



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ  
СОВЕТСКОГО СОЮЗА, ЛЕТЧИКА-КОСМОНАВТА А.А. ЛЕОНОВА»

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. проректора**

**А.В. Троицкий**

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023г.

**ИНСТИТУТ  
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

**Направление подготовки:** 09.03.04 Программная инженерия

**Направленность (профиль):** Проектирование и разработка программного обеспечения

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023

Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в составе профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.


**Автор: Бугай И.В. Рабочая программа дисциплины: Теория случайных процессов: – Королев МО, «Технологический Университет», 2023г.**

Рецензент: д.э.-м.н. профессор Вилисов В.Я.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 09.03.04 «Программная инженерия» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета.

Протокол № 9 от 11.04.2023 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
| Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись) | Бугай И.В.<br>к.т.н.,<br>доцент<br> |  |  |  |
| Год утверждения (переутверждения)                          | 2023   |  |  |  |
| Номер и дата протокола заседания кафедры                   | №8 от<br>15.03.2023  |  |  |  |

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО  О.М. Баранова, к.т.н.

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

|                                      |                     |  |  |  |
|--------------------------------------|---------------------|--|--|--|
| Год утверждения (переутверждения)    | 2023                |  |  |  |
| Номер и дата протокола заседания УМС | №5 от<br>11.04.2023 |  |  |  |

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

**Целью** изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- (УК-1) Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;
- (УК-2) Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Основными **задачами** дисциплины являются:

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам теории случайных процессов: Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Системы массового обслуживания с отказом. Системы массового обслуживания с очередью. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО.
2. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины;
3. Познакомить студентов с примерами математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

Показатель освоения компетенции отражают следующие индикаторы:

**Необходимые знания:**

- Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;
- Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личностного характера на основе использования основных философских идей и категорий в их историческом развитии и социально-культурном контексте
- Формулирует проблему, решение которой напрямую связано с достижением цели
- проекта;
- Анализирует план-график реализации проекта в целом и выбирает способ решения поставленных задач

**Необходимые умения:**

- Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи
- Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения;

- В рамках поставленных задач определяет имеющиеся ресурсы и ограничения, действующие правовые нормы;

### **Трудовые действия:**

- Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
- При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата
- Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Теория случайных процессов» относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений, основной профессиональной образовательной программы подготовки по направлению подготовки бакалавриата 09.03.04 «Программная инженерия».

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных в рамках ранее изученных дисциплин «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Алгебра логики и дискретный анализ» и компетенциях УК-1, УК-2, ОПК-1.

## **3. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

**Таблица 1**

| Виды занятий                  | Всего часов | Семестр первый | Семестр ... | Семестр третий | Семестр |
|-------------------------------|-------------|----------------|-------------|----------------|---------|
| <b>Общая трудоемкость</b>     | <b>108</b>  |                | -           | <b>108</b>     |         |
| <b>Аудиторные занятия</b>     | <b>48</b>   |                |             | <b>48</b>      |         |
| Лекции (Л)                    | 16          |                |             | 16             |         |
| Практические занятия (ПЗ)     | 32          |                |             | 32             |         |
| Лабораторные работы (ЛР)      | -           |                |             | -              |         |
| Практическая подготовка       | -           |                |             | -              |         |
| <b>Самостоятельная работа</b> | <b>60</b>   |                |             | <b>60</b>      |         |
| Курсовые работы (проекты)     |             |                |             |                |         |
| Расчетно-графические работы   | -           |                |             | -              |         |
| Контрольная работа            | +           |                |             | +              |         |
| Текущий контроль знаний       | Тест        |                |             | Тест           |         |
| Вид итогового контроля        | экзамен     |                |             | экзамен        |         |

## **4. Содержание дисциплины**

### **4.1. Темы дисциплины и виды занятий**

**Таблица 2**

| Наименование тем | Лекции, час. | Практические занятия, | Занятия в интерактивно | Практическая подготовка | Код компетенций |
|------------------|--------------|-----------------------|------------------------|-------------------------|-----------------|
|                  |              |                       |                        |                         |                 |

|   |           | час       | й форме, час |          |        |
|---|-----------|-----------|--------------|----------|--------|
| Тема 1. Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. | 4         | 8         | 2            | -        | УК-1,2 |
| Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.                             | 4         | 8         | 4            | -        | УК-1,2 |
| Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.                            | 4         | 8         | 4            | -        | УК-1,2 |
| Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.        | 4         | 8         | 2            | -        | УК-1,2 |
| <b>Итого</b>  | <b>16</b> | <b>32</b> | <b>12</b>    | <b>-</b> |        |

#### 4.2. Содержание тем дисциплины

##### **Тема 1. Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.**

Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Стационарность, ординарность и отсутствие последствия потока случайных событий. Пуассоновский поток случайных событий. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Стационарный режим. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

##### **Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.**

СМО с отказом. Граф состояний СМО с отказом. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима. Основные характеристики СМО с отказом. Критерии оптимизации СМО с отказом.

##### **Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.**

СМО с ожиданием. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО с ожиданием. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО.

#### **Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.**

Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации. Цепи Маркова.

#### **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины».

#### **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств, для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Теория случайных процессов» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

#### **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

##### **Основная литература:**

1. Теория вероятностей и случайные процессы/ Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546213>.
2. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=71720](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720)
3. Матальцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы/ Матальцкий М.А. - Минск: Издательство "Вышэйшая школа", 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4. URL: <http://znanium.com/go.php?id=508401>

##### **Дополнительная литература:**

1. Трояновский В. М. Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов: учеб. пособие / В.М. Трояновский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://new.znanium.com>]. —(Высшее образование: Магистратура). — [www.dx.doi.org/10.12737/textbook\\_5ad88bf5c35cd8.81685342](http://www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5ad88bf5c35cd8.81685342). - ISBN 978-5-8199-0824-2. - Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1003316>
2. Круглов В.М. Случайные процессы [Текст]: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. М. Круглов. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. - 336 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-7695-9578-3.

## **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znaniium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** MSOffice или свободно распространяемые аналоги, Ramus Educational 1.1, Octave Modelio

**Информационные справочные системы:** Электронные ресурсы образовательной среды Университета

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран), доска, комплект маркеров;
- комплект электронных презентаций;
- рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом (управляемым с компьютера преподавателя) в Интернет к почтовым серверам и к адресам, приведенным в разделе 8 и к общей сетевой папке группы.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран), доска, комплект маркеров;
- комплект электронных презентаций;
- рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом (управляемым с компьютера преподавателя) в Интернет к почтовым серверам, к адресам, приведенным в разделе 8 и к общей сетевой папке группы.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

**Направление подготовки:** 09.03.04 Программная инженерия

**Профиль:** Проектирование и разработка программного обеспечения

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023



## I. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

| № п/п | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или ее части)*   | Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части) | В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся приобретает:   |   |  |
|-------|--------------------|--|---|---|---|--|
|       |                    |  |   | Необходимые знания  | Необходимые умения  | Трудовые действия  |
| 1.    | УК-1               | Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач  | <b>Тема 1-4</b>   | Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личного характера на основе использования основных философских идей и категорий в их историческом развитии и социально-культурном контексте | Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи  | Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата |
| 2.    | УК-2               | Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений | <b>Тема 1-4.</b>  | Формулирует проблему, решение которой напрямую связано с достижением цели проекта; 17 Анализирует план-график реализации проекта в целом и выбирает способ решения поставленных задач   | Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения; В рамках поставленных задач определяет имеющиеся ресурсы и ограничения, действующие правовые нормы | Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач  |

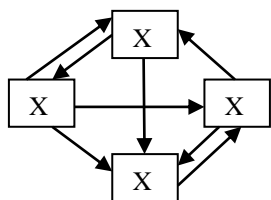
## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

| Код компетенции | Инструменты, оценивающие сформированность компетенции | Этапы и показатель оценивания компетенции  | Шкала и критерии оценки   |
|-----------------|---|--|---|
| УК-1<br>УК-2    | Выполнение контрольной работы                         | <p>А) полностью сформирована (компетенция освоена на <u>высоком</u> уровне) – 5 баллов</p> <p>Б) частично сформирована:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• компетенция освоена на <u>продвинутом</u> уровне – 4 балла;</li> <li>• компетенция освоена на <u>базовом</u> уровне – 3 балла;</li> </ul> <p>В) не сформирована (<u>компетенция не сформирована</u>) – 2 и менее баллов</p> | При определении сформированности компетенций критериями оценивания выступают методические рекомендации, разработанные по дисциплине для данного вида. |

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 3.1 Примерная тематика контрольной работы:

1. Граф состояний системы изображен на рисунке. Составить систему дифференциальных уравнений Эрланга. Для стационарного режима составить систему линейных алгебраических уравнений Эрланга и найти вероятности состояний системы.



$$\lambda_{1,2} = 5 \quad \lambda_{2,1} = 2 \quad \lambda_{3,1} = m + 3 \quad \lambda_{1,4} = 8$$

$$\lambda_{2,3} = 4 \quad \lambda_{2,4} = n + 2 \quad \lambda_{3,4} = 6 \quad \lambda_{4,3} = 10$$

2. Входящий поток заявок трехканальной СМО с отказом равен 20 заявок в час. В среднем 1 канал обслуживает  $n$  заявок в час. Клиент в среднем платит за обслуживание заявки  $(80+5m)$  рублей. Содержание 1 канала обслуживания составляет 120 рублей в час. Найти:

- среднее число занятых каналов.
- прибыль СМО за 8 часов работы.

3. Входящий поток заявок СМО с ограничением на длину очереди равен 24 заявки в час. Число каналов обслуживания равно 2. Максимальная длина очереди равна 3. В среднем один канал обслуживает  $m$  заявок в час.

Найти:

а) вероятности состояний системы  $p_i, i = 0 - 5$

б) среднее число занятых каналов  $\bar{k}$

в) среднюю длину очереди  $\bar{s}$

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра  $A$  и  $B$ . Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются по цифрам  $A$  и  $B$  из таблиц:

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $m$ | 2 | 6 | 4 | 8 | 8 | 2 | 6 | 4 | 4 | 6 |

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $n$ | 3 | 5 | 1 | 7 | 9 | 1 | 3 | 7 | 5 | 9 |

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

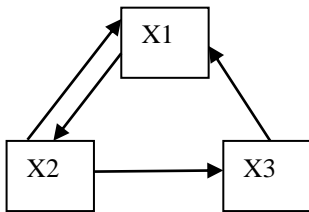
Формой контроля знаний по дисциплине являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме экзамена.

| Неделя текущего контроля | Вид оценочного средства | Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки | Содержание оценочного средства | Требования к выполнению  | Срок сдачи (неделя семестра)  | Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов  |
|--------------------------|-------------------------|---|--------------------------------|--|---|--|
| 7-8<br>15-16             | Тестирование<br>1, 2    | УК-1<br>УК-2  | 20 вопросов                    | Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут                                   | Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры | Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0<br>Удовлетворительно - от 51% правильных ответов.<br>Хорошо - от 70%.<br>Отлично - от 90%.<br>Максимальная оценка - 5 баллов |
| в соответствии с КУГ     | Экзамен                 | УК-1<br>УК-2  | 3 вопроса                      | Экзамен проводится в устной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру - 20 минут. | Результаты предоставляются в день проведения экзамена               | Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на   |

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  | <p>практических занятиях;<br/> знание основных научных теорий, изучаемых предметов;<br/> ответ на вопросы билета.</p> <p><b>«Хорошо»:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•знание основных понятий предмета;</li> <li>•умение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>•работа на практических занятиях;</li> <li>•знание основных научных теорий, изучаемых предметов;</li> <li>•ответы на вопросы билета</li> <li>•неправильно решено практическое задание</li> </ul> <p><b>«Удовлетворительно»:</b><br/> демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;<br/> незнание неумение использовать и применять полученные знания на практике;<br/> не работал на практических занятиях;</p> <p><b>Неудовлетворительно»:</b><br/> демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;<br/> незнание основных понятий предмета;<br/> неумение использовать и применять полученные знания на практике;<br/> не работал на практических занятиях;<br/> не отвечает на вопросы.</p> |
|--|--|--|--|--|--|--|

#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

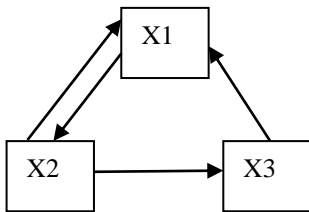
1. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,1} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 8$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_1$  (система находится в состоянии  $X_1$ ).



Варианты ответов:

- 5/11
- 4/9
- 11/17
- 2/3
- 4/5

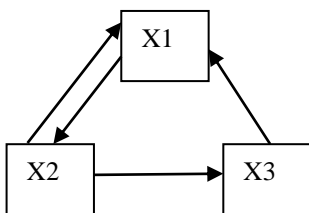
2. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,1} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 8$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_2$  (система находится в состоянии  $X_2$ ).



Варианты ответов:

- 12/37
- 5/11
- 7/12
- 10/27
- 7/15

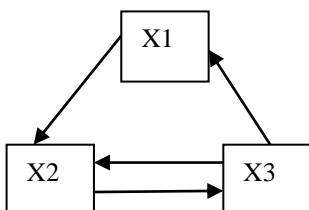
3. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,1} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 8$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_3$  (система находится в состоянии  $X_3$ ).



Варианты ответов:

- 5/27
- 4/7
- 8/11
- 2/29
- 17/19

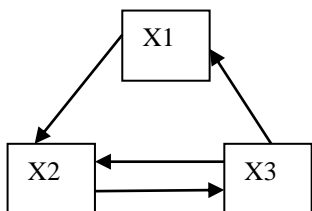
4. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,3} = 2$   $\lambda_{3,1} = 4$   $\lambda_{3,2} = 10$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_1$  (система находится в состоянии  $X_1$ ).



Варианты ответов:

- 8/15
- 25/44
- 21/38
- 1/11
- 15/22

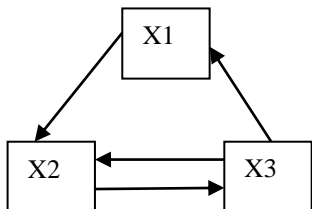
5. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,3} = 2$   $\lambda_{3,1} = 4$   $\lambda_{3,2} = 10$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_2$  (система находится в состоянии  $X_2$ ).



Варианты ответов:

- 35/44
- 24/27
- 5/6
- 3/4
- 8/11

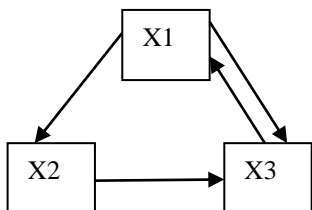
6. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,3} = 2$   $\lambda_{3,1} = 4$   $\lambda_{3,2} = 10$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_3$  (система находится в состоянии  $X_3$ ).



Варианты ответов:

- 15/22
- 5/44
- 12/17
- 2/5
- 10/19

7. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{1,3} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 1$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_1$  (система находится в состоянии  $X_1$ ).



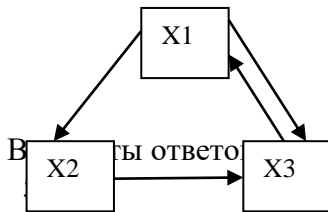
Варианты ответов:

- 28/41
- 2/11
- 14/17

21/22

4/37

8. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{1,3} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 1$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_2$  (система находится в состоянии  $X_2$ ).



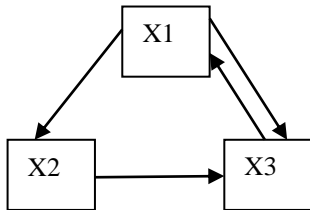
17/44

1/15

2/9

16/17

9. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{1,3} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 1$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_3$  (система находится в состоянии  $X_3$ ).



Варианты ответов:

3/11

36/49

5/17

28/37

3/4

10. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 15$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 10%?

не менее 15

не менее 135

не менее 45

не менее 30

не менее 150

11. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 90$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 15%?

не менее 600

не менее 135

не менее 510

не менее 150

не менее 510

12. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 20$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 25%?

не менее 60

не менее 30

не менее 25

не менее 125

не менее 45

13. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 9$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,85 ?

не менее 12

не менее 63

не менее 51

не менее 7

не менее 36

14. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 30$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,75 ?

не менее 42

не менее 90

не менее 22,5

не менее 37,5

не менее 75

15. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 45$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,9 ?

не менее 40

не менее 90

не менее 180

не менее 405

не менее 41,5

16. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

24

20

16

36

27

17. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

25

6

32

38

15

18. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 60$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

48

30

15

36

45



19. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 24$  заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- 21
- 16,8
- 7,5
- 12
- 19,2

20. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 102$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет  $1/34$  часа. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- 48
- 64
- 51
- 85
- 15

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 60$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- 45
- 48
- 36
- 24
- 32

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 45$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- $3/2$
- $15/11$
- $24/17$
- $6/7$
- 2

22. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 6 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- $7/26$
- $6/5$
- $11/7$
- $20/13$
- $3/2$

23. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 60$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- $6/5$
- $4/25$
- $4/3$

4/9

12/7

24. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 24$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

11/24

24/25

2/3

4/3

6/5

25. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 36$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

5/36

24/17

17/36

1

6/5

26. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

6/5

17/11

24/17

5/4

1

27. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 10$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

4/9

25/36

12/25

3/4

1/2

28. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 20$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

1/2

25/36

12/25

5/6

4/9

29. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 30$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

1/4

- 1/2
- 7/8
- 7/30
- 3/8

30. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 5$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- 2/3
- 8/9
- 1/3
- 1/9
- 5/27

31. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 20$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- 4/9
- 2/3
- 3/4
- 1/9
- 1/2

32. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 24$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- 1/2
- 4/25
- 1/24
- 3/8
- 2/5

33. Задачи теории массового обслуживания:

- определения максимальной длины очереди
- определение необходимой скорости обслуживания ( )
- рациональное построение очереди
- определение количества приборов обслуживания, которые работают параллельно

34. Для Марковского процесса в физической системе характерно:

- для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от состояния системы в настоящий момент
- для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит от состояния системы в прошлые моменты времени
- для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние
- для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние

## 4.2 Типовые вопросы, выносимые на экзамен

1. Определение случайного процесса, сечения и траектории процесса.
2. Дискретная система с конечным числом состояний. Граф состояний системы.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

4. Стационарный режим дискретной системы с конечным числом состояний.
5. Система линейных алгебраических уравнений Эрланга для стационарного режима и ее решение.
6. Классификация систем массового обслуживания (СМО).
7. СМО с отказом.
8. СМО с отказом. Граф состояний системы.
9. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
10. Оптимизация СМО с отказом по различным критериям.
11. СМО с ожиданием. Граф состояний системы.
12. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
13. Оптимизация СМО с ожиданием по различным критериям.
14. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы.
15. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
16. Оптимизация СМО с ограничением на длину очереди по различным критериям.
17. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди. Граф состояний системы.
18. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
19. Сравнение характеристик различных СМО.
20. Последовательные СМО (цепочка СМО).
21. Сравнение характеристик и выбор оптимальной модели.
22. Определение  $n$ -мерных функций и плотностей распределения случайного процесса.
23. Математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция случайного процесса (их выражение через интеграл, содержащий плотность или функцию распределения).
24. Процесс с независимыми приращениями, процесс однородный во времени.
25. Процесс Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающийся в нуле.
26. Траектории процесса Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающегося в нуле, его математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция.
27. Формула для одно- и  $n$ -мерного распределений сечения процесса Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающегося в нуле.
28. Формула, задающая распределения времени ожидания между двумя последовательными событиями в процессе Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающегося в нуле.
29. Определение цепи Маркова и марковского процесса с непрерывным временем с конечным числом состояний.
30. Матрица перехода за один и  $n$  шагов для цепи Маркова с конечным числом состояний, понятие финальных вероятностей.
31. Свойство стохастичности матрицы перехода для цепи Маркова или марковского процесса с конечным числом состояний, уравнение Чепмена–Колмогорова.
32. Совместное распределение  $n$  шагов цепи Маркова (сечений марковского процесса).

33. Теорема Маркова (достаточное условие наличия финальных вероятностей).
34. Теорема о сходимости среднего времени пребывания в одном фиксированном состоянии к величине финальной вероятности этого состояния.
35. Связь между наличием предельных вероятностей перехода и существованием финального распределения состояний, стационарность финального распределения.
36. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для переходной вероятности и система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний марковского процесса с конечным числом состояний.
37. Винеровский процесс, определение, примерный вид траекторий, математическое ожидание, дисперсия, ковариационная функция.
38. Винеровский процесс,  $n$ -мерная плотность распределения.
39. Аналитические свойства траекторий винеровского процесса (непрерывность, дифференцируемость) с вероятностью единица.
40. Случайный процесс, стационарный в широком смысле.
41. Дискретный белый шум как стационарный процесс с дискретным временем.
22. Спектральное представление ковариационной функции стационарного случайного процесса (для дискретных процессов). Спектральная функция и спектральная плотность.
42. Спектральное представление дискретного стационарного случайного процесса.
43. Представление для случайного процесса  $\eta(t) = L\xi(t)$ , являющегося линейным преобразованием стационарного процесса  $\xi(t)$ , записанное через спектральную характеристику линейного преобразования.
44. Представления спектральной функции и спектральной плотности для случайного процесса  $\eta(t) = L\xi(t)$ , являющегося линейным преобразованием стационарного процесса  $\xi(t)$ , записанные через спектральную характеристику линейного преобразования.
45. Связь случайной меры и спектральной функции для стационарного случайного процесса.
46. Свойства ортогональной стохастической меры на множестве конечных интервалов на действительной прямой.
47. Понятие структурной функции, и её связь со стохастической мерой.

Итоговое начисление баллов по дисциплине осуществляется в соответствии с разработанной и внедренной балльно-рейтинговой системой контроля и оценивания уровня знаний и внеучебной созидательной активности обучающихся.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

**Направление подготовки:** 09.03.04 Программная инженерия

**Профиль:** Проектирование и разработка программного обеспечения

**Уровень высшего образования:** бакалавриат

**Форма обучения:** очная

Королев  
2023

## 1. Общие положения

**Целью** изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

**Задачи дисциплины:**

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам теории случайных процессов: Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Системы массового обслуживания с отказом. Системы массового обслуживания с очередью. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО.
1. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины;
2. Познакомить студентов с примерами математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Случайные Марковские процессы.*

*Системы с дискретным числом состояний.*

1. Построение графа состояний системы.
2. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

Продолжительность занятия – 4ч.

### Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Случайные Марковские процессы.*

*Системы с дискретным числом состояний.*

1. Стационарный режим.
2. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Продолжительность занятия – 4ч.

### Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с отказом.*

1. Построение графа состояний СМО с отказом.
2. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 4.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с отказом.*

1. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима.
2. Основные характеристики СМО с отказом.
3. Критерии оптимизации СМО с отказом.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 5.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с очередью.*

1. Основные характеристики СМО с ожиданием.
2. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди.
3. Граф состояний системы.
4. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 6.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с очередью.*

1. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди.
2. Граф состояний системы.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга.
4. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 7.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*



Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.*

1. Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов.
2. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа.

Продолжительность занятия – 4ч.

### **Практическое занятие 8.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Образовательные технологии: *самостоятельное решение и групповое обсуждение результатов*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.*

1. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации.
2. Цепи Маркова.

Продолжительность занятия – 4ч.

### **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

Не предусмотрено учебным планом.

### **4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов**

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

| № п/п | Наименование блока (раздела) дисциплины | Виды СРС   |
|-------|---|--|
| 1     | Тема 1-4                                | <b>Тематика вопросов для самостоятельного изучения:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Случайные процессы, их классификация.</li><li>• Цепи Маркова с дискретным временем, матрица переходов, ее свойства.</li><li>• Цепи Маркова с дискретным временем, граф переходов, существенные и несущественные состояния.</li><li>• Цепи Маркова с дискретным временем, матрица переходов за n шагов, распределение вероятностей через n шагов.2</li><li>• Предельные вероятности в дискретных Марковских цепях.</li><li>• Условия существования и способ нахождения предельных</li></ul> |

|   |          |   |
|---|----------|---|
|   |          | <p>вероятностей.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Цепи Маркова с непрерывным временем, матрица интенсивностей переходов, ее свойства.</li> <li>• Цепи Маркова с непрерывным временем.</li> <li>• Система уравнений Колмогорова.</li> <li>• Поток событий, простейшие потоки событий.</li> <li>• Граф процесса чистого рождения.</li> <li>• Среднее число заявок и дисперсия в простейшем потоке.</li> <li>• Распределение промежутков времени между двумя последовательными поступлениями заявок для простейшего потока.</li> <li>• Суммирование и разреживание потоков, поток Эрланга.</li> <li>• Предельные (финальные) вероятности в непрерывной цепи Маркова, условия существования и способ нахождения.</li> <li>• Процессы гибели и размножения, граф переходов.</li> <li>• Условие существования предельных вероятностей, формулы для нахождения.</li> </ul>   |
| 2 | Тема 1-4 | <p><b>Индивидуального письменное задание:</b></p> <p><b>1.</b> Гарантийная мастерская принимает заказы на ремонт по одному телефону. Среднее число поступающих в течение часа заявок равно <math>2\lambda</math>. Среднее время оформления заявки равно <math>m</math> мин. Считается, что если клиент позвонил, а телефон в это время занят, то он обращается в другую мастерскую (система без очереди). Найти основные показатели системы массового обслуживания: 1) <math>p_0</math>, <math>p_1</math> 2) <math>\text{робсл}</math> 3) 4) <math>t_{\text{пр}}</math> – среднее время простоя канала. Проанализировать, как изменятся соответствующие показатели, если подключить второй телефон. С какой интенсивностью должны работать два приемщика, чтобы доля потерянных заявок была менее 10%?</p> <p><b>2.</b> На диспетчерском пункте дежурят 4 приемщика заявок на ремонт теле-радиоаппаратуры. Заявки принимаются по телефонам. В диспетчерский пункт поступает простейший поток заявок с интенсивностью <math>\lambda</math> заявок в минуту. Заявка, поступившая в момент, когда все приемщики заняты, получает отказ. Среднее время оформления заявки <math>m</math> мин. Найти следующие характеристики СМО:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>p_i</math> - вероятность того, что занято <math>i</math> приемщиков (<math>i = 0, 1, 2, 3, 4</math>);</li> <li>2) <math>\text{робсл}</math> - вероятность того, что заявка будет принята;</li> <li>3) - среднее число занятых приемщиков;</li> <li>4) вероятность занятости каждого приемщика;</li> <li>5) - среднее время простоя приемщика.</li> </ol> <p>С какой интенсивностью должны работать два приемщика заявок, выполняя работу четырех человек, чтобы доля потерянных заявок осталась на прежнем уровне? Найти аналогичные характеристики соответствующей двухканальной СМО.</p> <p><b>3.</b> В диспетчерский пункт завода по ремонту холодильников поступают заявки, которые принимаются четырьмя приемщиками по четырем телефонам. В среднем поступает</p> |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | <p><math>10(m+n+1)</math> заявок в час. Заявка, поступившая в момент, когда все приемщики заняты, получает отказ. Среднее время оформления заявки составляет <math>m+3</math> мин. Обслуживание одной заявки приносит прибыль <math>10n</math> руб., создание нового канала обслуживания требует среднего расхода <math>1400m</math> руб., эксплуатация одного канала требует среднего расхода <math>2(m+n)</math> руб. за 1 час. Определить основные показатели системы. Найти, через сколько часов система будет давать прибыль. Если система убыточна, определить величину убытка за 1 час работы. Вычислить сумму прибыли после <math>200(m+n)</math> часов работы системы.</p> <p><b>4.</b> Рассматривается работа автозаправочной станции (АЗС), на которой имеется 4 заправочные колонки. Заправка одной машины длится в среднем <math>m</math> минут. В среднем, каждые <math>n+1</math> минут на АЗС прибывает машина, нуждающаяся в заправке. Число мест в очереди практически не ограничено. Все машины, вставшие в очередь, терпеливо дожидаются заправки, так как других АЗС поблизости нет. Определить, существует ли стационарный режим работы СМО. Если нет, то уменьшите среднее время обслуживания одной машины и повторите расчеты. Если стационарный режим существует, определите:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) вероятности <math>p_i</math> (<math>i = 0, 1, 2, 3, 4</math>);</li> <li>2) вероятности наличия очереди <math>r</math>;</li> <li>3) среднюю длину очереди ;</li> <li>4) среднее число занятых колонок ;</li> <li>5) вероятности занятости каждой колонки;</li> <li>6) среднее время ожидания машины в очереди ;</li> <li>7) среднее время простоя колонки .</li> </ol> |
|--|--|--|

## **5. Указания по проведению контрольных работ для обучающихся очной формы обучения**

### **5.1. Требования к структуре**

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями  $m$  и  $n$ , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

### **5.2. Требования к оформлению**

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.

2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.

3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.

5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.

Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к зачету с оценкой не допускаются.

## **6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Теория вероятностей и случайные процессы / Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546213>.

2. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=71720](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720)

3. Матальцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы / Матальцкий М.А. - Минск: Издательство "Вышэйшая школа", 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4. URL: <http://znanium.com/go.php?id=508401>

### **Дополнительная литература:**

1. Трояновский В. М. Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов: учеб. пособие / В.М. Трояновский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://new.znanium.com>]. — (Высшее образование: Магистратура). —

[www.dx.doi.org/10.12737/textbook\\_5ad88bf5c35cd8.81685342](http://www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5ad88bf5c35cd8.81685342). - ISBN 978-5-8199-0824-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1003316>

2. Круглов В.М. Случайные процессы [Текст]: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. М. Круглов. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. - 336 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-7695-9578-3.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

**9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** MSOffice или свободно распространяемые аналоги, Ramus Educational 1.1, Octave Modelio.

**Информационные справочные системы:** Электронные ресурсы образовательной среды Университета