



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. проректора

А.В. Троицкий

«__» _____ 2023г.

**ИНСТИТУТ
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ
ДИСЦИПЛИН**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Направление подготовки: 09.03.04 Программная инженерия

Направленность (профиль): Проектирование и разработка программного обеспечения

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королёв
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

Автор: Скрипкина Е.В. Модуль «Математика» Рабочая программа дисциплины: «Дифференциальные уравнения» – Королев МО: «Технологический университет», 2023.

Рецензент: к.т.н., доцент Бугай И.В.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров: 09.03.04 Программная инженерия и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета.

Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В., к.т.н., доцент 			
Год утверждения (переутверждения)	2023	2024	2025	2026
Номер и дата протокола заседания кафедры	Протокол №12 от 04.07.2023			

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО  **О.М. Баранова, к.т.н.**

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переутверждения)	2023	2024	2025	2026
Номер и дата протокола заседания УМС	№ 5 от 11.04.2023 г.			

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Цель курса – освоение студентами фундаментальных знаний в области дифференциальных исчислений, изучение способов исследования и решения дифференциальных уравнений, а также их практического применения. Данный курс формирует базовые знания в области дифференциальных уравнений как дисциплины, обеспечивающей научные основы современных моделей окружающего мира и технологических процессов.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- УК -1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
- УК -2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
- ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

Основными **задачами** дисциплины являются:

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

Трудовые действия:

- Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;

- При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата
- Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач
- Применяет методы математики, физики, вычислительной техники и программирования при выполнении конкретных задач, проектов;

Необходимые умения:

- Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;
- Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения;
- В рамках поставленных задач определяет имеющиеся ресурсы и ограничения, действующие правовые нормы
- Использует естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования для решения стандартных профессиональных задач;
- Выбирает методы математики, физики, вычислительной техники и программирования при выполнении конкретных задач, проектов, теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности;

Необходимые знания:

- Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;
- Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личностного характера на основе использования основных философских идей и категорий в их историческом развитии и социально-культурном контексте
- Формулирует проблему, решение которой напрямую связано с достижением цели проекта;
- Анализирует план-график реализации проекта в целом и выбирает способ решения поставленных задач
- Знает основы математики, вычислительной техники и программирования

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки по направлению подготовки бакалавриата 09.03.04 «Программная инженерия».

Дисциплина реализуется кафедрой математики и естественнонаучных дисциплин.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных в рамках обучения по программам общего и среднего профессионального образования.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр	Семестр 3	Семестр	Семестр
Общая трудоемкость	144		144		
Аудиторные занятия	48		48		
Лекции (Л)	16		16		
Практические занятия (ПЗ)	32		32		
Лабораторные работы (ЛР)	-		-		
Практическая подготовка	-		-		
Самостоятельная работа	96		96		
Курсовые работы (проекты),	-		-		
Расчетно-графические работы	-		-		
Контрольная работа, домашнее задание	+		+		
Текущий контроль знаний (7 - 8, 14 - 15 недели)	Тест		Тест		
Вид итогового контроля	зачет с оценкой		зачет с оценкой		

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час.	Лабораторные занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Код компетенций
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	4	10	-	4	УК-1 УК-2 ОПК-1
Тема 2. Дифференциальные уравнения n-го порядка	8	12	-	6	УК-1 УК-2 ОПК-1

Тема 3. Элементы теории устойчивости	4	10	-	6	УК-1 УК-2 ОПК-1
Итого:	16	32	-	16	

4.2.Содержание тем дисциплины

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Неполные уравнения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.

Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.

Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.

Тема 3. Элементы теории устойчивости.

Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.

Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Метод малого параметра.

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя.

Динамические системы и их исследование в фазовом пространстве. Понятие устойчивости. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка.

5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

Методические указания для самостоятельной работы обучающихся по освоению дисциплины представлены в Приложении 2.

6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведена в Приложении 1.

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Назарова, Т.М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т.М. Назарова, И.М. Пупышев, В.В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.
2. Горлач, Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения : учебник / Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 504 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180>. — Режим доступа: по подписке.
5. Евсеева, О. А. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / О. А. Евсеева, О. А. Малыгина, Е. В. Пронина. — Москва : РТУ МИРЭА, 2021. — 139 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/218801>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, Е. А. Швед, Ю. В. Швец. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169387>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1039633>
3. Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 127 с. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1065259>
4. Веретенников, В. Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / В. Н. Веретенников. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – Ч. 1. – 96 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=597929>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4499-1583-2. – DOI 10.23681/597929. – Текст : электронный.
5. Веретенников, В. Н. Практикум. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / В. Н. Веретенников, Ю. Б. Ржонсницкая. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 79 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=597930>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4499-1584-9. – DOI 10.23681/597930. – Текст : электронный.

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

- <http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система
<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: Microsoft Office или свободно распространяемые аналоги.

Информационные справочные системы: Электронные ресурсы образовательной среды Университета

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

Практические занятия:

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

**ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ
И ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ
ДИСЦИПЛИН**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
(Приложение 1 к рабочей программе)**

Направление подготовки: 09.03.04 Программная инженерия

Профиль: Проектирование и разработка программного обеспечения

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции, обучающийся приобретает:		
				Трудовые действия	Необходимые умения	Необходимые знания
1	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Темы 1-3	УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата	УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личностного характера на основе использования основных философских идей и категорий в их историческом развитии и социально-культурном контексте

2	УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Темы 1-3	УК -2.3 Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности и в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач	УК- 2.2 Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения; В рамках поставленных задач определяет имеющиеся ресурсы и ограничения, действующие правовые нормы	УК- 2.1 Формулирует проблему, решение которой напрямую связано с достижением цели проекта; Анализирует план-график реализации проекта в целом и выбирает способ решения поставленных задач
---	------	--	----------	--	--	---

3	ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Темы 1-3	ОПК -1.3. применяет методы математики, физики, вычислительной техники и программирования при выполнении конкретных задач, проектов	ОПК-1.2. Использует естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования для решения стандартных профессиональных задач; Выбирает методы математики, физики, вычислительной техники и программирования при выполнении конкретных задач, проектов, теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, вычислительной техники и программирования
---	-------	---	----------	--	---	---

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Показатель оценивания компетенции	Критерии оценки
УК-1 УК-2 ОПК-1	Письменное задание	А) полностью сформирована (компетенция освоена на <u>высоком</u> уровне) – 5 баллов Б) частично сформирована: • компетенция освоена на <u>продвинутом</u> уровне – 4 балла; • компетенция	Проводится в письменной форме 1. Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) 2. Умение применить выбранный метод (1 балл) 3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметические в расчетах (1 балл) 4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла) 5. Задача не решена вообще (0 баллов) Максимальная оценка - 5 баллов.

		<p>освоена на <u>базовом</u> уровне – 3 балла; В) не сформирована (компетенция <u>не сформирована</u>) – 2 и менее баллов</p>	<p>Время отведенное на процедуру – до 40 мин. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал</p>
<p>УК-1 УК-2 ОПК-1</p>	<p>Контрольная работа</p>	<p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на <u>высоком</u> уровне) – 5 баллов Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> • компетенция освоена на <u>продвинутом</u> уровне – 4 балла; • компетенция освоена на <u>базовом</u> уровне – 3 балла; <p>В) не сформирована (компетенция <u>не сформирована</u>) – 2 и менее баллов</p>	<p>Проводится в форме письменной работы Время, отведенное на процедуру – 60 мин. Неявка – 0. Критерии оценки: 1. Соответствие ответа заявленной тематике (0-5 баллов). Максимальная сумма баллов - 5 баллов. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал.</p>

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1. Примерная тематика письменных заданий:

Вариант 1

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = -e^{x+y}$$

$$2. y' = \frac{2yx + y^2}{x^2}$$

$$3. y' - \frac{2xy}{1+x^2} = x^2$$

$$4. y'' - 2y' - 24y = (x-2)e^x$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$4y^3 y'' = y^4 - 1,$$

$$5. y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Вариант 2.

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = -\frac{1+y^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$2. y' = \frac{yx - x^2}{x^2}$$

$$3. y' + \frac{xy}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = 0$$

$$4. y'' - 10y' + 25y = 2xe^{4x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' = 128y^3,$$

$$5. y(0) = 1, y'(0) = 8$$

Вариант 3

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. (1+e^x) \frac{dy}{dx} = -2e^x \operatorname{tg} y$$

$$2. y' = \frac{y+x}{x-y}$$

$$3. y' - \frac{y}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\cos x} = 0$$

$$4. y'' - 8y' + 16y = -xe^{3x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' y^3 + 64 = 0,$$

$$5. y(0) = 4, y'(0) = 2$$

Вариант 4

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = -\frac{x^2 \sin y}{\cos y}$$

$$2. xy' = y \ln \frac{y}{x}$$

$$3. y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2$$

$$4. y'' - 2y' - 24y = (x-2)e^x$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' = 2 \sin y \cos^3 y,$$

$$5. y(0) = 0, y'(0) = 1$$

Вариант 5

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. 2e^x \frac{dy}{dx} = \cos^2 y$$

$$2. y' = \frac{2y - x}{x}$$

$$3. y' + \frac{y}{x} + \frac{1}{x^3} = 0$$

$$4. y'' - 8y' + 12y = xe^{3x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' = 32 \sin^3 y \cos y,$$

$$5. y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 7$$

Вариант 6

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{x \cos y}{1 - x^2}$$

$$2. y' = \frac{3y + 2x}{x}$$

$$3. y' + \frac{2xy}{1 - x^2} - y^2 = 0$$

$$4. y'' - 8y' + 16y = xe^{-2x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y''y^3 + 49 = 0,$$

$$5. y(3) = -7, y'(3) = -1$$

Вариант 7.

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = 2^{x-y}$$

$$2. y' = \frac{y^2 - 2xy}{x^2}$$

$$3. y' - \frac{3xy}{1 + x^2} - \frac{x}{1 + x^2} = 0$$

$$4. y'' - 2y' + 5y = xe^{-3x}$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y''y^3 + 16 = 0,$$

$$5. y(1) = 2, y'(1) = 2$$

Вариант 8

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{9 + y^2}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

$$2. y' = \frac{x^2 - y^2}{x^2}$$

$$3. y' - \frac{2xy}{1 + x^2} - \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} = 0$$

$$4. y'' - 2y' - 24y = (x - 2)e^x$$

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0,$$

$$5. y(0) = 0, y'(0) = 2$$

3.2. Примерная тематика заданий контрольной работы

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1) y' = \frac{x(m^2 + y^2)}{n^2 - x^2};$$

$$2) y' = \frac{mx - ny}{my - nx};$$

$$3) y' + \frac{my}{x^2} + \frac{n^2}{x^2} = 0;$$

$$4) y' - \frac{\sin(mx)y^n}{\cos(mx)} + \frac{\sin^2(mx)y^{n+1}}{\cos(mx)} = 0.$$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения:

1. 4.4.a $y'' + (m-2)y' - 2my = xe^{mx}$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$;
 4.4.б $y'' + n^2y = \cos nx$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Решить системы дифференциальных уравнений:

1)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 5x - 4y \end{cases} ;$$

2)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases} .$$

Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y, & x(0) = 3 \\ \frac{dy}{dt} = -x + 5y, & y(0) = 1 \end{cases} .$$

4. Найти фазовую траекторию автономной динамической

системы $\dot{x} = 1 - x^2 - y^2$, $\dot{y} = 2x$, проходящей через точку $M_0(1,2)$.

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра A и B . Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются по цифрам A и B из таблиц:

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Дифференциальные уравнения» являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме зачета с оценкой.

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающих знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
7-8	тестирование	УК -1 УК-2 ОПК-1	33 вопроса	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
15-16	тестирование	УК -1 УК-2 ОПК-1	33 вопроса	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
В соответствии с КУГ	Зачет с оценкой	УК -1 УК-2 ОПК-1	3 вопроса	Зачет с оценкой проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета с оценкой	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Хорошо»: •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий,

						<p>изучаемых предметов;</p> <ul style="list-style-type: none"> • ответы на вопросы билета • неправильно решено практическое задание <p>«Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</p> <p>незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике;</p> <p>не работал на практических занятиях;</p> <p>«Неудовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</p> <p>незнание основных понятий предмета;</p> <p>неумение использовать и применять полученные знания на практике;</p> <p>не работал на практических занятиях;</p> <ul style="list-style-type: none"> • не отвечает на вопросы.
--	--	--	--	--	--	--

4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

1. Дифференциальное уравнение $y' + y = 0$
 - имеет бесконечно много решений
 - имеет одно решение
 - имеет два решения
 - не имеет решений
2. Дифференциальное уравнение $y'^2 + y^2 + 1 = 0$
 - не имеет решений
 - имеет одно решение
 - имеет два решения
 - имеет бесконечно много решений

3. Задача Коши для дифференциального уравнения $y' + y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$ имеет

одно решение

бесконечно много решений

два решения

ни одного решения

4. Дифференциальное уравнение $y' - y = 0$ имеет

бесконечно много решений

одно решение

два решения

ни одного решения

5. Задача Коши для дифференциального уравнения $y' - y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$ имеет

одно решение

бесконечно много решений

два решения

ни одного решения

6. Найти решение дифференциального уравнения $y' = f(x; y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0) = y_0$, это

задача Коши

задача Бернулли

задача Пифагора

задача Гаусса

7. Какая из функций: $y = x$, $y = x^2$, $y = e^x$, $y = 3x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' - y = 0$?

третья

первая

вторая

четвертая

8. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' + y = 0$?

первая и третья

только первая

вторая

никакая

9. Задана задача Коши для дифференциального уравнения $y' - y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$. Функция $y = \cos x$ удовлетворяет:

начальному условию, но не дифференциальному уравнению

дифференциальному уравнению, но не начальному условию

и начальному условию и дифференциальному уравнению
ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

10. Задана задача Коши для дифференциального уравнения $y' + y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$. Функция $y = e^{-x}$ удовлетворяет:

и начальному условию и дифференциальному уравнению
дифференциальному уравнению, но не начальному условию
начальному условию, но не дифференциальному уравнению
ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

4.2. Типовые вопросы, выносимые на зачет с оценкой

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения первого порядка.
6. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям
7. Линейные уравнения. Метод подстановки.
8. Линейные уравнения. Метод вариации постоянной
9. Линейные уравнения. Метод интегрирующего множителя
10. Уравнения, приводящиеся к линейным уравнениям
11. Уравнение Бернулли
12. Уравнения Риккати.
13. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
14. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
15. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной.
16. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
17. Дифференциальные уравнения высших порядков.
18. Существование и единственность решения задачи Коши линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
19. Случаи понижения порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
21. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

22. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
23. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
24. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
25. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
26. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
27. Теорема сравнения.
28. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
29. Теорема о приводимости линейной системы.
30. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
31. Периодические решения линейных систем.
32. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
33. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

**ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ
И ТЕХНОЛОГИЙ**

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

(Приложение 2 к рабочей программе)

Направление подготовки: 09.03.04 Программная инженерия

Профиль: Проектирование и разработка программного обеспечения

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Королев
2023

1. Общие положения

Целью изучения дисциплины является освоение студентами фундаментальных знаний в области дифференциальных исчислений, изучение способов исследования и решения дифференциальных уравнений, а также их практического применения. Данный курс формирует базовые знания в области дифференциальных уравнений как дисциплины, обеспечивающей научные основы современных моделей окружающего мира и технологических процессов.

Задачи дисциплины:

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

2. Указания по проведению практических занятий

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Практическое занятие 1-2.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Практическое занятие 3-4.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения
2. Уравнение Бернулли, Риккати.
3. Уравнения в полных дифференциалах.

Продолжительность занятия – 4ч.

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка Практическое занятие 5.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

2. Особые решения.

3. Неполные уравнения

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка Практическое занятие 6-7.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами.

2. Метод Лагранжа

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка Практическое занятие 8-9.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

2. Метод Эйлера.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка Практическое занятие 10.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка Практическое занятие 11.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.

2. Теорема Штурма

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 3. Элементы теории устойчивости

Практическое занятие 12-13.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

2. Метод малого параметра.

3. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Продолжительность занятия – 2 ч.

Тема 3. Элементы теории устойчивости.

Практическое занятие 14-15.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 3. Элементы теории устойчивости.

Практическое занятие 16.

Вид практического занятия: смешанная форма ведения практического занятия.

Образовательные технологии: групповая дискуссия

1. Устойчивость по первому приближению.

2. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка

Продолжительность занятия – 4 ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

Цель самостоятельной работы: подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

Задачи самостоятельной работы:

- изучение теоретического лекционного курса;

- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Количество часов	Перечень заданий
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	32	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 7.
2.	Подготовка к практическим занятиям	32	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
3	Подготовка к экзамену	32	Проработка лекций, практик, изучение рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
Всего часов на самостоятельную работу		96	

4.1 Тематика вопросов для самостоятельного изучения

1. Уравнение Эйлера – Риккати.
2. Специальное уравнение Риккати.
3. Каноническое уравнение Эйлера – Риккати
4. Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами
5. Нелинейные системы дифференциальных уравнений.
6. Метод исключения
7. Подбор интегрируемых комбинаций
8. Зависимость решения от начальных условий
9. Зависимость решения от параметров
10. Оценка погрешности приближенного решения
11. Отыскание производных от решений по параметру
12. Аналитические приближенные методы
13. Метод малого параметра
14. Численные методы решения дифференциальных уравнений
15. Фазовая плоскость.
16. Построение фазового портрета
17. Предельные циклы
18. Признаки наличия предельных циклов
19. Признаки отсутствия предельных циклов

20. Преобразование Лапласа.
21. Оригинал и изображение.
22. Определение свертки
23. Теорема умножения
24. Обобщенная теорема умножения
25. Формулы Дюамеля.

5. Указания по проведению курсовых работ

Не предусмотрено учебным планом.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. Назарова, Т.М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т.М. Назарова, И.М. Пупышев, В.В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.
2. Горлач, Б. А. Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-2714-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99101>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-4099-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115196>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения : учебник / Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 504 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180>. – Режим доступа: по подписке.
5. Евсеева, О. А. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / О. А. Евсеева, О. А. Малыгина, Е. В. Пронина. — Москва : РТУ МИРЭА, 2021. — 139 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/218801>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учебное пособие /

- В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, Е. А. Швед, Ю. В. Швец. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169387>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1039633>
 3. Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 127 с. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1065259>
 4. Веретенников, В. Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / В. Н. Веретенников. — Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. — Ч. 1. — 96 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=597929>. — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-4499-1583-2. — DOI 10.23681/597929. — Текст : электронный.
 5. Веретенников, В. Н. Практикум. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / В. Н. Веретенников, Ю. Б. Ржонсницкая. — Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. — 79 с. : ил., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=597930>. — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-4499-1584-9. — DOI 10.23681/597930. — Текст : электронный.

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система
<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"
<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система
<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9. Перечень информационных технологий

Перечень программного обеспечения: Microsoft Office или свободно распространяемые аналоги.

Информационные справочные системы: Электронные ресурсы образовательной среды Университета