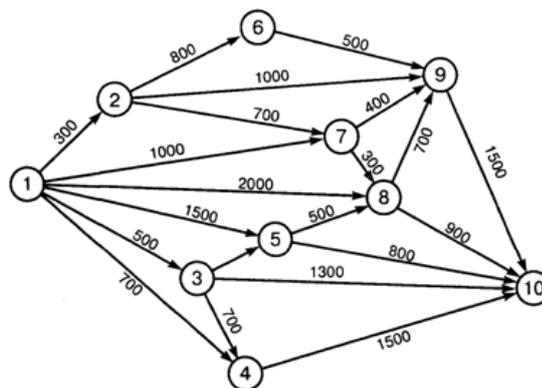


Рис.9

2. Для графа G , заданного матрицей весов, построить минимальный по весу остов G' и найти его вес $\omega(G)$. Используя матричную теорему Кирхгофа, найти число остовных деревьев. Нарисовать 5 остовов.

$$\begin{pmatrix} - & 10 & \infty & 5 & \infty & \infty & 14 \\ 10 & - & 6 & 2 & 4 & 8 & \infty \\ \infty & 6 & - & 3 & 1 & 1 & \infty \\ 5 & 2 & 3 & - & 6 & \infty & 3 \\ \infty & 4 & 1 & 6 & - & 5 & \infty \\ \infty & 8 & 1 & \infty & 5 & - & 2 \\ 14 & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & - \end{pmatrix}$$

Тема 4. Планарность графов

1. С помощью алгоритма укладки графа на плоскость построить плоскую укладку или установить непланарность графа (рис.10)

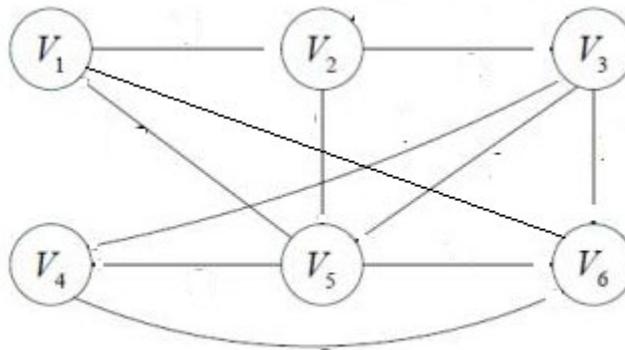


Рис.10

Тема 5. Сетевое планирование

1. По матрице пропускных способностей дуг Ω графа G найти максимальный поток от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_7$ и указать минимальный разрез, отделяющий s от t .

$$\Omega = \begin{pmatrix} - & 18 & 16 & - & - & 9 & - \\ - & - & 8 & 11 & 7 & - & 13 \\ - & - & - & - & 13 & - & 19 \\ - & - & 10 & - & - & 15 & - \\ - & - & - & 17 & - & 28 & - \\ - & - & - & - & - & - & 14 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}$$

2. По матрице пропускных способностей дуг Ω и матрице стоимости транспортировки единичного потока вдоль дуг сети D построить поток

величины $\theta = \left[\frac{2}{3} \varphi_{\max} \right]$, имеющий минимальную стоимость. [...] - целая часть числа.

$$\Omega = \begin{pmatrix} - & 18 & 16 & - & - & 9 & - \\ - & - & 8 & 11 & 7 & - & 13 \\ - & - & - & - & 13 & - & 19 \\ - & - & 10 & - & - & 15 & - \\ - & - & - & 17 & - & 28 & - \\ - & - & - & - & - & - & 14 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} D = \begin{pmatrix} - & 3 & 4 & - & - & 5 & - \\ - & - & 2 & 6 & 4 & - & 2 \\ - & - & - & - & 5 & - & 8 \\ - & - & 3 & - & - & 6 & - \\ - & - & - & 7 & - & 9 & - \\ - & - & - & - & - & - & 4 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}$$

3. По приведенному перечню работ (Таблица 3.1) и их взаимной последовательности построить сетевой график, определить критический срок, ранние и поздние сроки свершения событий, резервы времени событий, ранние и поздние сроки начала и окончания всех работ, полные и свободные резервы времени всех работ. По объемам потребления ресурсов для каждой работы (Таблица 3.2), построить линейный график с учетом ресурсных ограничений Максимальный расход ресурса в любой момент времени $Res_{\max} = 100$

Таблица 3.1

Основные работы	Работы, предшествующие основной	Длительность основных работ
a_1	-	5
a_2	-	8
a_3	-	11
a_4	a_1	6
a_5	a_1, a_2	12
a_6	a_1, a_2, a_3	16
a_7	a_4, a_5, a_6	7

Таблица 3.2

Основные работы	Интенсивность потребления ресурса
a_1	20
a_2	40
a_3	50
a_4	30
a_5	30
a_6	70
a_7	80

4. Составить сетевой график выполнения работ и рассчитать временные параметры по данным, представленным в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Содержание работы	Обозначение	Предыдущая работа	Продолжительность, дн.
Составление сметы	a_1		10
Заказ и доставка оборудования	a_2	a_1	15
Распределение кадров	a_3	a_1	5
Установка оборудования	a_4	a_2	20
Подготовка кадров	a_5	a_3	9
Оформление торгового зала	a_6	a_4	8
Доставка товаров	a_7	a_5	7
Заказ и получение ценников	a_8	a_5	5
Заказ и получение формы	a_9	a_5	6
Выкладка товаров	a_{10}	a_6, a_7	3
Заполнение ценников	a_{11}	a_8	4
Генеральная репетиция	a_{12}	a_9, a_{10}, a_{11}	2

Тематика контрольных работ приведена в приложении 2

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Теория графов» являются две текущие аттестации в форме тестов, контрольная работа и итоговая аттестация в форме зачета с оценкой.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графика учебного процесса	тестирование	ПК-2 ПК-5	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 90 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка -0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%.
согласно графика учебного процесса	Контрольная работа	ПК-2 ПК-5	Задача сетевого и календарного планирования	Письменная аудиторная работа; время, отведенное на процедуру - 90 минут	Результаты проверки контрольной работы предоставляются на следующее занятие	Критерии оценки. Не явка -0 Удовлетворительно – определены раннее и позднее начало операций, найден критический путь в графе. Хорошо – построен календарный график для раннего начала операций. Отлично – в календарном графике сделана оптимизация по распределению рабочей силы.
Согласно графика учебного процесса	Зачет с оценкой	ПК-2 ПК-5	2 теоретических вопроса и 1 задача на различные темы курса	Экзамен проводится в устной форме, путем ответа на вопросы и решения задачи. Время, отведенное на процедуру – 40 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	Критерии оценки: « Отлично »: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. « Хорошо »: •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий, изучаемых предметов; •ответы на вопросы билета

						<p>•неправильно решено практическое задание</p> <p>«Удовлетворительно»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; «Неудовлетворительно»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
--	--	--	--	--	--	---

** Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся, согласно приказу «О внедрении новой балльно-рейтинговой системы контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся»*

4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

Тесты используются в режиме промежуточного контроля. По форме заданий выбраны закрытые тесты (с выборочным ответом). Каждому вопросу соответствует один вариант ответа.

I. Тестовые задания к 1-ой аттестации

ВЫБЕРИТЕ ОДНО ИЛИ НЕСКОЛЬКО ВЕРНЫХ УТВЕРЖДЕНИЙ

1. В матрице инцидентности для неориентированного графа:

- 1) $b_{ij} = 1$, если вершина V_i инцидентна ребру X_j ;
- 2) $b_{ij} = 0$, если вершина V_i инцидентна ребру X_j ;
- 3) $b_{ij} = -1$, если вершина V_i не инцидентна ребру X_j ;
- 4) $b_{ij} = 0$, если вершина V_i не инцидентна ребру X_j .

2. В матрице инцидентности для ориентированного графа:

- 1) $b_{ij} = 1$, если вершина V_i является началом дуги X_j ;
- 2) $b_{ij} = -1$, если вершина V_i является концом дуги X_j ;
- 3) $b_{ij} = 0$, если вершина V_i является концом дуги X_j ;
- 4) $b_{ij} = 0$, если вершина V_i не инцидентна дуге X_j .

3. Если любые две вершины графа можно соединить простой цепью, то граф называется:

- 1) связным;
- 2) несвязным;
- 3) деревом;

4) остовом.

4. Последовательность ребер, в которой каждые два соседних ребра имеют общую вершину, и никакое ребро не встречается более одного раза – это...

- 1) цикл;
- 2) путь;
- 3) дорога;
- 4) проекция.

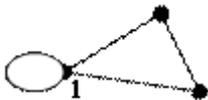
5. Какое минимальное количество ребер нужно убрать из полного графа с 15 вершинами, чтобы он перестал быть связным?

- 1) 18;
- 2) 14;
- 3) 15.

6. Графы, в которых порядок двух концов ребра графа не существен, называются ...

- 1) ориентированным
- 2) неориентированным
- 3) мультиграфом
- 4) псевдографом

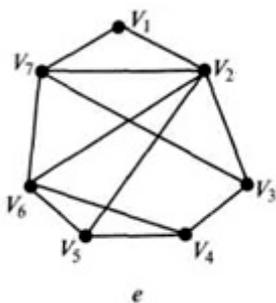
7. Дан граф:



Степень вершины 1 равна

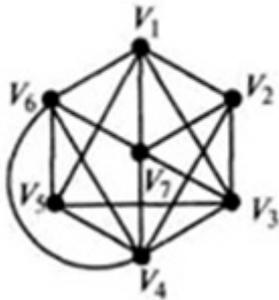
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| а) 1; | б) 2; | в) 3; | г) 4; |
|-------|-------|-------|-------|

8. Укажите степени вершины графа V_2



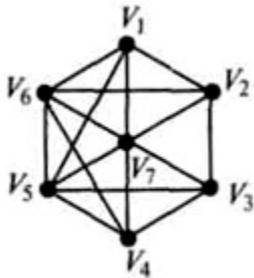
- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 4; | б) 5; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

9. Укажите степени вершин графа V_4



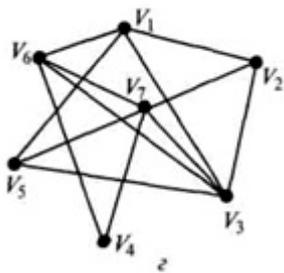
- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 4; | б) 5; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

10. Укажите степени вершин графа V_1



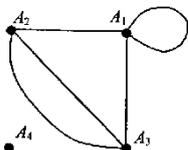
- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 4; | б) 5; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

11. Укажите степени вершин графа V_3



- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 4; | б) 5; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

12. Определите вид графа:



- 1) Простой граф
- 2) Мультиграф
- 3) Псевдограф

13. Вершина графа, смежная с каждой другой его вершиной называется

- 1) Висячей
- 2) Доминирующей
- 3) Изолированной

14. Вершина графа нулевой степени называется

- 1) Висячей
- 2) Доминирующей
- 3) Изолированной

15. Вершина графа первой степени называется

- 1) Висячей
- 2) Доминирующей
- 3) Изолированной

16. Если два ребра соединены общей вершиной, то они называются...

- 1) Смежными
- 2) Изоморфными
- 3) Кратными
- 4) Дугами

17. Если две вершины соединены ребром, то они называются...

- 1) Смежными
- 2) Изоморфными
- 3) Изолированными
- 4) Висячими

18. Граф называется орграфом, если...

- 1) Все его ребра кратны
- 2) Все его вершины соединены между собой
- 3) Все его ребра ориентированы

19. Степенью вершины называется...

- 1) Число ребер, одним из концов которых она является

- 2) Число соединенных с ней вершин
- 3) Число исходящих из нее дуг
- 4) Число входящих в нее дуг

20. Дуги в графе - это...

- 1) Неориентированные ребра
- 2) Ориентированные ребра
- 3) Кратные ребра
- 4) Смежные ребра

21. Если две различные вершины графа соединены более чем одним ребром, то такие ребра называются

- 1) Параллельными
- 2) Смежными
- 3) Кратными

22. В орграфе G вершина x смежна вершине y если

- а) вершины x и y инцидентны дуге v ;
- б) в графе G есть дуга (x, y)
- в) в графе G есть дуга (y, x)

23. В орграфе G вершина x инцидентна дуге v если

- а) вершина x — начало дуги v ;
- б) вершина x либо начало дуги v , либо конец дуги v ;
- в) вершина x конец дуги v ;

24. Для любого неорграфа истинно выражение 'Если вершина x смежна вершине y , то и вершина y смежна вершине x '

- а) Да
- б) Нет

25. В любом произвольном неорграфе число вершин нечетной степени

- а) произвольно;
- б) всегда четно;
- в) всегда нечетно

26. Какой из способов задания графов является верным?

- а) Граф G задается множеством точек (вершин) $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ и соответствия $G(x)$, которое показывает, как между собой связаны вершины.
- б) Граф G задается множеством точек (вершин) $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ и множеством

линий (ребер) $A = \{a_1, \dots, a_m\}$, соединяющих между собой все или часть этих точек.»

- 1) Только а).
- 2) Только б).
- 3) Оба способа верны.
- 4) Оба способа неверны.

27. Что такое ноль-граф?

1. Ноль-графом называется граф, определенный на множестве
2. Ноль-графом называется граф, состоящий только из одних ребер (не имеющих вершин).
3. Ноль-графом называется граф, все вершины которого имеют петли.
4. Ноль-графом называется граф, состоящий из изолированных вершин.

28. Какое ребро графа называется ориентированным?

- 1) Ребро графа называется ориентированным, если оно является петлей.
- 2) Ребро графа называется ориентированным, если порядок расположения его концов (направление стрелок) в графе не является существенным.
- 3) Ребро графа называется ориентированным, если оно соединяет две вершины графа хотя бы в одном направлении.
- 4) Ребро графа называется ориентированным, если порядок расположения его концов в графе является существенным.

29. Граф, у которого все вершины имеют одну и ту же степень, называется

- а) регулярным б) двудольным в) звёздным

30. Вершину, не принадлежащую ни одному ребру, называют

- а) изолированной, б) висячей, в) отдельной

31. Какое минимальное количество ребер нужно убрать из полного графа с 15 вершинами, чтобы он перестал быть связным?

- 1) 18 2) 14 3) 15

32. Сколько ребер в полном графе с 20 вершинами?

- 1) 180 2) 200 3) 190

33. Сколько всего ребер в графе, степени вершин которого равны 3, 4, 5, 3, 4, 5, 3, 4, 5?

- 1) 10 2) 20 3) 18

34. С помощью графа изображены договорные отношения между предприятиями А, Б, В, Г, Д, Е. Если к рассматриваемому моменту: предприятие А установило договорные отношения со всеми другими предприя-

тиями; Б установило с Г и Д; В установило со всеми предприятиями, кроме предприятия Е. Чему равна сумма числа вершин и числа ребер полученного графа?

- 1) 19 2) 18 3) 15 4) 14

35. С помощью графа изображены установленные экономические отношения, семи стран. Каждая страна имеет экономические договоры с каждой другой страной. Чему равна сумма количества вершин и количества ребер полученного графа?

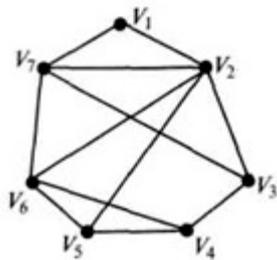
- 1) 29 2) 28 3) 25 4) 24

II. Тестовые задания ко 2-ой аттестации

36. Для того, чтобы граф обладал эйлеровым циклом, необходимо и достаточно, чтобы:

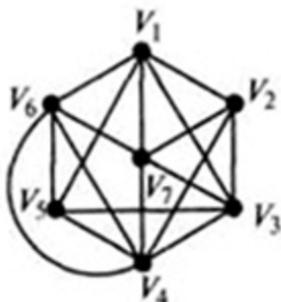
- а) степени всех вершин были нечетными
- б) степени ровно двух вершин были четными
- в) степени всех вершин были четными
- г) степени ровно двух вершин были нечетными

37. Найдите цикломатическое число графа G



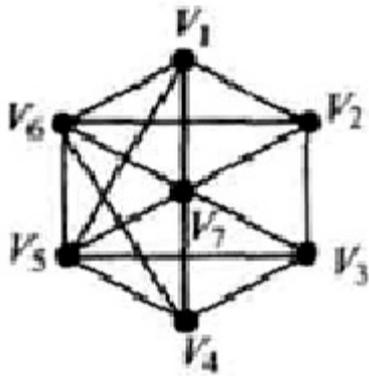
- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 4; | б) 5; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

38. Найдите цикломатическое число графа G



- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 4; | б) 9; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

39. Найдите цикломатическое число графа G

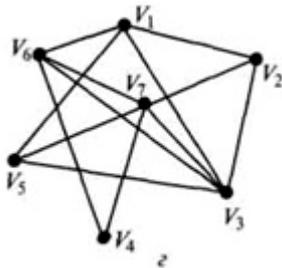


- | | | | |
|--------|-------|-------|------|
| а) 10; | б) 9; | в) 6; | г) 7 |
|--------|-------|-------|------|

40. Цикломатическое число графа равно

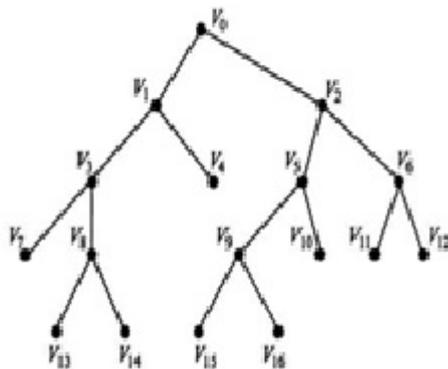
- а) количеству компонент связности
- б) размерности пространства базисов циклов графа
- в) количеству циклов в графе
- г) количеству ребер в цикле

41. Найдите цикломатическое число графа G



- | | | | |
|--------|-------|-------|------|
| а) 10; | б) 9; | в) 6; | г) 7 |
|--------|-------|-------|------|

42. Найдите цикломатическое число графа G



- | | | | |
|-------|-------|-------|------|
| а) 0; | б) 9; | в) 6; | г) 7 |
|-------|-------|-------|------|

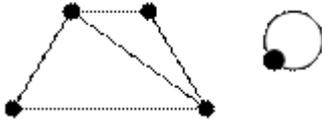
43. Дан граф G:



Цикломатическое число графа G равно

а) 2;	б) 3;	в) 0;	г) 4.
-------	-------	-------	-------

44. Дан граф G :



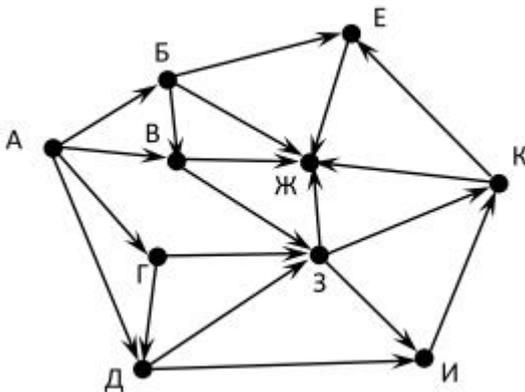
Количество компонент связности графа G

а) 2;	б) 1;	в) 4;	г) 5;
-------	-------	-------	-------

45. Для того, чтобы конечный связный граф был деревом, необходимо и достаточно, чтобы число его ребер было:

- 1) Больше или равно числу его вершин
- 2) Равно числу его вершин
- 3) На единицу больше числа его вершин
- 4) На единицу меньше числа его вершин

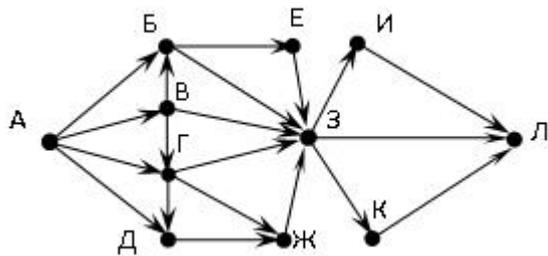
46. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



а) 22;	б) 31;	в) 33;	г) 35;
--------	--------	--------	--------

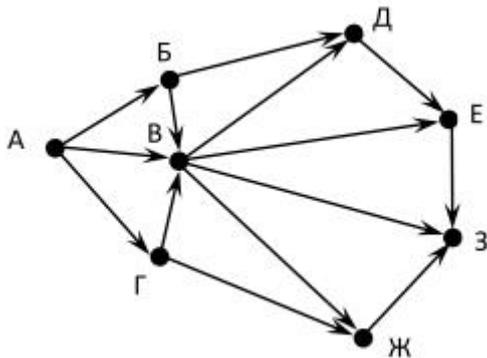
47. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении,

указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



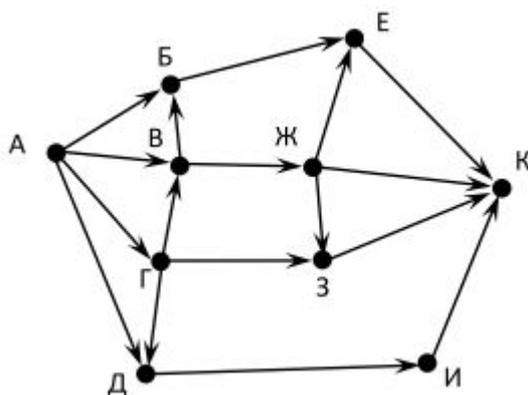
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| а) 22; | б) 31; | в) 33; | г) 36; |
|--------|--------|--------|--------|

48. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



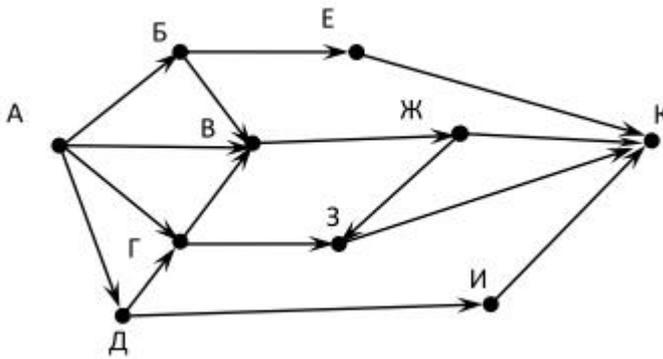
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| а) 22; | б) 11; | в) 13; | г) 14; |
|--------|--------|--------|--------|

49. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



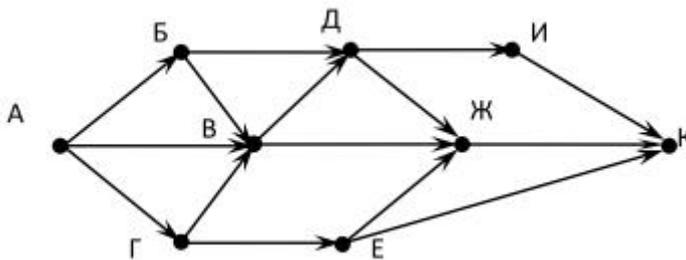
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| а) 12; | б) 11; | в) 13; | г) 14; |
|--------|--------|--------|--------|

На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К ?



- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| а) 12; | б) 11; | в) 13; | г) 14; |
|--------|--------|--------|--------|

50. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| а) 12; | б) 11; | в) 13; | г) 14; |
|--------|--------|--------|--------|

51. Формула Эйлера для планарного графа имеет вид:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| а) $n + m - r = 2$; | б) $n - m + r = 2$; | в) $n + m + r = 2$; | г) $n - m - r = 2$; |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|

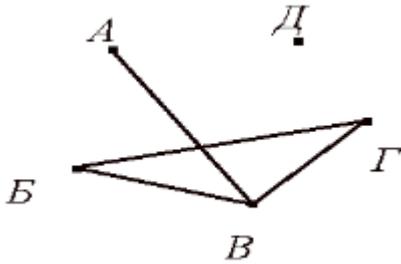
52. Количество циклов в любом дереве D:

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| а) 1; | б) 0; | в) 2; | г) 3; |
|-------|-------|-------|-------|

53. Однородный граф G имеет 15 ребер, степень каждой вершины равна 5, тогда количество вершин графа G:

- | | | | |
|-------|------|-------|-------|
| а) 15 | б) 6 | в) 20 | г) 10 |
|-------|------|-------|-------|

54. На рисунке изображен:

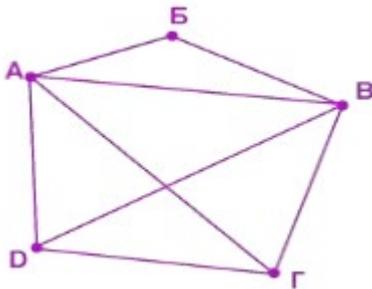


- а) Полный граф;
- б) неполный граф;
- в) граф типа «дерево»
- г) нулевой.

55. Полный граф имеет 7 вершин, то количество ребер будет равно:

- а) 14; б) 21; в) 7; г) 42.

56. Какие из указанных в графе на рисунке маршрутов являются путем?

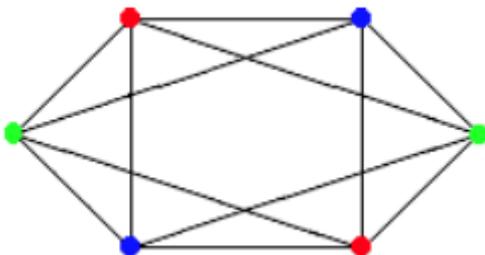


- а) АВГВД б) АВГ в) АВДАБ г) АБВАД

57. Какие из указанных циклов являются простыми?

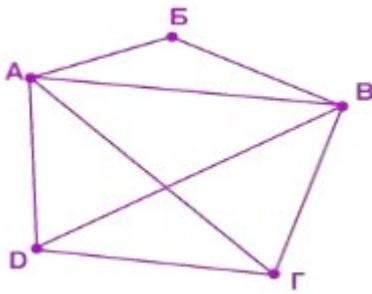
- а) АВГА б) АБВГБА; в) ВБАГВ; г) ДВАГВД

58. Хроматическое число графа на рисунке равно:



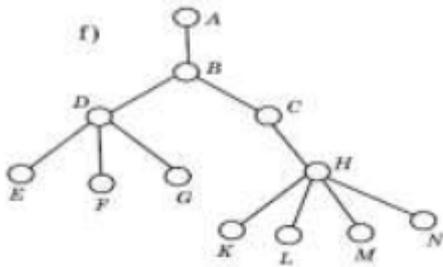
- а) 3; б) 6; в) 4; г) 2.

59. Сколько ребер нужно провести, чтобы достроить граф, изображенный на рисунке до полного?



- а) 3; б) 1; в) 4; г) 2.

60. На рисунке изображен:

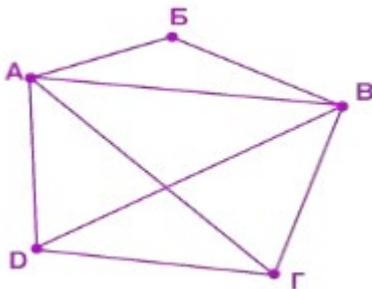


- а) Полный граф; б) неполный граф; в) граф типа «дерево»; г) нулевой;

61. Полный граф имеет 9 вершин, то количество ребер будет равно:

- а) 18; б) 72; в) 9; г) 36.

62. Какие из указанных в графе на рисунке маршрутов являются путем?



- а) АВГВБ б) АВГВ в) АВДАГ г) АБВ

63. Какие из указанных циклов являются простыми?

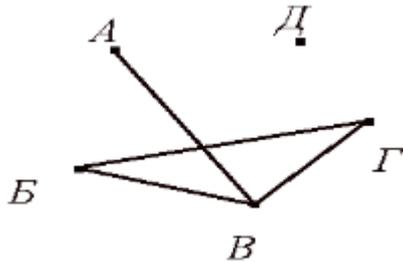
- а) АВГДВА б) АБВГВА; в) ВБАГВ; г) ДВАГВД

64. Хроматическое число графа на рисунке равно:



а) 3; б) 6; в) 4; г) 2.

65. Сколько ребер нужно провести, чтобы достроить граф, изображенный на рисунке, до полного?



а) 15; б) 10; в) 6; г) 20.

66. Эйлерова характеристика любого дерева равна

1) 1 2) 2 3) 3

67. В деревне Вишкиль 9 домов. Из каждого дома тянется четыре шланга к четырём другим домам. Сколько шлангов в деревне?

1) 16 2) 18 3) 36

68. Наибольшее число висячих вершин, дерева с 10-ю вершинами равно

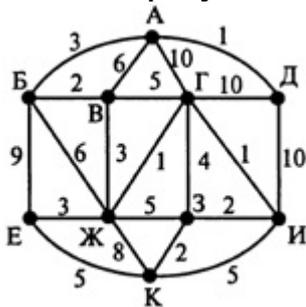
1) 9 2) 8 3) 2 4) 4

69. Наибольшее число висячих вершин, дерева с 15-ю вершинами равно

1) 14 2) 8 3) 5 4) 4

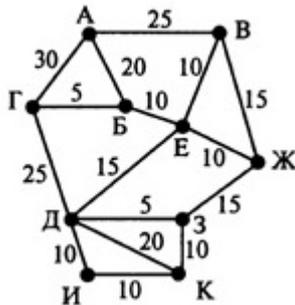
70. Рыцарь, находясь в пункте А, узнал, что Прекрасной Даме, в пункте К, грозит опасность. Взяв с собой карту, он немедленно выехал на помощь. Какое время он затратит, если двигаться по самой быстрой дороге?

Числа на рисунке обозначают время движения (в часах) от пункта до пункта.



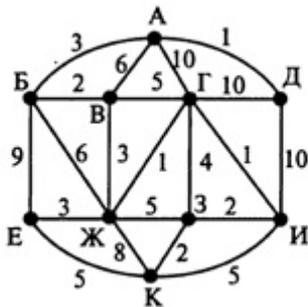
1) 15 2) 17 3) 14 4) 24

71. Винни-Пух вышел на прогулку, взяв с собой карту. Числа на рисунке обозначают время движения (в минутах) от пункта до пункта. Какое наименьшее время Винни-Пух затратит на путь от своего дома в пункте А до дома Пятачка в пункте К.



- 1) 60 2) 65 3) 71 4) 58

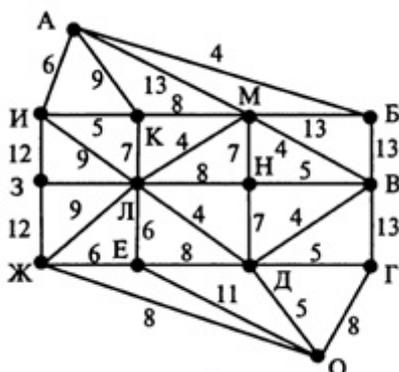
72. Атос поскакал в гости к Портосу, взяв с собой карту. Числа на рисунке обозначают время движения (в часах) от пункта до пункта. Какое наименьшее время Атос затратит на путь от своего поместья в пункте Е до поместья Портоса в пункте Д.



- 1) 12 2) 15 3) 11 4) 18

73. Рыцарь, находясь в пункте А, узнал, что Прекрасной Даме, в пункте К, грозит опасность. Взяв с собой карту, он немедленно выехал на помощь. Какое время он затратит, если двигаться по самой быстрой дороге?

Числа на рисунке обозначают время движения (в часах) от пункта до пункта.



- 1) 25 2) 35 3) 21 4) 28

4.2. Типовые вопросы, выносимые на зачет

Основные понятия теории графов

1. Основные понятия теории графов: вершины, ребра, петли, Виды графов: простые, ориентированные, мультиграф, псевдограф, нулевой, двудольный, сеть.
2. Изоморфные графы. Подграф. Виды вершин: концевая, висящая, изолированная, доминирующая. Порядок (степень) вершины.
3. Способы задания графа: матрица смежности вершин, матрица смежности дуг, матрица инцидентий,
4. Способы задания графа: матрица Кирхгофа, матрица достижимости.
5. Операции на графах. Дополнение графа.
6. Виды графов. Полный граф, мультиграф, простой граф, двудольный граф.
7. Маршруты, цепи, простые цепи, гамильтонова цепь, циклы, гамильтоновы циклы, пути. Длина маршрута. Вес пути.
8. Метрические характеристики графа: эксцентриситет вершины, диаметр, радиус, центр, периферия. Связность графа.

Оптимизационные задачи теории графов

9. Упорядочивание дуг и вершин графа.
10. Определение экстремальных путей на графах. Метод Шимбелла.
11. Алгоритм нахождения максимального пути: область применения алгоритма, этапы, шаги. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.
12. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры: область применения алгоритма, этапы, шаги, метки. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.
13. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Беллмана-Мура: область применения алгоритма, этапы, шаги. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.

Деревья. Клики

14. Деревья. Лес. Эквивалентные определения дерева.
15. Ориентированное дерево. Остовный подграф. Теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев.

16. Цикломатическое число леса.
17. Алгоритм нахождения остова экстремального веса. Примеры практических задач для использования этого алгоритма.
18. Эйлеров граф. Гамильтонов граф. Теорема об эйлеровом графе.
19. Алгоритм Флери.
20. Обходы графов. Фундаментальные циклы.
21. Неплотность графа. Независимое множество вершин. Доминирующее подмножество вершин. Число доминирования.
22. Клика. Максимальная клика. Плотность графа.

Планарность графов

23. Плоский граф. Планарность графов. Теорема Эйлера о связном планарном графе.
24. Алгоритм укладки графа на плоскость.
25. Хроматические графы. Раскраска графа.
26. Хроматическое число графа. Теорема о раскрашиваемости планарного графа.
27. Теорема о двуцветном графе.

Потоки в сетях

28. Потоки в сетях. Пропускная способность. Разрез.
29. Теорема Форда-Фалкерсона.
30. Поток минимальной стоимости.
31. Сетевое планирование. Работа. Событие. Критический срок.
32. Критические пути, работы, резервы в сетевом планировании.
33. Линейные графики в сетевом планировании.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

«ТЕОРИЯ ГРАФОВ»

(Приложение 2 к рабочей программе)

Направление подготовки: 09.03.03. Прикладная информатика

Профиль: Прикладная информатика в системах управления

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Общие положения

Целью изучения дисциплины является:

1. Формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. Освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. Формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

Основными задачами дисциплины являются:

1. Дать студентам базовые знания по основным разделам теории графов
2. Познакомить студентов с основными алгоритмами теории графов
3. Научить студентов методам моделирования с использованием теории графов.
4. Научить студентов выбирать, анализировать и реализовывать некоторые алгоритмы теории графов.

2. Указания по проведению практических (семинарских) занятий

2.1. Очная форма обучения

Тема 1. Основные понятия теории графов

Тема 1. Основные понятия теории графов

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Тема и содержание практического занятия: Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Операции на графах.

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Тема и содержание практического занятия: Метрические характеристики графа.

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 2. Оптимизационные задачи теории графов

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Тема и содержание практического занятия: Упорядочивание дуг и вершин графа. Метод Шимбелла.

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Алгоритм нахождения максимального пути.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Алгоритм Дейкстры.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Алгоритм Беллмана-Мура.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 5.

Вид практического занятия: интерактивное занятие. Деловая игра

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Оптимизационные задачи в теории графов. Практические приложения.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: контрольная работа.

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Контрольная работа. Нахождение кратчайших путей.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 3. Деревья. Клики

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев. Цикломатическое число леса. Остовы экстремального веса.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Эйлеров граф. Независимое множество вершин. Клика.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 4. Планарность графов

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Алгоритм укладки графа на плоскость.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Хроматическое число графа. Теорема о раскрашиваемости планарного графа.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 4. Потoki в сетях

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Поток в сетях. Пропускная способность. Теорема Форда-Фалкерсона.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: интерактивное занятие. Деловая игра.

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Поток минимальной стоимости.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: решение задач

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Сетевое планирование. Линейные графики.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: контрольная работа.

Образовательные технологии: Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Тема и содержание практического занятия: Сетевое планирование. Построение линейных графиков.

Продолжительность занятия – 2 ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование блока (раздела) дисциплины	Виды СРС
1	Основные понятия теории графов	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины (Построение четырехмерного куба)
2	Оптимизационные задачи теории графов	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических зада-

		ний 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины (Метод Беллмана-Мура)
3	Деревья. Клики	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины (Независимость клики)
4	Планарность графов	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины (укладка графа на плоскости)
5	Потоки в сетях	1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы. 2. Выполнение практических заданий 3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины (Поток минимальной стоимости)

Вопросы и упражнения для самоконтроля и повторения

1. Дайте определения основным понятиям теории графов: вершины, ребра, петли,
2. Постройте примеры графов: простого, ориентированного, мультиграфа, псевдографа, нулевого, двудольного, сети.
3. Дайте определение изоморфным графам.
4. Нарисуйте графы, содержащие концевую, висящую, изолированную, доминирующую вершины. Определите порядок этих вершин.
5. Задайте граф с помощью матрицы смежности вершин, матрицы смежности дуг, матрицы инциденций.
6. Для графов из задания 5 определите матрицы Кирхгофа, матрицы достижимости.
7. Дайте определения понятиям маршруты, цепи, простые цепи, гамильтонова цепь, циклы, гамильтоновы циклы, пути. Длина маршрута. Вес пути.

8. Дайте определения Метрические характеристики графа: эксцентриситет вершины, диаметр, радиус, центр, периферия.
9. Нарисуйте связный и несвязный графы.
10. В чем состоит Метод Шимбелла упорядочивания вершин.
11. В чем состоит алгоритм Дейкстры? Каково его назначение?
12. В чем состоит алгоритм Беллмана-Мура? Каково его назначение? Чем отличается от алгоритма Дейкстры?
13. Дайте различные определения Дерева.
14. Что такое цикломатическое число леса?
15. В чем состоит алгоритм нахождения остова экстремального веса?
16. Что такое Эйлеров граф?
17. Что такое Гамильтонов граф?
18. Дайте определение клики.
19. Дайте определение плоского графа.
20. Сформулируйте теорему Эйлера о связном планарном графе.
21. В чем состоит алгоритм укладки графа на плоскость?
22. Дайте определение хроматического графа.
23. Что такое раскраска графа?
24. Что такое хроматическое число графа?
25. Сформулируйте теорему о раскрашиваемости планарного графа.
26. Сформулируйте теорему о двуцветном графе.
27. Дайте определения понятиям пропускная способность. Разрез.
28. Сформулируйте теорему Форда-Фалкерсона.
29. В чем состоит алгоритм нахождения потока минимальной стоимости.
30. Дайте определения основных понятий сетевого планирования: Работа, событие, критический срок, критические пути, работы, резервы в сетевом планировании.
31. С какой целью строятся линейные графики в сетевом планировании.

5. Указания по проведению контрольных работ для студентов

Студенты всех форм обучения выполняют контрольные работы следующего содержания.

Контрольная работа №1

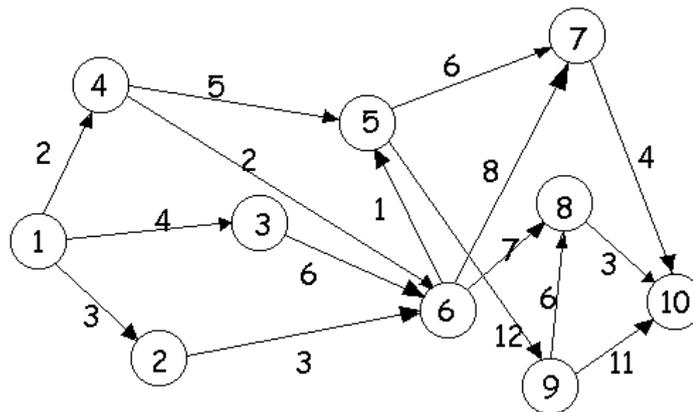
1. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину минимального пути от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму Дейкстры

$$\begin{pmatrix} - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

2. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину минимального пути от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму Беллмана-Мура

$$\begin{pmatrix} - & 7 & 5 & \infty & 9 & \infty \\ \infty & - & -8 & 4 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & 3 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 8 \\ \infty & \infty & \infty & -4 & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

3. Найдите максимальный путь от вершины 1 до вершины 10 для графа



4. Для графа G , заданного матрицей весов, построить минимальный по весу остов G' и найти его вес $\omega(G)$. Используя матричную теорему Кирхгофа, найти число остовных деревьев. Нарисовать 5 остовов.

$$\begin{pmatrix} - & 10 & \infty & 5 & \infty & \infty & 14 \\ 10 & - & 6 & 2 & 4 & 8 & \infty \\ \infty & 6 & - & 3 & 1 & 1 & \infty \\ 5 & 2 & 3 & - & 6 & \infty & 3 \\ \infty & 4 & 1 & 6 & - & 5 & \infty \\ \infty & 8 & 1 & \infty & 5 & - & 2 \\ 14 & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & - \end{pmatrix}$$

Контрольная работа №2

1. По матрице пропускных способностей дуг Ω графа G найти максимальный поток от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_7$ и указать минимальный разрез, отделяющий s от t .

$$a. \Omega = \begin{pmatrix} - & 18 & 16 & - & - & 9 & - \\ - & - & 8 & 11 & 7 & - & 13 \\ - & - & - & - & 13 & - & 19 \\ - & - & 10 & - & - & 15 & - \\ - & - & - & 17 & - & 28 & - \\ - & - & - & - & - & - & 14 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}$$

2. По матрице пропускных способностей дуг Ω и матрице стоимости транспортировки единичного потока вдоль дуг сети D построить поток величины $\theta = \left\lfloor \frac{2}{3} \Phi_{\max} \right\rfloor$, имеющий минимальную стоимость. [...] - целая часть числа.

$$3. \Omega = \begin{pmatrix} - & 18 & 16 & - & - & 9 & - \\ - & - & 8 & 11 & 7 & - & 13 \\ - & - & - & - & 13 & - & 19 \\ - & - & 10 & - & - & 15 & - \\ - & - & - & 17 & - & 28 & - \\ - & - & - & - & - & - & 14 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} - & 3 & 4 & - & - & 5 & - \\ - & - & 2 & 6 & 4 & - & 2 \\ - & - & - & - & 5 & - & 8 \\ - & - & 3 & - & - & 6 & - \\ - & - & - & 7 & - & 9 & - \\ - & - & - & - & - & - & 4 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}$$

4. По приведенному перечню работ (Таблица 5.1) и их взаимной последовательности построить сетевой график, определить критический срок, ранние и поздние сроки свершения событий, резервы времени событий, ранние и поздние сроки начала и окончания всех работ, полные и свободные резервы времени всех работ. По объемам потребления ресурсов для каждой работы (Таблица 5.2), построить линейный график с учетом ресурсных ограничений Максимальный расход ресурса в любой момент времени $Res_{max} = 100$

Таблица 5.1

Основные работы	Работы, предшествующие основной	Длительность основных работ
a_1	-	5
a_2	-	8
a_3	-	11
a_4	a_1	6
a_5	a_1, a_2	12
a_6	a_1, a_2, a_3	16
a_7	a_4, a_5, a_6	7

Таблица 5.2

Основные работы	Интенсивность потребления ресурса
a_1	20
a_2	40
a_3	50
a_4	30
a_5	30
a_6	70
a_7	80

6. Указания по проведению курсовых работ

Не предусмотрено учебным планом.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Гданский Н.И. Основы теории графов и алгоритмы на графах. М.: ИНФРА-М, 2020, -206 с. Режим доступа URL: <https://znanium.com/read?id=354349>

2. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы / С. В. Микони. – М.: Лань, 2022. - 192 с. Режим доступа: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=43162.

Дополнительная литература

1 Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов : пер. с англ. / Р. Хаггарти. - Изд. 2.е, испр. - Москва : РИЦ "Техносфера", 2022. - 400 с. Режим доступа: URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Гладков Л.А., Гладкова Н.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Специальные разделы теории графов: учебное пособие. Ростов-на-Дону, Таганрог: ЮФУ, 2021. – 112 с. Режим доступа: URL:
https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=561028

Рекомендуемая литература

1. Шапоров С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий. - СПб.: БХВ-Петербург, 2017. - 400 с.:ил.
<https://nashol.com/2014090579754/diskretnaya-matematika-kurs-lekcii-i-prakticheskikh-zanyatii-shaporev-s-d-2006.html>

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. 6-е изд., испр. - М.: 2008 - 720с.
<https://alleng.org/d/math/math494.htm>

3. Домнин Л.Н. Элементы теории графов. Учебное пособие - Пенза. Изд-во Пензенского государственного университета. - 2007. - 144 с. -
<http://window.edu.ru/resource/360/60360/files/dln001.pdf>

4. Робин Дж. Уилсон Введение в теорию графов. 5-е издание. Изд-во Вильямс. -2020.- 240 с.

https://www.ozon.ru/context/detail/id/161393534/?utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=RF_Product_Shopping_Smart_Books&glid=EA1aIQobChMI0v3ftMXu5QIVBKsYCh1BXQm2EAQYVCABEgKTYvD_BwE

5. Берж К. Теория графов и ее применения. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962

6. Гладких О. Б., Белых О. Н. Основные понятия теории графов. Учебное пособие. - Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина. - 2008. - 175 с. <http://window.edu.ru/resource/153/71153/files/elsu56.pdf>

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniyum.com/> - электронно-библиотечная система
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система
<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9. Перечень информационных технологий Перечень программного обеспечения: MSOffice

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*