



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Е.К. Самаров
« 06 » июля 2021г.



*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ
«Дифференциальные уравнения»**

Направление подготовки: 01.03.02. Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная




Королев
2021

Автор: к.т.н. доцент Бугай И.В. Рабочая программа дисциплины: Дифференциальные уравнения. – Королев МО: МГОТУ, 2021

Рецензент: к.ф.-м.н. доцент Борисова О.Н.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом МГОТУ. Протокол № 13 от 22 июня 2021 года.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 	 Бугай И.В. к.т.н., доцент	 Бугай И.В. к.т.н., доцент	
Год утверждения (переутверждения)	2021	2022	2023	
Номер и дата протокола заседания кафедры	№10 от 28.05.21	№11 от 10.06.22	№9 от 25.04.23	

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО _____



к.т.н., доц. И.В. Бугай

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переутверждения)	2021	2022	2023	
Номер и дата протокола заседания УМС	№7 от 15.06.21	№5 от 21.06.22	№6 от 16.05.23	

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Целью изучения дисциплины является:

формирование систематизированных знаний в области математического моделирования практических задач и их решение на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Данный курс формирует базовые знания в области дифференциальных уравнений как дисциплины, обеспечивающей научные основы современных моделей окружающего мира и технологических процессов.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

общефессиональные компетенции (ОПК):

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3).

Основными задачами дисциплины являются:

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

После завершения освоения данной дисциплины студент должен:

Знать:

- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.

- базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности;

Уметь:

- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

- решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой;

Владеть:

- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;

- практическим опытом исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Изучение данной дисциплины базируется на дисциплинах: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ» и компетенциях: ПК-2, ОПК-1.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми при изучении дисциплин: «Уравнения математической физики», «Теория случайных процессов», «Моделирование систем массового обслуживания», «Математическое моделирование технических систем и процессов» и др. и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр второй	Семестр третий	Семестр четвертый	Семестр пятый
Общая трудоемкость	216		-	108	108	-
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ						
Аудиторные занятия	80			48	48	
Лекции (Л)	32			16	16	
Практические занятия (ПЗ)	48			32	32	
Лабораторные работы (ЛР)	-			-	-	
Самостоятельная работа	120			60	60	
Курсовые работы (проекты)	-			-	-	
Контрольная работа, домашнее задание					-	
Текущий контроль знаний	Тест			Тест	Тест	
Вид итогового контроля	Экзамен/ Зачет с оценкой			Зачет с оценкой	Экзамен	
ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ						

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Код компетенций
3 семестр				
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	8	16	4	ОПК – 1 ОПК-3
Тема 2. Дифференциальные уравнения n-го порядка	8	16	6	ОПК – 1 ОПК-3
4 семестр				
Тема 3. Системы дифференциальных уравнений	10	20	6	ОПК – 1 ОПК-3
Тема 4. Элементы теории устойчивости	6	12	4	ОПК – 1 ОПК-3
Итого:	32	64	20	

4.2. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Неполные уравнения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения n–го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.

Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.

Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.

Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.

Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.

Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма. Теорема сравнения.

Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.

Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.

Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.

Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.

Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Эйлера решения неоднородных систем.

Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.

Теорема о приводимости линейной системы. Периодические решения линейных систем

Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.

Тема 4. Элементы теории устойчивости.

Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.

Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Метод малого параметра.

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя.

Динамические системы и их исследование в фазовом пространстве. Понятие устойчивости. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка.

5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

«Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Коган, Е. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие / Е.А. Коган. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 293 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1058922. - ISBN 978-5-16-015817-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058922>

2. Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-3445-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/111893>

Дополнительная литература:

1. Литвин, Д.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие / Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко, И.И. Мамаев; Ставропольский государственный аграрный университет. — Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, 2017. — 76 с.: ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=484995>

2. Пономаренко, А.К. Индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие: [16+] / А.К. Пономаренко, В.Ю. Сахаров, П.К. Черняев; Санкт-Петербургский государственный университет. — Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2016. — 48 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458099>

3. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: Учебное пособие / Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 432 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010761>

4. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты): учебное пособие / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, Е. А. Швед, Ю. В. Швец. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/51934>

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> -университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящей рабочей программе.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: MSOffice

Информационные справочные системы: Электронные ресурсы образовательной среды Университета

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран); доской для письма мелом или фломастерами;
- комплект электронных презентаций/слайдов.

Практические занятия:

- аудитория, оснащенная мультимедийными средствами (проектор, ноутбук), демонстрационными материалами (наглядными пособиями); доской для письма мелом или фломастерами;
- рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
- рабочее место студента, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

«Дифференциальные уравнения»

(Приложение 1 к рабочей программе)

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

**Королев
2021**

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Тема 1-4.	- базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.	- использовать знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	- возможностями выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
2.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Тема 1-4.	-базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	- решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.	- практическим опытом исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ОПК-1, ОПК-3	Контрольная работа	<p>А) полностью сформирована 5 баллов</p> <p>В) частично сформирована 3-4 балла</p> <p>С) сформировано менее 30% 1-2 балла</p> <p>Д) не сформирована 0 балла</p>	<p>Проводится в письменной форме</p> <p>1. Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл)</p> <p>2. Умение применить выбранный метод (1 балл)</p> <p>3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметические в расчетах (1 балл)</p> <p>4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла)</p> <p>5. Задача не решена вообще (0 баллов)</p> <p>Максимальная оценка - 5 баллов.</p> <p>Время, отведенное на процедуру – до 40 мин.</p> <p>Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал</p>

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерная тематика контрольных работ: 3 семестр

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1) \quad y' = \frac{x(m^2 + y^2)}{n^2 - x^2};$$

$$2) \quad y' = \frac{mx - ny}{my - nx};$$

$$3) \quad y' + \frac{my}{x^2} + \frac{n^2}{x^2} = 0;$$

$$4) \quad y' - \frac{\sin(mx)y^n}{\cos(mx)} + \frac{\sin^2(mx)y^{n+1}}{\cos(mx)} = 0.$$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения:

$$1. \quad 4.4.a \quad y'' + (m-2)y' - 2my = xe^{mx}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=1;$$

$$4.4.б \quad y'' + n^2y = \cos nx, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

4 семестр

1. Решить системы дифференциальных уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 5x - 4y \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}.$$

Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y, & x(0) = 3 \\ \frac{dy}{dt} = -x + 5y, & y(0) = 1 \end{cases}.$$

2. Найти фазовую траекторию автономной динамической

системы $\dot{x} = 1 - x^2 - y^2$, $\dot{y} = 2x$, проходящей через точку $M_0(1,2)$.

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра A и B . Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются по цифрам A и B из таблиц:

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенции, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графику учебного процесса	Тестирование 1,2	ОПК-1 ОПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 30 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка -0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%.
Согласно графику учебного процесса	Зачет с оценкой	ОПК-1 ОПК-3	3 вопроса	Зачет проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета	Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Хорошо»: •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий, изучаемых предметов; •ответы на вопросы билета •неправильно решено практическое задание «Удовлетворитель»

						<p>но»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; «Неудовлетворительно»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
Согласно графика учебного процесса	Экзамен	ОПК-1 ОПК-3	3 вопроса	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 45 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	<p>Критерии оценки: «Отлично»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Хорошо»: •знание основных понятий предмета; •умение использовать и применять полученные знания на практике; •работа на практических занятиях; •знание основных научных теорий,</p>

						<p>изучаемых предметов;</p> <ul style="list-style-type: none"> •ответы на вопросы билета •неправильно решено практическое задание <p>«Удовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание, неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях;</p> <p>«Неудовлетворительно»:</p> <p>демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.</p>
--	--	--	--	--	--	---

4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

3 семестр

1. Дифференциальное уравнение $y' + y = 0$

- а) имеет бесконечно много решений
- б) имеет одно решение
- в) имеет два решения
- г) не имеет решений

2. Дифференциальное уравнение $y'^2 + y^2 + 1 = 0$

- а) не имеет решений
- б) имеет одно решение
- в) имеет два решения
- г) имеет бесконечно много решений

3. Задача Коши для дифференциального уравнения $y' + y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$ имеет

- а) одно решение
- б) бесконечно много решений
- в) два решения
- г) ни одного решения

4. Дифференциальное уравнение $y' - y = 0$ имеет

- а) бесконечно много решений
- б) одно решение
- в) два решения
- г) ни одного решения

5. Задача Коши для дифференциального уравнения $y' - y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$ имеет

- а) одно решение
- б) бесконечно много решений
- в) два решения
- г) ни одного решения

6. Найти решение дифференциального уравнения: $y' = f(x; y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0) = y_0$, это

- а) задача Коши
- б) задача Бернулли
- в) задача Пифагора
- г) задача Гаусса

7. Какая из функций: $y = x$, $y = x^2$, $y = e^x$, $y = 3x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' - y = 0$?

- а) третья

б) первая

в) вторая

г) четвертая

8. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' + y = 0$?

а) первая и третья

б) только первая

в) вторая

г) никакая

9. Задана задача Коши для дифференциального уравнения $y' - y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$. Функция $y = \cos x$ удовлетворяет:

а) начальному условию, но не дифференциальному уравнению

б) дифференциальному уравнению, но не начальному условию

в) и начальному условию и дифференциальному уравнению

г) ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

10. Задана задача Коши для дифференциального уравнения $y' + y = 0$ с начальным условием $y(0) = 1$. Функция $y = e^{-x}$ удовлетворяет:

а) и начальному условию и дифференциальному уравнению

б) дифференциальному уравнению, но не начальному условию

в) начальному условию, но не дифференциальному уравнению

г) ни начальному условию, ни дифференциальному уравнению

11. Дифференциальное уравнение первого порядка $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ является

а) однородным

б) линейным

в) с разделяющимися переменными

г) уравнением Бернулли

12. Дифференциальное уравнение первого порядка $y' + y = x$ является

а) линейным

б) однородным

в) с разделяющимися переменными

г) уравнением Бернулли

13. Дифференциальное уравнение первого порядка $y' \cdot y = x^3$ является

а) с разделяющимися переменными

б) линейным

в) однородным

г) уравнением Бернулли

14. Дифференциальное уравнение первого порядка $y' + y = x \cdot y^2$ является

а) уравнением Бернулли

б) линейным

в) с разделяющимися переменными

г) однородным

15. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' + y = 2x + 2$?

а) никакая

б) первая

в) вторая

г) четвертая

16. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' - y = 1 - 2x$?

а) четвертая

б) первая и третья

в) вторая

г) никакая

17. Какая из функций: $y = 1$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' + y = 1$?

а) первая

б) третья

в) вторая

г) никакая

18. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y' - y = 3x^2 - x^3$?

а) вторая

б) первая

в) четвертая

г) никакая

19. Сколько действительных корней имеет характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' - y = 3x^2 - x^3$?

а) два

б) один

в) ни одного

г) бесконечно много

20. Сколько действительных корней имеет характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + y = 3x^2 - x^3$?

а) ни одного

б) один

в) два

г) три

21. Сколько действительных корней имеет характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 2y' + y = 3x^2 - x^3$?

а) один

б) два

в) ни одного

г) бесконечно много

22. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 2y' + y = 3x^2 - x^3$ имеет корни

а) -1

б) 1 и 2

в) 0 и 1

г) 2 и 3

23. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' - 2y' = x^2 - x^3$ имеет корни

а) 0 и 2

б) -2 и 2

в) 2 и 3

г) -2

24. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' - y = x^2 - x^3$ имеет корни

а) -1 и 1

б) 2 и 3

в) 0 и 1

г) -1

25. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y'' - y = -2x - 1$?

а) четвертая

б) первая

в) вторая

г) никакая

26. Какая из функций: $y = 0$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y'' - y = x^3$?

а) никакая

б) первая

в) четвертая

г) вторая

27. Какая из функций: $y = -x$, $y = x^3$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y'' - y = x$?

а) первая

б) вторая

в) четвертая

г) никакая

28. Какая из функций: $y = 0$, $y = \sin x$, $y = e^{-x}$, $y = 2x + 1$ является решением дифференциального уравнения $y'' + y = 0$?

а) первая и вторая

б) только первая

в) четвертая

г) никакая

29. Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами можно представить в виде:

а) суммы общего решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения

б) произведения общего решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения

в) суммы частного решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения

г) разности общего решения линейного однородного уравнения и частного решения линейного неоднородного уравнения

30. Какой порядок дифференциального уравнения $y'' + y = 0$?

а) второй

б) первый

в) нулевой

г) -1

31. Какой порядок дифференциального уравнения $y' + y = 1$?

а) первый

б) второй

в) нулевой

г) третий

32. Решением какого из дифференциальных уравнений

$y' = x$, $y' = 1$, $y' = 2x$, $y' = \frac{x^2}{2}$ является функция $y = x$?

а) второго

б) первого

в) четвертого

г) третьего

33. Решением какого из дифференциальных уравнений

$y' = x + x^2$, $y' = 1$, $y' = 2$, $y' = \frac{x^2}{2}$ является функция $y = 2x + 1$?

а) третьего

б) первого

в) четвертого

г) второго

4 семестр

1. Из перечисленных систем дифференциальных уравнений однородными системами являются ...

$$\begin{array}{ll} x' = x - y, & x' = y, \\ y' = x + y + e^t & y' = x + y. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x' = 2x + 5y, & x' = 3x - 2y + t, \\ y' = 4x - 2y.(!) & y' = 3x - 4y. \end{array}$$

2. Из перечисленных систем дифференциальных уравнений однородными системами являются ...

$$\begin{array}{ll} x' = x - 4y, & x' = -y + t^2, \\ y' = x + 3y.(!) & y' = x + e^t \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x' = 6x + y + t, & x' = x + 3y, \\ y' = 5x + 2y + 1. & y' = -x + 4y. \end{array}$$

3. Из перечисленных систем дифференциальных уравнений однородными системами являются ...

$$\begin{array}{ll} x' = 2 + 3t + x - y + (t+1)e, & x' = 2x - y, \\ y^3 + t' = x + 4y + 2t. & y' = 4x + 6y. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x + t' = -2x + 3y, & x' = 5x - 4y + 2e, \\ y' = x. & y' = 2t + x - y + e. \end{array}$$

4. Из перечисленных систем дифференциальных уравнений однородными системами являются ...

$$\begin{array}{ll} x' = 2x, & x' = y - x, \\ y' = x + 2y. & y' = y - 2x.(!) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x' = 1 - x^2 - y^2, & x' = 7y + x + 2, \\ y' = 2xy. & y' = 7x + y + e^t \end{array}$$

5. Исследовать, являются ли данные функции линейно независимыми в их области определения: e^x , xe^x , x^2e^x .

да

нет

6. Исследовать, являются ли данные функции линейно независимыми в их области определения: 1 , $\arcsin x$, $\arccos x$.

да

нет

7. Найти определитель Вронского для указанных систем функций: $2, \cos x, \cos 2x$.

$$\begin{vmatrix} -8\sin^3x & 0 & 8\cos^3x & -8\sin^2x \end{vmatrix}$$

8. Найти определитель Вронского для указанных систем функций: $4, \sin^2 x, \cos 2x$.

$$\begin{vmatrix} -8\sin^3x & 0 & 8\cos^3x & -8\sin^2x \end{vmatrix}$$

9. С помощью теоремы Грама установить линейную зависимость или независимость указанных функций на отрезке $[-p; p]$: $5, \cos^2 x, \sin^2 x$.

зависимы

независимы

10. С помощью теоремы Грама установить линейную зависимость или независимость указанных функций на отрезке $[-p; p]$: $1, 2x, x^2$.

зависимы

независимы

11. Исходя из определения устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих уравнений и систем уравнений:

$$\dot{x} = -x + t^2, x(1) = 1;$$

Устойчиво

Не устойчиво

12. Исходя из определения устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих уравнений и систем уравнений:

$$\dot{x} = 2t(x + 1), x(0) = 0;$$

Устойчиво

Не устойчиво

13. Исходя из определения устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих уравнений и систем уравнений:

$$\dot{x} = -x - 9y, x(0) = y(0) = 0. \dot{y} = x - y,$$

Устойчиво

Не устойчиво

14. Найти все положения равновесия данных систем и исследовать их на устойчивость; дать качественную картину поведения интегральных кривых на фазовой плоскости:

$$\dot{x} = y - x^2 - x \quad \dot{y} = 3x - x^2 - y$$

$(0; 0)$ – седло (неустойчиво), $(1; 2)$ – устойчивый узел;

$(1; 1)$ – неустойчивый фокус, $(-4; -4)$ – седло (неустойчиво).

15. Найти все положения равновесия данных систем и исследовать их на устойчивость; дать качественную картину поведения интегральных кривых на фазовой плоскости:

$$\dot{x} = e^x - e^y, \quad \dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2.$$

(0; 0) – седло (неустойчиво), (1; 2) – устойчивый узел;
 (1; 1) – неустойчивый фокус, (- 4; - 4) – седло (неустойчиво).

16. Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y \\ \dot{y} = x \end{cases}$ **имеет вид ...**

$$x = -C_1 e^{-t} + 3C_2 e^{3t}, y = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t}$$

$$x = C_1 e^t - 3C_2 e^{-3t}, y = C_1 e^t + C_2 e^{-3t}$$

$$x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t}, y = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t}$$

$$x = C_1 e^t + 3C_2 e^{3t}, y = C_1 e^t + C_2 e^{3t}$$

17. Система дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = -x + 7y \end{cases}$ **может быть сведена к уравнению вида...**

$$x'' - 10x' + 19x = 0$$

$$x'' - 10x' + 21x = 0$$

$$x'' - x' + 7x = 0$$

$$x'' - 4x' + 19x = 0$$

18. Выяснить, является ли устойчивым нулевое решение системы, если известно, что общее решение этой системы имеет указанный вид: $x = C_1 \cos^2 t - C_2 e^{-t}, \dots$

устойчиво
 асимптотически устойчиво
 неустойчиво
 устойчиво по Ляпунову

19. С помощью теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение

$$x' = 2xy - x + y, y' = 5x^4 + y^3 + 2x - 3y.$$

устойчиво
 асимптотически устойчиво
 неустойчиво
 устойчиво по Ляпунову

20. С помощью теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение $x' = x^2 + y^2 - 2x,$

$$y' = 3x^2 - x + 3y.$$

устойчиво
 асимптотически устойчиво
 неустойчиво
 устойчиво по Ляпунову

21. Исследовать, устойчиво ли решение $x = \cos t, y = 2 \sin t$ системы $x' = \ln(x + 2 \sin^2 t/2) - y/2, y' = (4 - x^2)\cos t - 2x \sin^2 t - \cos^3 t.$

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво
устойчиво по Ляпунову

22. Исследовать устойчивость нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $x' = x^3 - y$, $y' = x + y^3$.

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво

23. Исследовать устойчивость нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $x' = y - x + xy$, $y' = x - y - x^2 - y^3$.

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво

24. Исследовать устойчивость нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $x' = 2y^3 - x^5$, $y' = -x - y^3 + y^5$...

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво

25. Исследовать устойчивость нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $x' = xy - x^3 + y^3$, $y' = x^2 - y^3$...

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво

26. Исследовать устойчивость нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $x' = 2y - x - y^3$, $y' = x - 2y$.

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво

27. Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь известными условиями отрицательности вещественных частей всех корней многочлена, например, условиями Рауса–Гурвица или критерием Михайлова. $y''' + y'' + y' + 2y = 0$.

устойчиво
асимптотически устойчиво
неустойчиво

28. Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь известными условиями отрицательности вещественных частей всех корней многочлена, например, условиями Рауса–Гурвица или критерием Михайлова. $y^{IV} + 2y''' + 4y'' + 3y' + 2y = 0$.

устойчиво

асимптотически устойчиво

неустойчиво

29. Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь известными условиями отрицательности вещественных частей всех корней многочлена, например, условиями Рауса–Гурвица или критерием Михайлова.

$$y^V + 2y^{IV} + 5y''' + 6y'' + 5y' + 2y = 0.$$

устойчиво

асимптотически устойчиво

неустойчиво

30. Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь известными условиями отрицательности вещественных частей всех корней многочлена, например, условиями Рауса–Гурвица или критерием Михайлова.

$$y^V + 4y^{IV} + 16y''' + 25y'' + 13y' + 9y = 0.$$

устойчиво

асимптотически устойчиво

неустойчиво

31. Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь известными условиями отрицательности вещественных частей всех корней многочлена, например, условиями Рауса–Гурвица или критерием Михайлова.

$$y^{IV} + 2y''' + 6y'' + 5y' + 6y = 0.$$

устойчиво

асимптотически устойчиво

неустойчиво

4.2. Типовые вопросы, выносимые на зачет с оценкой (3 семестр)

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения первого порядка.
6. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям
7. Линейные уравнения. Метод подстановки.
8. Линейные уравнения. Метод вариации постоянной
9. Линейные уравнения. Метод интегрирующего множителя
10. Уравнения, приводящиеся к линейным уравнениям
11. Уравнение Бернулли
12. Уравнения Риккати.
13. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
14. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
15. Существование и единственность решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной.

16. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
17. Дифференциальные уравнения высших порядков.
18. Существование и единственность решения задачи Коши линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
19. Случаи понижения порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
21. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
22. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
23. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
24. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
25. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.

4.3. Типовые вопросы, выносимые на экзамен (4 семестр)

1. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.
2. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений.
3. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.
4. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
5. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
6. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Метод Эйлера решения неоднородных систем.
8. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
9. Теорема сравнения.
10. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
11. Теорема о приводимости линейной системы.
12. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
13. Периодические решения линейных систем.
14. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
15. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
16. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений.
17. Общий интеграл. Теорема существования независимых интегралов автономной системы.

18. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
19. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов.
20. Уравнение Бесселя.
21. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.
22. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.
23. Теорема существования и единственности для линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка.
24. Неоднородные уравнения с частными производными.
25. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка
26. Уравнение Пфаффа.
27. Операционный метод решения линейных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ
«Дифференциальные уравнения»**

(Приложение 2 к рабочей программе)

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

**Королев
2021**

1. Общие положения

Целью изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний в области математического моделирования практических задач и их решение на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Задачи дисциплины:

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, как средства математического моделирования детерминированных явлений;
- ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов;
- научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания.

2. Указания по проведению практических занятий

3 семестр

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Практическое занятие 1-2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения.
3. Линейные дифференциальные уравнения.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Практическое занятие 3-5.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

1. Уравнение Бернулли, Риккати.
2. Уравнения в полных дифференциалах.

Продолжительность занятия – 6 ч.

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Практическое занятие 6-8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
2. Особые решения.

3. Неполные уравнения
Продолжительность занятия – 6 ч.

**Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка
Практическое занятие 9-10.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

1. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами.
2. Метод Лагранжа

Продолжительность занятия – 4 ч.

**Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка
Практическое занятие 11-12.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

2. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
3. Метод Эйлера.

Продолжительность занятия – 4 ч.

**Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка
Практическое занятие 13-14.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

1. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления

Продолжительность занятия – 4 ч.

**Тема 2. Дифференциальные уравнения n -го порядка
Практическое занятие 15-16.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

1. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.
2. Теорема Штурма

Продолжительность занятия – 4 ч.

4 семестр

**Тема 3. Системы дифференциальных уравнений
Практическое занятие 1-2.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами
Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений

Практическое занятие 3-4.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений

Практическое занятие 5-6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.

Практическое занятие 7-8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Метод Эйлера решения неоднородных систем

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.

Практическое занятие 9-10.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Линейные системы с периодическими коэффициентами

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 4. Элементы теории устойчивости

Практическое занятие 11-12.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

Метод малого параметра.

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 4. Элементы теории устойчивости.

Практическое занятие 13-14.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова.

Продолжительность занятия – 4 ч.

Тема 4. Элементы теории устойчивости.

Практическое занятие 15-16.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Основные положения темы занятия:

Устойчивость по первому приближению.

Классификация точек покоя линейных автономных динамических систем второго порядка

Продолжительность занятия – 4 ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

Цель самостоятельной работы: подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

Задачи самостоятельной работы:

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Количество часов	Перечень заданий
1.	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	30	Закрепляя пройденный материал, в дополнение к конспектам лекционных и практических занятий рекомендуется использовать литературу и другие источники, примерный перечень которых имеется в разделе 7.
2.	Подготовка к практическим занятиям	30	Проработка лекций, изучение рекомендованной литературы.
3	Подготовка к экзамену	30	Проработка лекций, практик, изучение рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
4	Подготовка к зачету с	30	Проработка лекций, практик, изучение

	оценкой		рекомендованной литературы. Консультации у преподавателя.
Всего часов на самостоятельную работу		120	

4.1 Тематика вопросов для самостоятельного изучения

1. Уравнение Эйлера – Риккати.
2. Специальное уравнение Риккати.
3. Каноническое уравнение Эйлера – Риккати
4. Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами
5. Нелинейные системы дифференциальных уравнений.
6. Метод исключения
7. Подбор интегрируемых комбинаций
8. Зависимость решения от начальных условий
9. Зависимость решения от параметров
10. Оценка погрешности приближенного решения
11. Отыскание производных от решений по параметру
12. Аналитические приближенные методы
13. Метод малого параметра
14. Численные методы решения дифференциальных уравнений
15. Фазовая плоскость.
16. Построение фазового портрета
17. Предельные циклы
18. Признаки наличия предельных циклов
19. Признаки отсутствия предельных циклов
20. Преобразование Лапласа.
21. Оригинал и изображение.
22. Определение свертки
23. Теорема умножения
24. Обобщенная теорема умножения
25. Формулы Дюамеля.

5. Указания по проведению контрольных работ

Учебным планом данного курса для бакалавров очной формы обучения предусмотрено написание контрольной работы (в каждом семестре), что является одним из условий успешного освоения ими основных положений данной дисциплины и служит допуском к сдаче экзамена по курсу во время зачетной сессии.

Задания контрольной работы разрабатываются преподавателем кафедры «Математики и естественнонаучных дисциплин» МГОТУ.

Цель выполняемой работы: Продемонстрировать знания и умения в области изучения дисциплины «Математический анализ».

5.1. Требования к структуре

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант определяется значениями m и n , которые выбираются с учетом двух последних цифр учебного шифра. Номера задач, входящих в вариант, определяются преподавателем.

5.2. Требования к оформлению

Каждая контрольная работа содержит определенное количество примеров и задач. При выполнении их необходимо придерживаться следующих правил:

1. Контрольную работу надо выполнить в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. В конце работы нужно оставить 3-4 чистых страницы, которые, возможно, понадобятся для исправления решений.
2. В заголовке работы должны быть разборчиво написаны: фамилия, имя и отчество, учебный шифр, номер контрольной работы (ее части), название дисциплины. Заголовок надо поместить на обложку тетради. Здесь же указать дату выполнения контрольной работы.
3. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задач своего варианта.
4. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие, заменив, где надо, общие данные контрольными из своего варианта.
5. Решения задач излагайте аккуратно, объясняя основные действия, выписывая нужные формулы, делая необходимые чертежи.
6. После получения прорецензированной работы исправьте все ошибки и недочеты, вписав исправления на оставленных чистых страницах.
7. Работа засчитывается, если она при проверке (или после устранения недочетов) преподавателем получает положительную оценку (зачет). Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к зачету (экзамену) не допускаются. Зачетные контрольные работы обязательно предъявляются на зачете (экзамене).

6. Указания по проведению курсовых работ

Не предусмотрено учебным планом.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

1. Коган, Е. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие / Е.А. Коган. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 293 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1058922. - ISBN 978-5-16-015817-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058922>
2. Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 268 с. — ISBN

978-5-8114-3445-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. —

URL: <https://e.lanbook.com/book/111893>

Дополнительная литература:

1. Литвин, Д.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие / Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко, И.И. Мамаев; Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, 2017. – 76 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=484995>

2. Пономаренко, А.К. Индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие: [16+] / А.К. Пономаренко, В.Ю. Сахаров, П.К. Черняев; Санкт-Петербургский государственный университет. – Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2016. – 48 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458099>

3. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: Учебное пособие / Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 432 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010761>

4. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты): учебное пособие / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, Е. А. Швед, Ю. В. Швец. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1650-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/51934>

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

9. Перечень информационных технологий

Перечень программного обеспечения: MSOffice

Информационные справочные системы: Электронные ресурсы образовательной среды Университета