



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Е.К. Самаров
« 25 » июля 2021г.



***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ**

«МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ»

Направление подготовки: 01.03.02. Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

Королев
2021

Автор: Бугай И.В. Рабочая программа дисциплины: Моделирование систем массового обслуживания. – Королев МО: МГОТУ, 2021.

Рецензент: д.ф.-м.н. профессор Котонаева Н.Г.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом МГОТУ. Протокол № 13 от 22 июля 2021 года.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 	<i>Бугай И.В.</i> к.т.н., доцент 	<i>Бугай И.В.</i> к.т.н., доцент 	
Год утверждения (переутверждения)	2021	<i>2022</i>	<i>2023</i>	
Номер и дата протокола заседания кафедры	<i>№10 от 28.05.21</i>	<i>№11 от 10.06.22</i>	<i>№9 от 25.04.23</i>	

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО  к.т.н., доц. И.В. Бугай

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переутверждения)	2021	<i>2022</i>	<i>2023</i>	
Номер и дата протокола заседания УМС	<i>№7 от 15.06.21</i>	<i>№5 от 21.06.22</i>	<i>№6 от 16.05.23</i>	

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Целью изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять математические методы и модели в профессиональной деятельности.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

обще профессиональные компетенции (ОПК):

- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

профессиональные компетенции (ПК):

- Способность использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ (ПК-3).

Основными **задачами** дисциплины являются:

- освоение студентами знаний по теории систем массового обслуживания
- получение студентами умений и навыков проведения математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

После завершения освоения данной дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия и методы теории случайных процессов, теории систем массового обслуживания (СМО)

Уметь:

- применять математические методы теории СМО при решении профессиональных задач, в том числе задач повышенной сложности.

Владеть:

- методами теории систем массового обслуживания для построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Моделирование систем массового обслуживания» относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений, основной профессиональной образовательной программы подготовки

бакалавров по направлению подготовки 01.03.02. «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина базируется на дисциплинах: «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика» и компетенциях: ОПК-1, ОПК-3, ПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр	Семестр шестой	Семестр
Общая трудоемкость	108			108	
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ					
Аудиторные занятия	48			48	
Лекции (Л)	16			16	
Практические занятия (ПЗ)	32			32	
Лабораторные работы (ЛР)	-				
Самостоятельная работа	60			60	
Курсовые, расчетно-графические работы	-				
Контрольная работа, домашнее задание					
Текущий контроль знаний	Тест			Тест	
Вид итогового контроля	Зачет			Зачет	
ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ					

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Код компетенций
Тема 1. Системы с дискретным числом состояний. Марковские процессы.	4	8	2	ОПК-3 ПК-3
Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.	4	8	2	ОПК-3 ПК-3
Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.	4	8	2	ОПК-3 ПК-3
Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.	4	8	4	ОПК-3 ПК-3
Итого	16	32	10	

4.2. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Системы с дискретным числом состояний. Марковские процессы.

Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Стационарность, ординарность и отсутствие последствия потока случайных событий. Пуассоновский поток случайных событий. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Стационарный режим. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.

СМО с отказом. Граф состояний СМО с отказом. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима. Основные характеристики СМО с отказом. Критерии оптимизации СМО с отказом.

Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.

СМО с ожиданием. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО с ожиданием. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии

оптимизации СМО. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО.

Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.

Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации. Цепи Маркова.

5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

1. «Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Моделирование систем массового обслуживания» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Теория систем массового обслуживания: учебное пособие / сост. А.В. Шапошников, В.В. Бережной, А.М. Лягин, А.А. Плетухина и др. - Ставрополь: СКФУ, 2017. - 134 с.: ил. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483842>.
2. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720

Дополнительная литература:

1. Теория систем массового обслуживания: учебное пособие: [16+] / сост. А.В. Шапошников, В.В. Бережной, А.М. Лягин, А.А. Плетухина и др. – Ставрополь: Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. – 134 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483842>
2. Модели массового обслуживания в информационных системах: учебное пособие / авт.-сост. В.П. Мочалов, Н.Ю. Братченко; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северо-Кавказский федеральный университет». - Ставрополь: СКФУ, 2016. - 126 с.: ил. - Библиогр.: с. 121.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459106>

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: MSOffice

Информационные справочные системы: Электронные ресурсы образовательной среды Университета

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

Практические занятия:

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

«МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ»

(Приложение 1 к рабочей программе)

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

Королев
2021

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Знать	уметь	владеть
1.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Тема 1-4	основные понятия и методы систем с дискретным числом состояний.	применять математические методы теории систем обслуживания при решении профессиональных задач повышенной сложности.	методами теории систем массового обслуживания для построения математической модели профессиональных задач
2.	ПК-3	Способность использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Тема 1-4.	основные понятия теории систем массового обслуживания.	применять математические методы теории систем массового обслуживания при решении профессиональных задач повышенной сложности.	методами теории систем массового обслуживания для содержательной интерпретации полученных результатов.

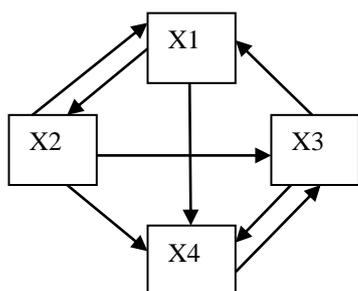
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Показатель оценивания компетенции	Критерии оценки
ОПК-3 ПК-3	Письменное задание	<p>А) полностью сформирована 5 баллов</p> <p>В) частично сформирована 3-4 балла</p> <p>С) сформировано менее 30% 1-2 балла</p> <p>Д) не сформирована 0 балла</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <ol style="list-style-type: none"> Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) Умение применить выбранный метод (1 балл) Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл) Решение задачи и получение правильного результата (2 балла) Задача не решена вообще (0 баллов) <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p> <p>Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено.</p> <p>Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал</p>

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерная тематика письменных заданий:

1. Граф состояний системы изображен на рисунке. Составить систему дифференциальных уравнений Эрланга. Для стационарного режима составить систему линейных алгебраических уравнений Эрланга и найти вероятности состояний системы.



$$\lambda_{1,2} = 5 \quad \lambda_{2,1} = 2 \quad \lambda_{3,1} = m + 3 \quad \lambda_{1,4} = 8$$

$$\lambda_{2,3} = 4 \quad \lambda_{2,4} = n + 2 \quad \lambda_{3,4} = 6 \quad \lambda_{4,3} = 10$$

2. Входящий поток заявок трехканальной СМО с отказом равен 20 заявок в час. В среднем 1 канал обслуживает n заявок в час. Клиент в среднем платит за обслуживание заявки $(80+5m)$ рублей. Содержание 1 канала обслуживания составляет 120 рублей в час. Найти:

- а) среднее число занятых каналов.
 б) прибыль СМО за 8 часов работы.

3. Входящий поток заявок СМО с ограничением на длину очереди равен 24 заявки в час. Число каналов обслуживания равно 2. Максимальная длина очереди равна 3. В среднем один канал обслуживает m заявок в час.

Найти:

- а) вероятности состояний системы $p_i, i = 0 - 5$
 б) среднее число занятых каналов \bar{k}
 в) среднюю длину очереди \bar{s}

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра A и B . Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются по цифрам A и B из таблиц:

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формой контроля знаний по дисциплине «Моделирование систем массового обслуживания» являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме зачета.

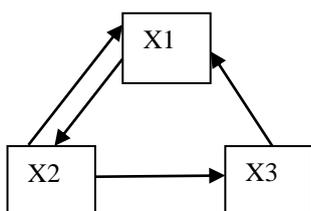
Неделя текущей контрольной	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графика учебного процесса	Тестирование 1	ОПК-3 ПК-3	15 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 30 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично - от 90%. Максимальная оценка - 5 баллов

Согласно графика учебного процесса	Тестирование 2	ОПК-3 ПК-3	15 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 30 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
Согласно графика учебного процесса	Зачет	ОПК-3 ПК-3	3 вопроса	Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета	Критерии оценки: «Зачтено»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Не зачтено»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.

4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

1. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,1} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$
 $\lambda_{3,1} = 8$

Для стационарного режима найти вероятность P_1 (система находится в состоянии X_1).



Варианты ответов:

5/11

4/9

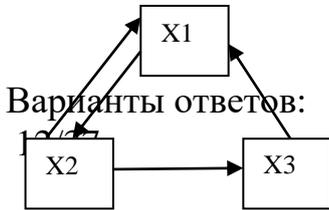
11/17

2/3

4/5

2. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,1} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$
 $\lambda_{3,1} = 8$

Для стационарного режима найти вероятность P_2 (система находится в состоянии X_2).



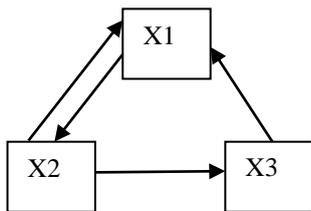
7/12

10/27

7/15

3. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,1} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$
 $\lambda_{3,1} = 8$

Для стационарного режима найти вероятность P_3 (система находится в состоянии X_3).



Варианты ответов:

5/27

4/7

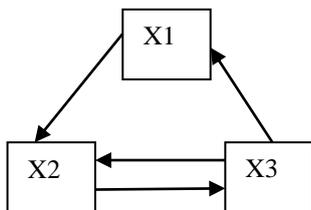
8/11

2/29

17/19

4. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,3} = 2$ $\lambda_{3,1} = 4$
 $\lambda_{3,2} = 10$

Для стационарного режима найти вероятность P_1 (система находится в состоянии X_1).



Варианты ответов:

8/15

25/44

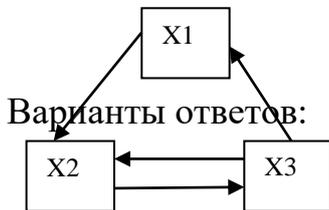
21/38

1/11

15/22

5. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,3} = 2$ $\lambda_{3,1} = 4$
 $\lambda_{3,2} = 10$

Для стационарного режима найти вероятность P_2 (система находится в состоянии X_2).



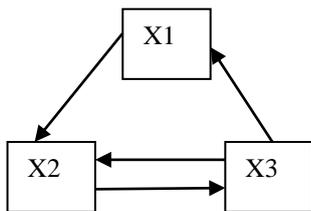
5/6

3/4

8/11

6. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,3} = 2$ $\lambda_{3,1} = 4$
 $\lambda_{3,2} = 10$

Для стационарного режима найти вероятность P_3 (система находится в состоянии X_3).



Варианты ответов:

15/22

5/44

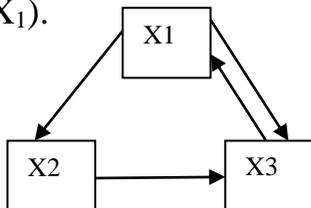
12/17

2/5

10/19

7. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{1,3} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$
 $\lambda_{3,1} = 1$

Для стационарного режима найти вероятность P_1 (система находится в состоянии X_1).



Варианты ответов:

28/41

2/11

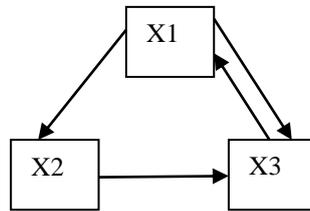
14/17

21/22

4/37

8. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{1,3} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$
 $\lambda_{3,1} = 1$

Для стационарного режима найти вероятность P_2 (система находится в состоянии X_2).



Варианты ответов:

5/37

17/44

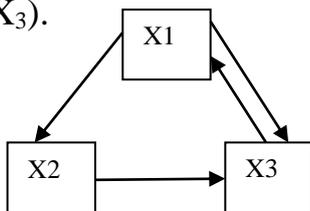
1/15

2/9

16/17

9. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{1,3} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$
 $\lambda_{3,1} = 1$

Для стационарного режима найти вероятность P_3 (система находится в состоянии X_3).



Варианты ответов:

3/11

36/49

5/17

28/37

3/4

10. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 15$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 10%?

не менее 15

не менее 135

не менее 45

не менее 30

не менее 150

11. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 90$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 15%?

не менее 600

не менее 135

не менее 510

не менее 150

не менее 510

12. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 20$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 25%?

не менее 60

не менее 30

не менее 25

не менее 125

не менее 45

13. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 9$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,85 ?

не менее 12

не менее 63

не менее 51

не менее 7

не менее 36

14. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 30$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,75 ?

не менее 42

не менее 90

не менее 22,5

не менее 37,5

не менее 75

15. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 45$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,9 ?

не менее 40

не менее 90

не менее 180

не менее 405

не менее 41,5

16. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

24

20

16

36

27

17. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки

составляет 1,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

25

6

32

38

15

18. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 60$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

48

30

15

36

45

19. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 24$ заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

21

16,8

7,5

12

19,2

20. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 102$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет $1/34$ часа. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

48

64

51

85

15

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 60$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

45

48

36

24

32

22. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 45$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

3/2

15/11

24/17

6/7

2

23. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 6 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

7/26

6/5

11/7

20/13

3/2

24. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 60$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

6/5

4/25

4/3

4/9

12/7

25. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 24$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

11/24

24/25

2/3

4/3

6/5

26. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 36$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

5/36

24/17

17/36

1

6/5

27. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

6/5

17/11

24/17

5/4

1

28. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 10$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

4/9

25/36

12/25

3/4

1/2

29. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 20$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

1/2

25/36

12/25

5/6

4/9

30. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 30$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

1/4

1/2

7/8

7/30

3/8

31. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 5$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

2/3

8/9

1/3

1/9

5/27

32. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 20$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

4/9

2/3

3/4

1/9

1/2

33. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 24$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

1/2

4/25

1/24

3/8

2/5

34. Задачи теории массового обслуживания:

определения максимальной длины очереди

определение необходимой скорости обслуживания ()

рациональное построение очереди

определение количества приборов обслуживания, которые работают параллельно

35. Для Марковского процесса в физической системе характерно:

для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от состояния системы в настоящий момент

для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит от состояния системы в прошлые моменты времени

для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние

для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние

4.2. Типовые вопросы, выносимые на зачет

1. Дискретная система с конечным числом состояний.
2. Граф состояний системы с конечным числом состояний.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга для системы с конечным числом состояний.
4. Стационарный режим дискретной системы с конечным числом состояний.
5. Система линейных алгебраических уравнений Эрланга для стационарного режима и ее решение.
6. Классификация систем массового обслуживания (СМО).
7. СМО с отказом.
8. Граф состояний системы с отказом.
9. Система уравнений Эрланга для СМО с отказом и ее решение.
10. Основные характеристики.
11. Оптимизация СМО с отказом по различным критериям.
12. СМО с ожиданием.
13. Граф состояний системы с ожиданием.
14. Система уравнений Эрланга для СМО с ожиданием и ее решение. Основные характеристики.
15. Оптимизация СМО с ожиданием по различным критериям.
16. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди.
17. Граф состояний системы смешанного типа.
18. Система уравнений Эрланга для системы смешанного типа и ее решение. Основные характеристики.
19. Оптимизация СМО с ограничением на длину очереди по различным критериям.
20. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди.
21. Граф состояний системы.
22. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
23. Сравнение характеристик различных СМО.
24. Последовательные СМО (цепочка СМО).
25. Сравнение характеристик и выбор оптимальной модели.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ
«МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ»
(Приложение 2 к рабочей программе)**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

Королев
2021

1. Общие положения

Цель дисциплины:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять математические методы и модели в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- освоение студентами знаний по теории систем массового обслуживания
- получение студентами умений и навыков проведения математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

2. Указания по проведению практических занятий

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Система с конечным числом состояний. Граф системы. Уравнения Эрланга.*

Продолжительность занятия – 4 ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *СМО с отказом. Основные характеристики.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Оптимизация СМО с отказом.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *СМО с ожиданием. Основные характеристики.*

Расчет характеристик многоканальных СМО с использованием MS Excel.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 5.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *СМО с ограничением на длину очереди.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности многоканальных СМО с использованием MS Excel.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Последовательные СМО. Сравнение эффективности работы. Выбор наиболее подходящей модели.*

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Оптимизация по критерию надежности.*

Продолжительность занятия – 4ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

Цель самостоятельной работы: подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

Задачи самостоятельной работы:

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице:

Виды самостоятельной работы	Очная форма обучения
	Всего академических часов
Всего часов на самостоятельную работу	60
Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	15
Подготовка к практическим занятиям	10
Выполнение индивидуального письменного задания	15
Подготовка к зачету	20

4.1 Тематика вопросов для самостоятельного изучения

1. Случайные процессы, их классификация.
2. Цепи Маркова с дискретным временем, матрица переходов, ее свойства.
3. Цепи Маркова с дискретным временем, граф переходов, существенные и несущественные состояния.
4. Цепи Маркова с дискретным временем, матрица переходов за n шагов, распределение вероятностей через n шагов.
5. Предельные вероятности в дискретных Марковских цепях.
6. Условия существования и способ нахождения предельных вероятностей.
7. Цепи Маркова с непрерывным временем, матрица интенсивностей переходов, ее свойства.
8. Цепи Маркова с непрерывным временем.
9. Система уравнений Колмогорова.
10. Поток событий, простейшие потоки событий.
11. Граф процесса чистого рождения.
12. Среднее число заявок и дисперсия в простейшем потоке.
13. Распределение промежутков времени между двумя последовательными поступлениями заявок для простейшего потока.
14. Суммирование и разреживание потоков, поток Эрланга.
15. Предельные (финальные) вероятности в непрерывной цепи Маркова, условия существования и способ нахождения.
16. Процессы гибели и размножения, граф переходов.
17. Условия существования предельных вероятностей, формулы для нахождения.
18. Классификация систем массового обслуживания. Параметры, характеризующие работу СМО.
19. Классификация СМО по Кендаллу.
20. Одноканальная СМО с отказами, граф переходов.
21. Многоканальная СМО с отказами, граф переходов.
22. Одноканальная СМО с ограниченной очередью, граф переходов.
23. Многоканальная СМО с ограниченной очередью, граф переходов.
24. Одноканальная СМО с неограниченной очередью, граф переходов, условия существования предельных вероятностей.
25. Многоканальная СМО с неограниченной очередью, граф переходов, условия существования предельных вероятностей

4.2 Вопросы индивидуального письменного задания

1. Гарантийная мастерская принимает заказы на ремонт по одному телефону. Среднее число поступающих в течение часа заявок равно $2n$. Среднее время оформления заявки равно t мин. Считается, что если клиент позвонил, а телефон в это время занят, то он обращается в другую мастерскую (система без очереди). Найти основные показатели системы массового обслуживания: 1) p_0, p_1 2) $p_{\text{обсл}}$ 3) \bar{k} 4) $t_{\text{пр}}$ – среднее время простоя канала. Проанализировать, как изменятся соответствующие показатели, если подключить второй телефон. С какой

интенсивностью должны работать два приемщика, чтобы доля потерянных заявок была менее 10%?

2. На диспетчерском пункте дежурят 4 приемщика заявок на ремонт теле-радиоаппаратуры. Заявки принимаются по телефонам. В диспетчерский пункт поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = m+n$ заявок в минуту. Заявка, поступившая в момент, когда все приемщики заняты, получает отказ. Среднее время оформления заявки $m+n-2$ мин. Найти следующие характеристики СМО:

- 1) p_i - вероятность того, что занято i приемщиков ($i = 0, 1, 2, 3, 4$);
- 2) $p_{\text{обсл}}$ - вероятность того, что заявка будет принята;
- 3) \bar{k} - среднее число занятых приемщиков;
- 4) вероятность занятости каждого приемщика;
- 5) $\bar{t}_{\text{пр}}$ - среднее время простоя приемщика.

С какой интенсивностью должны работать два приемщика заявок, выполняя работу четырех человек, чтобы доля потерянных заявок осталась на прежнем уровне? Найти аналогичные характеристики соответствующей двухканальной СМО.

3. В диспетчерский пункт завода по ремонту холодильников поступают заявки, которые принимаются четырьмя приемщиками по четырем телефонам. В среднем поступает $10(m+n+1)$ заявок в час. Заявка, поступившая в момент, когда все приемщики заняты, получает отказ. Среднее время оформления заявки составляет $m+3$ мин. Обслуживание одной заявки приносит прибыль $10n$ руб., создание нового канала обслуживания требует среднего расхода $1400m$ руб., эксплуатация одного канала требует среднего расхода $2(m+n)$ руб. за 1 час. Определить основные показатели системы. Найти, через сколько часов система будет давать прибыль. Если система убыточна, определить величину убытка за 1 час работы. Вычислить сумму прибыли после $200(m+n)$ часов работы системы.

4. Рассматривается работа автозаправочной станции (АЗС), на которой имеется 4 заправочные колонки. Заправка одной машины длится в среднем m минут. В среднем, каждые $n+1$ минут на АЗС прибывает машина, нуждающаяся в заправке. Число мест в очереди практически не ограничено. Все машины, вставшие в очередь, терпеливо дожидаются заправки, так как других АЗС поблизости нет. Определить, существует ли стационарный режим работы СМО. Если нет, то уменьшите среднее время обслуживания одной машины и повторите расчеты. Если стационарный режим существует, определите:

- 1) вероятности p_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$);
- 2) вероятности наличия очереди $p_{\text{оч}}$;
- 3) среднюю длину очереди \bar{s} ;
- 4) среднее число занятых колонок \bar{k} ;
- 5) вероятности занятости каждой колонки $p_{\text{зан}}$;
- 6) среднее время ожидания машины в очереди $\bar{t}_{\text{оч}}$;
- 7) среднее время простоя колонки $\bar{t}_{\text{пр}}$.

5. Указания по проведению письменных заданий

5.1. Требования к структуре

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями m и n , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

5.2. Требования к оформлению

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.

2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.

3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.

4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.

5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.

Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на экзамене.

6. Указания по проведению курсовых работ

Не предусмотрено учебным планом.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. Теория систем массового обслуживания: учебное пособие / сост. А.В. Шапошников, В.В. Бережной, А.М. Лягин, А.А. Плетухина и др. - Ставрополь: СКФУ, 2017. - 134 с.: ил. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483842>.

2. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720

Дополнительная литература:

2. Теория систем массового обслуживания: учебное пособие: [16+] / сост. А.В. Шапошников, В.В. Бережной, А.М. Лягин, А.А. Плетухина и др. – Ставрополь: Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. – 134 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483842>

2. Модели массового обслуживания в информационных системах: учебное пособие / авт.-сост. В.П. Мочалов, Н.Ю. Братченко; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северо-Кавказский федеральный университет». - Ставрополь: СКФУ, 2016. - 126 с.: ил. - Библиогр.: с. 121.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459106>

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniyum.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

9. Перечень информационных технологий

Перечень программного обеспечения: MSOffice

Информационные справочные системы: Электронные ресурсы образовательной среды Университета