



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Е.К. Самаров
« 25 » 2021г.



***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

Направление подготовки: 01.03.02. Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

Королев
2021

Автор: Бугай И.В. Рабочая программа дисциплины: Теория случайных процессов – Королев МО, МГОТУ, 2021

Рецензент: д.э.-м.н. профессор Вилисов В.Я.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом МГОТУ. Протокол № 13 от 22 июня 2021 года.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Бугай И.В. к.т.н., доцент 	<i>Бугай И.В.</i> к.т.н., доцент 	<i>Бугай И.В.</i> к.т.н., доцент 	
Год утверждения (переподтверждения)	2021	<i>2022</i>	<i>2023</i>	
Номер и дата протокола заседания кафедры	<i>№10 от 28.05.21</i>	<i>№11 от 10.06.22</i>	<i>№9 от 21.04.23</i>	

Рабочая программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО  к.т.н., доц. И.В. Бугай

Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:

Год утверждения (переподтверждения)	2021	<i>2022</i>	<i>2023</i>	
Номер и дата протокола заседания УМС	<i>№7 от 15.06.21</i>	<i>№5 от 21.06.22</i>	<i>№6 от 16.05.23</i>	

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Целью изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

В процессе обучения студент приобретает и совершенствует следующие компетенции:

обще профессиональные компетенции (ОПК):

- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

профессиональные компетенции (ПК):

- Способность использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ (ПК-3).

Основными задачами дисциплины являются:

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам теории случайных процессов: Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Системы массового обслуживания с отказом. Системы массового обслуживания с очередью. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО.
2. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины;
3. Познакомить студентов с примерами математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

После завершения освоения данной дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия и методы теории случайных процессов, теории СМО и цепи Маркова;
- основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач

Уметь:

- применять математические методы теории случайных процессов при решении профессиональных задач повышенной сложности;
- решать типовые задачи по основным разделам курса

Владеть:

- навыками к разработке математических моделей в соответствие стандартам и исходным требованиям;

- методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Теория случайных процессов» относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений, основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 01.03.02. «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина базируется на дисциплинах: «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика» и компетенциях: ОПК-1, ОПК-3, ПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной формы составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр первый	Семестр ...	Семестр шестой	Семестр
Общая трудоемкость	108		-	108	
ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ					
Аудиторные занятия	48			48	
Лекции (Л)	16			16	
Практические занятия (ПЗ)	32			32	
Лабораторные работы (ЛР)	-			-	
Самостоятельная работа	60			60	
Курсовые работы (проекты)					
Расчетно-графические работы	-			-	
Контрольная работа, домашнее задание					
Текущий контроль знаний	Тест			Тест	
Вид итогового контроля	Зачет			Зачет	
ЗАОЧНАЯ ФОРМА НЕ ПРЕДУСМОТРЕНА УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ					

4. Содержание дисциплины

4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Занятия в интерактивной форме, час	Код компетенций
Тема 1. Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.	4	8	2	ОПК-3, ПК-3
Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.	4	8	2	ОПК-3, ПК-3
Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.	4	8	2	ОПК-3, ПК-3
Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.	4	8	4	ОПК-3, ПК-3
Итого	16	32	10	

4.2. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.

Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Стационарность, ординарность и отсутствие последствия потока случайных событий. Пуассоновский поток случайных событий. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Стационарный режим. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Тема 2. Системы массового обслуживания с отказом.

СМО с отказом. Граф состояний СМО с отказом. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима. Основные характеристики СМО с отказом. Критерии оптимизации СМО с отказом.

Тема 3. Системы массового обслуживания с очередью.

СМО с ожиданием. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО с ожиданием. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и

время ожидания в очереди. Граф состояний системы. Система дифференциальных уравнений Эрланга. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима. Основные характеристики СМО. Критерии оптимизации СМО.

Тема 4. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.

Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации. Цепи Маркова.

5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине

1. «Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины».

6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Структура фонда оценочных средств, для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Теория случайных процессов» приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Теория вероятностей и случайные процессы/ Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546213>.
2. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720
3. Матальцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы/ Матальцкий М.А. - Минск: Издательство "Вышэйшая школа", 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4. URL: <http://znanium.com/go.php?id=508401>

Дополнительная литература:

1. Трояновский В. М. Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов: учеб. пособие / В.М. Трояновский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://new.znanium.com>]. —(Высшее образование: Магистратура). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5ad88bf5c35cd8.81685342. - ISBN 978-5-8199-0824-2. - Текст: электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1003316>
2. Круглов В.М. Случайные процессы [Текст]: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. М. Круглов. - М.:

Издательский центр «Академия», 2013. - 336 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-7695-9578-3.

8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-ресурсы:

<http://www.znaniyum.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2.

10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения: *MSOffice*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*

11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран), доска, комплект маркеров;
- комплект электронных презентаций;
- рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом (управляемым с компьютера преподавателя) в Интернет к почтовым серверам и к адресам, приведенным в разделе 8 и к общей сетевой папке группы.

Практические занятия:

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран), доска, комплект маркеров;
- комплект электронных презентаций;
- рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом (управляемым с компьютера преподавателя) в Интернет к почтовым серверам, к адресам, приведенным в разделе 8 и к общей сетевой папке группы.

*ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»

(Приложение 1 к рабочей программе)

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

Королев
2021

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Знать	уметь	владеть
1.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Тема 1-4.	основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач	решать типовые задачи по основным разделам курса	навыками к разработке математических моделей в соответствии стандартам и исходным требованиям
2.	ПК-3	Способность использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Тема 1-4.	основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач основные понятия и методы теории случайных процессов, теории СМО и цепи Маркова.	применять математические методы теории случайных процессов при решении профессиональных задач повышенной сложности решать типовые задачи по основным разделам курса	навыками к разработке математических моделей в соответствии стандартам и исходным требованиям методами теории случайных процессов для построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов

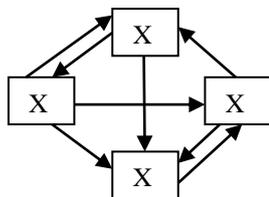
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Этапы и показатель оценивания компетенции	Шкала и критерии оценки
ОПК-3 ПК-3	Письменное задание	А) полностью сформирована 5 баллов В) частично сформирована 3-4 балла С) не сформирована 2 балла	Проводится в письменной форме для всех видов нозологий : 1. Выбор оптимального метода решения задачи (1 балл) 2. Умение применить выбранный метод (1 балл) 3. Логический ход решения правильный, но имеются арифметически в расчетах (1 балл) 4. Решение задачи и получение правильного результата (2 балла) 5. Задача не решена вообще (0 баллов) Максимальная оценка - 5 баллов. Время, отведенное на процедуру – до 40 мин. При необходимости время может быть увеличено. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1 Примерная тематика письменных заданий:

1. Граф состояний системы изображен на рисунке. Составить систему дифференциальных уравнений Эрланга. Для стационарного режима составить систему линейных алгебраических уравнений Эрланга и найти вероятности состояний системы.



$$\lambda_{1,2} = 5 \quad \lambda_{2,1} = 2 \quad \lambda_{3,1} = m + 3 \quad \lambda_{1,4} = 8$$

$$\lambda_{2,3} = 4 \quad \lambda_{2,4} = n + 2 \quad \lambda_{3,4} = 6 \quad \lambda_{4,3} = 10$$

2. Входящий поток заявок трехканальной СМО с отказом равен 20 заявок в час. В среднем 1 канал обслуживает n заявок в час. Клиент в среднем платит за обслуживание заявки $(80+5m)$ рублей. Содержание 1 канала обслуживания составляет 120 рублей в час. Найти:

а) среднее число занятых каналов.

б) прибыль СМО за 8 часов работы.

3. Входящий поток заявок СМО с ограничением на длину очереди равен 24 заявки в час. Число каналов обслуживания равно 2. Максимальная длина очереди равна 3. В среднем один канал обслуживает m заявок в час.

Найти:

а) вероятности состояний системы $p_i, i = 0 - 5$

б) среднее число занятых каналов \bar{k}

в) среднюю длину очереди \bar{s}

Каждому студенту при поступлении присваивается учебный шифр. Он указан в зачетной книжке и студенческом билете. Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами шифра A и B . Каждая задача зависит от двух числовых параметров m и n , которые определяются по цифрам A и B из таблиц:

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

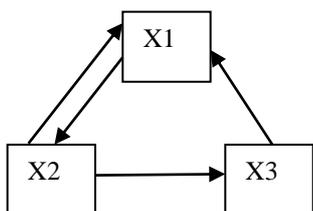
Формой контроля знаний по дисциплине являются две текущие аттестации в форме тестов и итоговая аттестация в форме зачета

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенции, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Согласно графика учебного процесса	Тестирование 1	ОПК-3 ПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру - 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично - от 90%. Максимальная оценка - 5 баллов

Согласно графика учебного процесса	Тестирование 2	ОПК-3 ПК-3	20 вопросов	Компьютерное тестирование; время, отведенное на процедуру – 40 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки определяются процентным соотношением. Не явка - 0 Удовлетворительно - от 51% правильных ответов. Хорошо - от 70%. Отлично – от 90%. Максимальная оценка – 5 баллов
Согласно графика учебного процесса	Зачет	ОПК-3 ПК-3	3 вопроса	Зачет проводится в устной форме, путем ответа на вопросы. Время, отведенное на процедуру – 20 минут.	Результаты предоставляются в день проведения зачета	Критерии оценки: «Зачтено»: знание основных понятий предмета; умение использовать и применять полученные знания на практике; работа на практических занятиях; знание основных научных теорий, изучаемых предметов; ответ на вопросы билета. «Не зачтено»: демонстрирует частичные знания по темам дисциплин; незнание основных понятий предмета; неумение использовать и применять полученные знания на практике; не работал на практических занятиях; не отвечает на вопросы.

4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

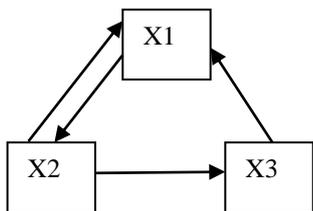
1. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,1} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$ $\lambda_{3,1} = 8$
 Для стационарного режима найти вероятность P_1 (система находится в состоянии X_1).



Варианты ответов:

- (?) 5/11
- (!) 4/9
- (?) 11/17
- (?) 2/3
- (?) 4/5

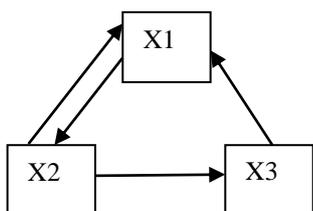
2. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,1} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$ $\lambda_{3,1} = 8$
 Для стационарного режима найти вероятность P_2 (система находится в состоянии X_2).



Варианты ответов:

- (?) 12/37
- (?) 5/11
- (?) 7/12
- (!) 10/27
- (?) 7/15

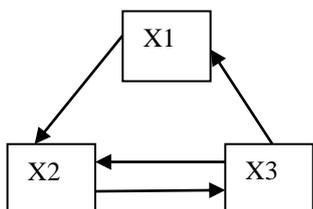
3. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,1} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$ $\lambda_{3,1} = 8$
 Для стационарного режима найти вероятность P_3 (система находится в состоянии X_3).



Варианты ответов:

- (!) 5/27
- (?) 4/7
- (?) 8/11
- (?) 2/29
- (?) 17/19

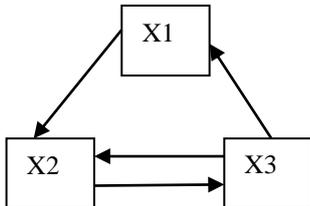
4. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,3} = 2$ $\lambda_{3,1} = 4$ $\lambda_{3,2} = 10$
 Для стационарного режима найти вероятность P_1 (система находится в состоянии X_1).



Варианты ответов:

- (?) 8/15
- (?) 25/44
- (?) 21/38
- (!) 1/11
- (?) 15/22

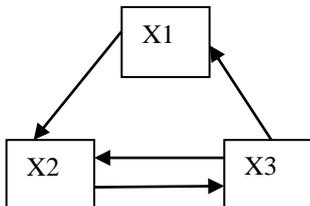
5. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,3} = 2$ $\lambda_{3,1} = 4$ $\lambda_{3,2} = 10$
 Для стационарного режима найти вероятность P_2 (система находится в состоянии X_2).



Варианты ответов:

- (!) 35/44
- (?) 24/27
- (?) 5/6
- (?) 3/4
- (?) 8/11

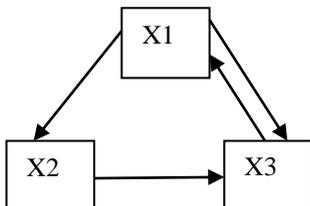
6. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{2,3} = 2$ $\lambda_{3,1} = 4$ $\lambda_{3,2} = 10$
 Для стационарного режима найти вероятность P_3 (система находится в состоянии X_3).



Варианты ответов:

- (?) 15/22
- (?) 5/44
- (?) 12/17
- (?) 2/5
- (?) 10/19

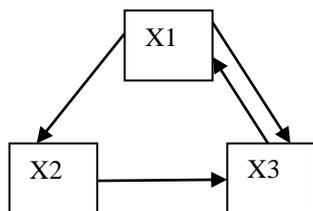
7. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{1,3} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$ $\lambda_{3,1} = 1$
 Для стационарного режима найти вероятность P_1 (система находится в состоянии X_1).



Варианты ответов:

- (?) 28/41
- (?) 2/11
- (?) 14/17
- (?) 21/22
- (!) 4/37

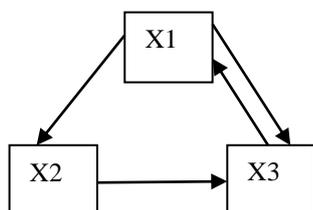
8. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{1,3} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$ $\lambda_{3,1} = 1$
 Для стационарного режима найти вероятность P_2 (система находится в состоянии X_2).



Варианты ответов:

- (!) 5/37
- (?) 17/44
- (?) 1/15
- (?) 2/9
- (?) 16/17

9. Граф состояний системы изображен на рисунке. $\lambda_{1,2} = 5$ $\lambda_{1,3} = 2$ $\lambda_{2,3} = 4$ $\lambda_{3,1} = 1$
 Для стационарного режима найти вероятность P_3 (система находится в состоянии X_3).



Варианты ответов:

- (?) 3/11
- (?) 36/49
- (?) 5/17
- (!) 28/37
- (?) 3/4

10. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 15$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 10%?

- (?) не менее 15
- (!) не менее 135
- (?) не менее 45
- (?) не менее 30
- (?) не менее 150

11. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 90$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 15%?

- (?) не менее 600
- (?) не менее 135
- (?) не менее 510
- (?) не менее 150
- (!) не менее 510

12. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 20$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы доля потерянных заявок составила не более 25%?

- (!) не менее 60
- (?) не менее 30
- (?) не менее 25
- (?) не менее 125

(?) не менее 45

13. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 9$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,85 ?

(?) не менее 12

(?) не менее 63

(!) не менее 51

(?) не менее 7

(?) не менее 36

14. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 30$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,75 ?

(?) не менее 42

(!) не менее 90

(?) не менее 22,5

(?) не менее 37,5

(?) не менее 75

15. В одноканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 45$ заявок в час. Какое число заявок в час в среднем должна обслуживать система, чтобы вероятность обслуживания составила не менее 0,9 ?

(?) не менее 40

(?) не менее 90

(?) не менее 180

(!) не менее 405

(?) не менее 41,5

16. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

(!) 24

(?) 20

(?) 16

(?) 36

(?) 27

17. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

(?) 25

(?) 6

(!) 32

(?) 38

(?) 15

18. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 60$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

(?) 48

(?) 30

(?) 15

(!) 36

(?) 45

19. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 24$ заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2,5 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- (?) 21
- (?) 16,8
- (?) 7,5
- (?) 12
- (!) 19,2

20. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 102$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет $1/34$ часа. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- (!) 48
- (?) 64
- (?) 51
- (?) 85
- (?) 15

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 60$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число обслуженных системой заявок за 1 час работы.

Варианты ответов:

- (?) 45
- (?) 48
- (!) 36
- (?) 24
- (?) 32

21. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 45$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- (?) $3/2$
- (?) $15/11$
- (!) $24/17$
- (?) $6/7$
- (?) 2

22. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 6 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- (?) $7/26$
- (?) $6/5$
- (?) $11/7$
- (!) $20/13$
- (?) $3/2$

23. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 60$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

- (!) $6/5$
- (?) $4/25$
- (?) $4/3$

(?) 4/9

(?) 12/7

24. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 24$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

(?) 11/24

(?) 24/25

(?) 2/3

(?) 4/3

(!) 6/5

25. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 36$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

(?) 5/36

(!) 24/17

(?) 17/36

(?) 1

(?) 6/5

26. В двухканальную СМО с отказом поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 40$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 3 мин. Определить среднее число занятых каналов.

Варианты ответов:

(!) 6/5

(?) 17/11

(?) 24/17

(?) 5/4

(?) 1

27. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 10$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 5 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

(?) 4/9

(!) 25/36

(?) 12/25

(?) 3/4

(?) 1/2

28. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 20$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

(?) 1/2

(?) 25/36

(?) 12/25

(?) 5/6

(!) 4/9

29. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 30$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

(!) 1/4

- (?) 1/2
- (?) 7/8
- (?) 7/30
- (?) 3/8

30. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 5$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 4 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- (?) 2/3
- (?) 8/9
- (?) 1/3
- (!) 1/9
- (?) 5/27

31. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 20$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 2 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- (!) 4/9
- (?) 2/3
- (?) 3/4
- (?) 1/9
- (?) 1/2

32. На вход одноканальной СМО с ожиданием поступает простейший поток заявок с плотностью $\lambda = 24$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки составляет 1 мин. Определить вероятность наличия очереди.

Варианты ответов:

- (?) 1/2
- (!) 4/25
- (?) 1/24
- (?) 3/8
- (?) 2/5

33. Задачи теории массового обслуживания:

- (?) определения максимальной длины очереди
- (!) определение необходимой скорости обслуживания ()
- (!) рациональное построение очереди
- (?) определение количества приборов обслуживания, которые работают параллельно

34. Для Марковского процесса в физической системе характерно:

- (!) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от состояния системы в настоящий момент
- (?) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит от состояния системы в прошлые моменты времени
- (?) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние
- (?) для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние

4.2 Типовые вопросы, выносимые на зачет

1. Определение случайного процесса, сечения и траектории процесса.
2. Дискретная система с конечным числом состояний. Граф состояний системы.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга.
4. Стационарный режим дискретной системы с конечным числом состояний.
5. Система линейных алгебраических уравнений Эрланга для стационарного режима и ее решение.
6. Классификация систем массового обслуживания (СМО).
7. СМО с отказом.
8. СМО с отказом. Граф состояний системы.
9. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
10. Оптимизация СМО с отказом по различным критериям.
11. СМО с ожиданием. Граф состояний системы.
12. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
13. Оптимизация СМО с ожиданием по различным критериям.
14. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди. Граф состояний системы.
15. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
16. Оптимизация СМО с ограничением на длину очереди по различным критериям.
17. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди. Граф состояний системы.
18. Система уравнений Эрланга и ее решение. Основные характеристики.
19. Сравнение характеристик различных СМО.
20. Последовательные СМО (цепочка СМО).
21. Сравнение характеристик и выбор оптимальной модели.
22. Определение n -мерных функций и плотностей распределения случайного процесса.
23. Математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция случайного процесса (их выражение через интеграл, содержащий плотность или функцию распределения).
24. Процесс с независимыми приращениями, процесс однородный во времени.
25. Процесс Пуассона с интенсивностью λ , начинающийся в нуле.
26. Траектории процесса Пуассона с интенсивностью λ , начинающегося в нуле, его математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция.
27. Формула для одно- и n -мерного распределений сечения процесса Пуассона с интенсивностью λ , начинающегося в нуле.
28. Формула, задающая распределения времени ожидания между двумя последовательными событиями в процессе Пуассона с интенсивностью λ , начинающегося в нуле.
29. Определение цепи Маркова и марковского процесса с непрерывным временем с конечным числом состояний.
30. Матрица перехода за один и n шагов для цепи Маркова с конечным числом состояний, понятие финальных вероятностей.

31. Свойство стохастичности матрицы перехода для цепи Маркова или марковского процесса с конечным числом состояний, уравнение Чепмена–Колмогорова.
32. Совместное распределение n шагов цепи Маркова (сечений марковского процесса).
33. Теорема Маркова (достаточное условие наличия финальных вероятностей).
34. Теорема о сходимости среднего времени пребывания в одном фиксированном состоянии к величине финальной вероятности этого состояния.
35. Связь между наличием предельных вероятностей перехода и существованием финального распределения состояний, стационарность финального распределения.
36. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для переходной вероятности и система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний марковского процесса с конечным числом состояний.
37. Винеровский процесс, определение, примерный вид траекторий, математическое ожидание, дисперсия, ковариационная функция.
38. Винеровский процесс, n -мерная плотность распределения.
39. Аналитические свойства траекторий винеровского процесса (непрерывность, дифференцируемость) с вероятностью единица.
40. Случайный процесс, стационарный в широком смысле.
41. Дискретный белый шум как стационарный процесс с дискретным временем.
22. Спектральное представление ковариационной функции стационарного случайного процесса (для дискретных процессов). Спектральная функция и спектральная плотность.
42. Спектральное представление дискретного стационарного случайного процесса.
43. Представление для случайного процесса $\eta(t) = L\xi(t)$, являющегося линейным преобразованием стационарного процесса $\xi(t)$, записанное через спектральную характеристику линейного преобразования.
44. Представления спектральной функции и спектральной плотности для случайного процесса $\eta(t) = L\xi(t)$, являющегося линейным преобразованием стационарного процесса $\xi(t)$, записанные через спектральную характеристику линейного преобразования.
45. Связь случайной меры и спектральной функции для стационарного случайного процесса.
46. Свойства ортогональной стохастической меры на множестве конечных интервалов на действительной прямой.
47. Понятие структурной функции, и её связь со стохастической мерой.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ
«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»
(Приложение 2 к рабочей программе)**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Искусственный интеллект и управление в ракетно-космических системах

Уровень высшего образования: бакалавр

Форма обучения: очная

Королев
2021

1. Общие положения

Целью изучения дисциплины является:

1. формирование способности к восприятию, обобщению и анализу информации;
2. освоение необходимого математического аппарата, применяемого при решении различных профессиональных задач;
3. формирование готовности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

1. Дать студентам базовые знания по следующим разделам теории случайных процессов: Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний. Системы массового обслуживания с отказом. Системы массового обслуживания с очередью. Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО.
1. Научить студентов решать типовые задачи дисциплины;
2. Познакомить студентов с примерами математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

2. Указания по проведению практических занятий

Практическое занятие 1.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.*

1. Построение графа состояний системы.
2. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 2.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Случайные Марковские процессы. Системы с дискретным числом состояний.*

1. Стационарный режим.
2. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 3.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с отказом.*

1. Построение графа состояний СМО с отказом.
2. Система дифференциальных уравнений Эрланга для СМО с отказом.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 4.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с отказом.*

1. Система линейных уравнений Эрланга и их решение для стационарного режима.
2. Основные характеристики СМО с отказом.
3. Критерии оптимизации СМО с отказом.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 5.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с очередью.*

1. Основные характеристики СМО с ожиданием.
2. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди.
3. Граф состояний системы.
4. Система дифференциальных уравнений Эрланга.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 6.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Системы массового обслуживания с очередью.*

1. СМО смешанного типа с ограничением на длину очереди и время ожидания в очереди.
2. Граф состояний системы.
3. Система дифференциальных уравнений Эрланга.
4. Система линейных уравнений Эрланга для стационарного режима.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 7.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.*

1. Сравнение эффективности работы одной СМО и последовательных СМО с меньшим числом каналов.
2. Сравнение характеристик СМО с отказом, с ожиданием и СМО смешанного типа.

Продолжительность занятия – 4ч.

Практическое занятие 8.

Вид практического занятия: *смешанная форма практического занятия.*

Тема и содержание практического занятия: *Сравнение эффективности различных СМО. Цепи СМО. Цепи Маркова.*

1. Использование MS Excel для расчета характеристик многоканальных СМО и их оптимизации.
2. Цепи Маркова.

Продолжительность занятия – 4ч.

3. Указания по проведению лабораторного практикума

Не предусмотрено учебным планом.

4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

Цель самостоятельной работы: подготовить бакалавров к самостоятельному научному творчеству.

Задачи самостоятельной работы:

- изучение теоретического лекционного курса;
- приобретение умений и навыков использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- воспитание математической культуры аналитических преобразований

Объем времени на самостоятельную работу, и виды самостоятельной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

Объем времени и виды самостоятельной работы

Виды самостоятельной работы	Очная форма обучения
	Всего академических часов
Всего часов на самостоятельную работу	60
Подготовка к практическим занятиям	30
Подготовка к зачету	30

5. Указания по проведению контрольных работ для студентов факультета заочного обучения

Учебным планом не предусмотрено

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература:

4. Теория вероятностей и случайные процессы/ Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546213>.
5. Лифшиц М. А. Случайные процессы — от теории к практике / Лифшиц М.А. - Москва: Лань", 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=71720
6. Матальцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы/ Матальцкий М.А. - Минск: Издательство "Вышэйшая

школа", 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4.
URL: <http://znanium.com/go.php?id=508401>

Дополнительная литература:

3. Трояновский В. М. Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов: учеб. пособие / В.М. Трояновский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://new.znanium.com>]. —(Высшее образование: Магистратура). —

www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5ad88bf5c35cd8.81685342. - ISBN 978-5-8199-0824-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1003316>

4. Круглов В.М. Случайные процессы [Текст]: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. М. Круглов. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. - 336 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-7695-9578-3.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Интернет-ресурсы:

<http://www.znanium.com/> - электронно-библиотечная система

<http://www.e.lanbook.com/> - ЭБС Издательства "ЛАНЬ"

<http://www.rucont.ru/> - электронно-библиотечная система

<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека онлайн

9. Перечень информационных технологий

Перечень программного обеспечения: *MSOffice.*

Информационные справочные системы: *Электронные ресурсы образовательной среды Университета*