



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
Е.К. Самаров  
« 25 » 2021г.



***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

**Направление подготовки:** 01.03.02. Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

**Уровень высшего образования:** бакалавр

**Форма обучения:** очная




Королев  
2021

**Автор: Бугай И.В. Рабочая программа дисциплины: Теория случайных процессов – Королев МО, МГОТУ, 2021**

Рецензент: д.э.-м.н. профессор Вилисов В.Я.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом МГОТУ. Протокол № 13 от 22 июня 2021 года.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 	<i>Бугай И.В.</i> к.т.н., доцент 	<i>Бугай И.В.</i> к.т.н., доцент 	
Год утверждения (переподтверждения)	2021	<i>2022</i>	<i>2023</i>	
Номер и дата протокола заседания кафедры	<i>№10 от 28.05.21</i>	<i>№11 от 10.06.22</i>	<i>№9 от 21.04.23</i>	

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП ВО  к.т.н., доц. И.В. Бугай

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переподтверждения)	2021	<i>2022</i>	<i>2023</i>	
Номер и дата протокола заседания УМС	<i>№7 от 15.06.21</i>	<i>№5 от 21.06.22</i>	<i>№6 от 16.05.23</i>	

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Целью изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

### **обще профессиональные компетенции (ОПК):**

- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

### **профессиональные компетенции (ПК):**

- Способность использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ (ПК-3).

Основными задачами дисциплины являются:

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам теории случайных процессов: Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Системы массового обслуживания с отказом. Системы массового обслуживания с очередью. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО.
2. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины;
3. Познакомить студентов с примерами математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

После завершения освоения данной дисциплины студент должен:

### **Знать:**

- основные понятия и методы теории случайных процессов, теории СМО и цепи Маркова;
- основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач

### **Уметь:**

- применять математические методы теории случайных процессов при решении профессиональных задач повышенной сложности;
- решать типовые задачи по основным разделам курса

### **Владеть:**

- навыками к разработке математических моделей в соответствие стандартам и исходным требованиям;

- методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Теория случайных процессов» относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений, основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 01.03.02. «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина базируется на дисциплинах: «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика» и компетенциях: ОПК-1, ОПК-3, ПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

**Таблица 1**

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр ...	Семестр шестой	Семестр
Общая трудоемкость	108		-	108	
<b>ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>48</b>			<b>48</b>	
Лекции (Л)	16			16	
Практические занятия (ПЗ)	32			32	
Лабораторные работы (ЛР)	-			-	
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>60</b>			<b>60</b>	
<b>Курсовые работы (проекты)</b>					
<b>Расчетно-графические работы</b>	-			-	
<b>Контрольная работа, домашнее задание</b>					
Текущий контроль знаний	Тест			Тест	
Вид итогового контроля	Зачет			Зачет	
<b>ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ</b>					

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Код компетенций
Тема 1. Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.	4	8	2	ОПК-3, ПК-3
Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.	4	8	2	ОПК-3, ПК-3
Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.	4	8	2	ОПК-3, ПК-3
Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.	4	8	4	ОПК-3, ПК-3
<b>Итого</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>10</b>	

### 4.2. Содержание тем дисциплины

#### **Тема 1. Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.**

Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Стационарность, ординарность и отсутствие последствия потока случайных событий. Пуассоновский поток случайных событий. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Стационарный режим. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

#### **Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.**

СМО с отказом. Граф состояний СМО с отказом. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима. Основные характеристики СМО с отказом. Критерии оптимизации СМО с отказом.

#### **Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.**

СМО с ожиданием. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО с ожиданием. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и

время ожидания в очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО.

#### **Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.**

Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации. Цепи Маркова.

#### **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

1. «Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины».

#### **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств, для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Теория случайных процессов» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

#### **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

##### **Основная литература:**

1. Теория вероятностей и случайные процессы/ Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546213>.
2. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=71720](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720)
3. Матальцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы/ Матальцкий М.А. - Минск: Издательство "Вышэйшая школа", 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4. URL: <http://znanium.com/go.php?id=508401>

##### **Дополнительная литература:**

1. Трояновский В. М. Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов: учеб. пособие / В.М. Трояновский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://new.znanium.com>]. —(Высшее образование: Магистратура). — [www.dx.doi.org/10.12737/textbook\\_5ad88bf5c35cd8.81685342](http://www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5ad88bf5c35cd8.81685342). - ISBN 978-5-8199-0824-2. - Текст: электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1003316>
2. Круглов В.М. Случайные процессы [Текст]: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. М. Круглов. - М.:

Издательский центр «Академия», 2013. - 336 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-7695-9578-3.

## **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znaniyum.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран), доска, комплект маркеров;
- комплект электронных презентаций;
- рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом (управляемым с компьютера преподавателя) в Интернет к почтовым серверам и к адресам, приведенным в разделе 8 и к общей сетевой папке группы.

### **Практические занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран), доска, комплект маркеров;
- комплект электронных презентаций;
- рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом (управляемым с компьютера преподавателя) в Интернет к почтовым серверам, к адресам, приведенным в разделе 8 и к общей сетевой папке группы.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ**

**«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

**(Приложение 1 к рабочей программе)**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

**Уровень высшего образования:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

Королев  
2021



## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Знать	уметь	владеть
1.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Тема 1-4.	основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач	решать типовые задачи по основным разделам курса	навыками к разработке математических моделей в соответствие стандартам и исходным требованиям
2.	ПК-3	Способность использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Тема 1-4.	основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач основные понятия и методы теории случайных процессов, теории СМО и цепи Маркова.	применять математические методы теории случайных процессов при решении профессиональных задач повышенной сложности решать типовые задачи по основным разделам курса	навыками к разработке математических моделей в соответствие стандартам и исходным требованиям методами теории случайных процессов для построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов

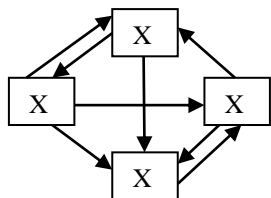
## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ОПК-3 ПК-3	Письменное задание	А) полностью сформирована <b>5 баллов</b> В) частично сформирована <b>3-4 балла</b> С) не сформирована <b>2 балла</b>	Проводится в письменной форме для <b>всех видов нозологий</b> : 1. Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) 2. Умение применить выбранный метод (1 балл) 3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл) 4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла) 5. Задача не решена вообще (0 баллов) Максимальная оценка - 5 баллов. Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 3.1 Примерная тематика письменных заданий:

1. Граф состояний системы изображен на рисунке. Составить систему дифференциальных уравнений Эрланга. Для стационарного режима составить систему линейных алгебраических уравнений Эрланга и найти вероятности состояний системы.



$$\lambda_{1,2} = 5 \quad \lambda_{2,1} = 2 \quad \lambda_{3,1} = m + 3 \quad \lambda_{1,4} = 8$$

$$\lambda_{2,3} = 4 \quad \lambda_{2,4} = n + 2 \quad \lambda_{3,4} = 6 \quad \lambda_{4,3} = 10$$

2. Входящий поток заявок трехканальной СМО с отказом равен 20 заявок в час. В среднем 1 канал обслуживает  $n$  заявок в час. Клиент в среднем платит за обслуживание заявки  $(80+5m)$  рублей. Содержание 1 канала обслуживания составляет 120 рублей в час. Найти:

а) среднее число занятых каналов.

б) прибыль СМО за 8 часов работы.

3. Входящий поток заявок СМО с ограничением на длину очереди равен 24 заявки в час. Число каналов обслуживания равно 2. Максимальная длина очереди равна 3. В среднем один канал обслуживает  $m$  заявок в час.

Найти:

а) вероятности состояний системы  $p_i, i = 0 - 5$

б) среднее число занятых каналов  $\bar{k}$

в) среднюю длину очереди  $\bar{s}$

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра  $A$  и  $B$ . Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются по цифрам  $A$  и  $B$  из таблиц:

$A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

$B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

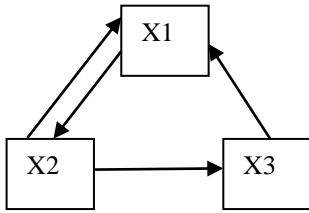
Формой контроля знаний по дисциплине являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме зачета

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенции, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графика учебного процесса	Тестирование 1	ОПК-3 ПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично - от 90%. Максимальная оценка - 5 баллов

Согласно графика учебного процесса	Тестирование 2	ОПК-3 ПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
Согласно графика учебного процесса	Зачет	ОПК-3 ПК-3	3 вопроса	Зачет проводится в устной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 20 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета	Критерии оценки: <b>«Зачтено»:</b> знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. <b>«Не зачтено»:</b> демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.

#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

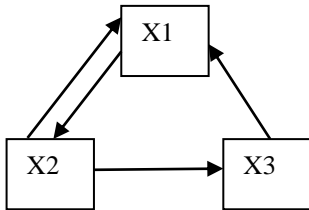
1. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,1} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 8$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_1$  (система находится в состоянии  $X_1$ ).



Варианты ответов:

- (?) 5/11
- (!) 4/9
- (?) 11/17
- (?) 2/3
- (?) 4/5

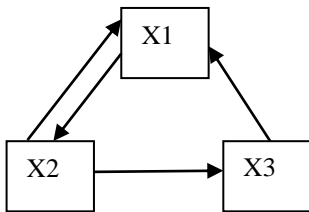
2. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,1} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 8$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_2$  (система находится в состоянии  $X_2$ ).



Варианты ответов:

- (?) 12/37
- (?) 5/11
- (?) 7/12
- (!) 10/27
- (?) 7/15

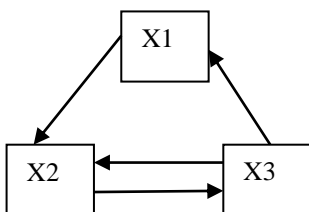
3. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,1} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 8$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_3$  (система находится в состоянии  $X_3$ ).



Варианты ответов:

- (!) 5/27
- (?) 4/7
- (?) 8/11
- (?) 2/29
- (?) 17/19

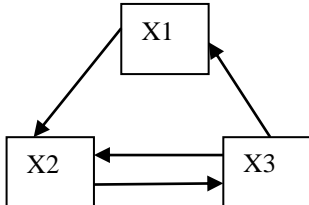
4. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,3} = 2$   $\lambda_{3,1} = 4$   $\lambda_{3,2} = 10$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_1$  (система находится в состоянии  $X_1$ ).



Варианты ответов:

- (?) 8/15
- (?) 25/44
- (?) 21/38
- (!) 1/11
- (?) 15/22

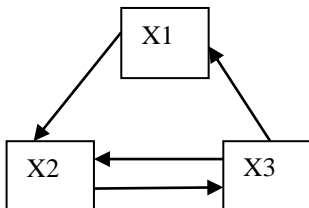
5. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,3} = 2$   $\lambda_{3,1} = 4$   $\lambda_{3,2} = 10$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_2$  (система находится в состоянии  $X_2$ ).



Варианты ответов:

- (!) 35/44
- (?) 24/27
- (?) 5/6
- (?) 3/4
- (?) 8/11

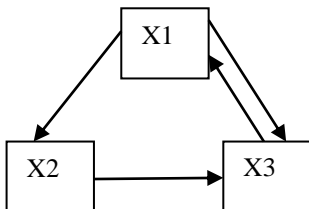
6. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{2,3} = 2$   $\lambda_{3,1} = 4$   $\lambda_{3,2} = 10$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_3$  (система находится в состоянии  $X_3$ ).



Варианты ответов:

- (?) 15/22
- (?) 5/44
- (?) 12/17
- (?) 2/5
- (?) 10/19

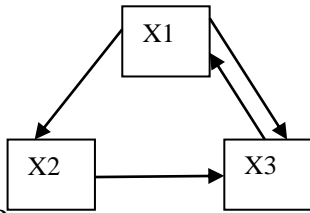
7. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{1,3} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 1$   
Для стационарного режима найти вероятность  $P_1$  (система находится в состоянии  $X_1$ ).



Варианты ответов:

- (?) 28/41
- (?) 2/11
- (?) 14/17
- (?) 21/22
- (!) 4/37

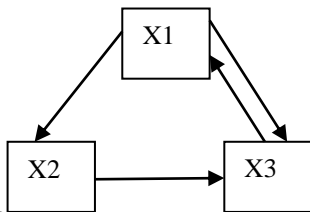
8. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{1,3} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 1$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_2$  (система находится в состоянии  $X_2$ ).



Варианты ответов:

- (!) 5/37
- (?) 17/44
- (?) 1/15
- (?) 2/9
- (?) 16/17

9. Граф состояний системы изображен на рисунке.  $\lambda_{1,2} = 5$   $\lambda_{1,3} = 2$   $\lambda_{2,3} = 4$   $\lambda_{3,1} = 1$   
 Для стационарного режима найти вероятность  $P_3$  (система находится в состоянии  $X_3$ ).



Варианты ответов:

- (?) 3/11
- (?) 36/49
- (?) 5/17
- (!) 28/37
- (?) 3/4

10. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 15$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 10%?

- (?) не менее 15
- (!) не менее 135
- (?) не менее 45
- (?) не менее 30
- (?) не менее 150

11. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 90$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 15%?

- (?) не менее 600
- (?) не менее 135
- (?) не менее 510
- (?) не менее 150
- (!) не менее 510

12. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 20$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 25%?

- (!) не менее 60
- (?) не менее 30
- (?) не менее 25
- (?) не менее 125

(?) не менее 45

13. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 9$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,85 ?

(?) не менее 12

(?) не менее 63

(!) не менее 51

(?) не менее 7

(?) не менее 36

14. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 30$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,75 ?

(?) не менее 42

(!) не менее 90

(?) не менее 22,5

(?) не менее 37,5

(?) не менее 75

15. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 45$  заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,9 ?

(?) не менее 40

(?) не менее 90

(?) не менее 180

(!) не менее 405

(?) не менее 41,5

16. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

(!) 24

(?) 20

(?) 16

(?) 36

(?) 27

17. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

(?) 25

(?) 6

(!) 32

(?) 38

(?) 15

18. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 60$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

(?) 48

(?) 30

(?) 15

(!) 36

(?) 45



19. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 24$  заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- (?) 21
- (?) 16,8
- (?) 7,5
- (?) 12
- (!) 19,2

20. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 102$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет  $1/34$  часа. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- (!) 48
- (?) 64
- (?) 51
- (?) 85
- (?) 15

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 60$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- (?) 45
- (?) 48
- (!) 36
- (?) 24
- (?) 32

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 45$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- (?)  $3/2$
- (?)  $15/11$
- (!)  $24/17$
- (?)  $6/7$
- (?) 2

22. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 6 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- (?)  $7/26$
- (?)  $6/5$
- (?)  $11/7$
- (!)  $20/13$
- (?)  $3/2$

23. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 60$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- (!)  $6/5$
- (?)  $4/25$
- (?)  $4/3$

(?) 4/9

(?) 12/7

24. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 24$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

(?) 11/24

(?) 24/25

(?) 2/3

(?) 4/3

(!) 6/5

25. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 36$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

(?) 5/36

(!) 24/17

(?) 17/36

(?) 1

(?) 6/5

26. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 40$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

(!) 6/5

(?) 17/11

(?) 24/17

(?) 5/4

(?) 1

27. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 10$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

(?) 4/9

(!) 25/36

(?) 12/25

(?) 3/4

(?) 1/2

28. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 20$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

(?) 1/2

(?) 25/36

(?) 12/25

(?) 5/6

(!) 4/9

29. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 30$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

(!) 1/4

- (?) 1/2
- (?) 7/8
- (?) 7/30
- (?) 3/8

30. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 5$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- (?) 2/3
- (?) 8/9
- (?) 1/3
- (!) 1/9
- (?) 5/27

31. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 20$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- (!) 4/9
- (?) 2/3
- (?) 3/4
- (?) 1/9
- (?) 1/2

32. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью  $\lambda = 24$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- (?) 1/2
- (!) 4/25
- (?) 1/24
- (?) 3/8
- (?) 2/5

33. Задачи теории массового обслуживания:

- (?) определения максимальной длины очереди
- (!) определение необходимой скорости обслуживания ( )
- (!) рациональное построение очереди
- (?) определение количества приборов обслуживания, которые работают параллельно

34. Для Марковского процесса в физической системе характерно:

- (!) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от состояния системы в настоящий момент
- (?) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит от состояния системы в прошлые моменты времени
- (?) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние
- (?) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние

#### 4.2 Типовые вопросы, выносимые на зачет

1. Определение случайного процесса, сечения и траектории процесса.
2. Дискретная система с конечным числом состояний. Граф состояний системы.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга.
4. Стационарный режим дискретной системы с конечным числом состояний.
5. Система линейных алгебраических уравнений Эрланга для стационарного режима и ее решение.
6. Классификация систем массового обслуживания (СМО).
7. СМО с отказом.
8. СМО с отказом. Граф состояний системы.
9. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
10. Оптимизация СМО с отказом по различным критериям.
11. СМО с ожиданием. Граф состояний системы.
12. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
13. Оптимизация СМО с ожиданием по различным критериям.
14. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы.
15. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
16. Оптимизация СМО с ограничением на длину очереди по различным критериям.
17. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди. Граф состояний системы.
18. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
19. Сравнение характеристик различных СМО.
20. Последовательные СМО (цепочка СМО).
21. Сравнение характеристик и выбор оптимальной модели.
22. Определение  $n$ -мерных функций и плотностей распределения случайного процесса.
23. Математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция случайного процесса (их выражение через интеграл, содержащий плотность или функцию распределения).
24. Процесс с независимыми приращениями, процесс однородный во времени.
25. Процесс Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающийся в нуле.
26. Траектории процесса Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающегося в нуле, его математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция.
27. Формула для одно- и  $n$ -мерного распределений сечения процесса Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающегося в нуле.
28. Формула, задающая распределения времени ожидания между двумя последовательными событиями в процессе Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , начинающегося в нуле.
29. Определение цепи Маркова и марковского процесса с непрерывным временем с конечным числом состояний.
30. Матрица перехода за один и  $n$  шагов для цепи Маркова с конечным числом состояний, понятие финальных вероятностей.

31. Свойство стохастичности матрицы перехода для цепи Маркова или марковского процесса с конечным числом состояний, уравнение Чепмена–Колмогорова.
32. Совместное распределение  $n$  шагов цепи Маркова (сечений марковского процесса).
33. Теорема Маркова (достаточное условие наличия финальных вероятностей).
34. Теорема о сходимости среднего времени пребывания в одном фиксированном состоянии к величине финальной вероятности этого состояния.
35. Связь между наличием предельных вероятностей перехода и существованием финального распределения состояний, стационарность финального распределения.
36. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для переходной вероятности и система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний марковского процесса с конечным числом состояний.
37. Винеровский процесс, определение, примерный вид траекторий, математическое ожидание, дисперсия, ковариационная функция.
38. Винеровский процесс,  $n$ -мерная плотность распределения.
39. Аналитические свойства траекторий винеровского процесса (непрерывность, дифференцируемость) с вероятностью единица.
40. Случайный процесс, стационарный в широком смысле.
41. Дискретный белый шум как стационарный процесс с дискретным временем.
22. Спектральное представление ковариационной функции стационарного случайного процесса (для дискретных процессов). Спектральная функция и спектральная плотность.
42. Спектральное представление дискретного стационарного случайного процесса.
43. Представление для случайного процесса  $\eta(t) = L\xi(t)$ , являющегося линейным преобразованием стационарного процесса  $\xi(t)$ , записанное через спектральную характеристику линейного преобразования.
44. Представления спектральной функции и спектральной плотности для случайного процесса  $\eta(t) = L\xi(t)$ , являющегося линейным преобразованием стационарного процесса  $\xi(t)$ , записанные через спектральную характеристику линейного преобразования.
45. Связь случайной меры и спектральной функции для стационарного случайного процесса.
46. Свойства ортогональной стохастической меры на множестве конечных интервалов на действительной прямой.
47. Понятие структурной функции, и её связь со стохастической мерой.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»  
(Приложение 2 к рабочей программе)**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль:** Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

**Уровень высшего образования:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

Королев  
2021

## 1. Общие положения

**Целью** изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

**Задачи дисциплины:**

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам теории случайных процессов: Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Системы массового обслуживания с отказом. Системы массового обслуживания с очередью. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО.
1. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины;
2. Познакомить студентов с примерами математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

## 2. Указания по проведению практических занятий

### Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.*

1. Построение графа состояний системы.
2. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

Продолжительность занятия – 4ч.

### Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.*

1. Стационарный режим.
2. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Продолжительность занятия – 4ч.

### Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с отказом.*

1. Построение графа состояний СМО с отказом.
2. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 4.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с отказом.*

1. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима.
2. Основные характеристики СМО с отказом.
3. Критерии оптимизации СМО с отказом.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 5.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с очередью.*

1. Основные характеристики СМО с ожиданием.
2. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди.
3. Граф состояний системы.
4. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 6.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с очередью.*

1. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди.
2. Граф состояний системы.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга.
4. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 7.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.*

1. Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов.
2. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа.

Продолжительность занятия – 4ч.

#### **Практическое занятие 8.**

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.*



1. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации.
2. Цепи Маркова.

Продолжительность занятия – 4ч.

### 3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

### 4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

*Цель самостоятельной работы:* подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

*Задачи самостоятельной работы:*

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

#### Объем времени и виды самостоятельной работы

Виды самостоятельной работы	Очная форма обучения
	Всего академических часов
Всего часов на самостоятельную работу	60
Подготовка к практическим занятиям	30
Подготовка к зачету	30

### 5. Указания по проведению контрольных работ для студентов факультета заочного обучения

Учебным планом не предусмотрено

### 6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Основная литература:

4. Теория вероятностей и случайные процессы/ Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546213>.
5. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=71720](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=71720)
6. Матальцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы/ Матальцкий М.А. - Минск: Издательство "Вышэйшая

школа", 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4.  
URL: <http://znanium.com/go.php?id=508401>

#### **Дополнительная литература:**

3. Трояновский В. М. Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов: учеб. пособие / В.М. Трояновский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://new.znanium.com>]. —(Высшее образование: Магистратура). —

[www.dx.doi.org/10.12737/textbook\\_5ad88bf5c35cd8.81685342](http://www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5ad88bf5c35cd8.81685342). - ISBN 978-5-8199-0824-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1003316>

4. Круглов В.М. Случайные процессы [Текст]: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. М. Круглов. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. - 336 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-7695-9578-3.

### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

#### **Интернет-ресурсы:**

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

### **9. Перечень информационных технологий**

**Перечень программного обеспечения:** *MSOffice.*

**Информационные справочные системы:** *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*