



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по  
учебно-методической работе  
Н. В. Бабина  
\_\_\_\_\_ 2020 г.

***ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И  
ТЕХНОЛОГИЙ***

***КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И  
ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ»**

**Направление подготовки:** 38.03.01 Экономика

**Профиль:** Экономика предприятий и организаций

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** заочная

Королев  
2020

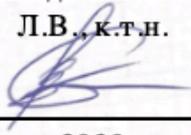
Рабочая программа является составной частью основной профессиональной образовательной программы и проходит рецензирование со стороны работодателей в общем объеме основной профессиональной образовательной программы. Рабочая программа актуализируется и корректируется ежегодно.

**Автор: доцент Борисова О.Н. Рабочая программа дисциплины «Методы оптимальных решений» – Королев МО: «Технологический Университет», 20120 – 34 с.**

Рецензент: д.э.н., профессор Вилисов В.Я.

Рабочая программа для заочной формы обучения составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 38.03.01 «Экономика» профиль «Экономика предприятий и организаций» и Учебного плана, утвержденного Ученым советом Университета. Протокол №9 от 28 апреля 2020 г.

**Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры:**

Заведующий кафедрой (ФИО, ученая степень, звание, подпись)	Водяников Л.В., к.т.н. 			
Год утверждения (переподтверждения)	2020	2021	2022	2023
Номер и дата протокола заседания кафедры	№7 от 06.04.2020			

**Рабочая программа согласована:**

Руководитель ОПОП  к.э.н., доц. М.Д. Джамалдинова

**Рабочая программа рекомендована на заседании УМС:**

Год утверждения (переподтверждения)	2020	2021	2022	2023
Номер и дата протокола заседания УМС	№7 от 28.04.2020			

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Целью изучения дисциплины является

- Развить системное мышление слушателей путем детального анализа подходов к математическому моделированию и сравнительного анализа разных типов моделей;
- Ознакомить слушателей с математическими свойствами моделей и методов оптимизации, которые могут использоваться при анализе и решении широкого спектра экономических задач.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

**профессиональные компетенции**

- (ПК-4) способность на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать**

-- основные принципы и математические методы анализа решений

**Уметь:**

-- применять методы математического анализа и моделирования теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;

-- выбирать рациональные варианты действий в практических задачах принятия решений с использованием экономико-математических моделей.

**Владеть:**

-- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;

-- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;

-- иметь представление о проблематике и перспективах развития теории принятия решений как одного из важнейших направлений, связанных с созданием и внедрением новых информационных технологий.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к вариативной части основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 38.03.01 ЭКОНОМИКА по профилю – Экономика предприятий и организаций.

Дисциплина базируется на ранее изученных дисциплинах: «Математика», «Теория вероятностей и математическая статистика» и компетенциях: ОК-7, ОПК-2.

Знания и компетенции, полученные при освоении дисциплины, являются базовыми для изучения дисциплин: «Экономическая оценка инвестиций», «Экономическая оценка эффективности деятельности» и выполнения выпускной квалификационной работы бакалавра.

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины для студентов очной и заочной форм составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Таблица 1

Виды занятий	Всего часов	Семестр 2	Семестр 5	Семестр	Семестр
Общая трудоемкость	180	180	180		
<b>ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ</b>					
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>16</b>	16		-	
Лекции (Л)	8	8		-	
Практические занятия (ПЗ)	8	8		-	
Лабораторные работы (ЛР)	–	–		-	
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>164</b>	164		-	
<b>Курсовые, расчетно-графические работы</b>	–	–		-	
<b>Контрольная работа, домашнее задание</b>	+	+		-	
<b>Вид итогового контроля</b>	Экзамен	Экзамен		-	

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Темы дисциплины и виды занятий

Таблица 2

Наименование тем	Лекции, час.	Практические занятия, час	Лабораторные работы, час	Занятия в интерактивной форме, час	Код компетенций
------------------	--------------	---------------------------	--------------------------	------------------------------------	-----------------

				очная/заочная	
Тема 1. Математические модели и оптимизация в экономике	2/1	5/0	2/0	2/0	ПК - 4
Тема 2. Задача нелинейного программирования	4/1	6/1	4/1	2/0	ПК - 4
Тема 3. Задача линейного программирования	6/1	8/2	6/1	2/1	ПК - 4
Тема 4. Оптимизация в условиях неопределенности	2/1	4/2	2/1	2/1	ПК - 4
Тема 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации	2/1	5/2	2/1	2/0	ПК - 4
Тема 6. Оптимизация динамических систем	2/1	4/1	2/0	2/0	ПК - 4
<b>Итого:</b>	<b>16/8</b>	<b>32/8</b>	<b>18/4</b>	<b>12/2</b>	

## 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Гладкая конечномерная оптимизация.** Задачи на минимум. Гладкие конечномерная задача без ограничений. Теорема Ферма как необходимое условие локального экстремума. Гессиан функции. Необходимые и достаточные условия экстремума второго порядка. Положительная и отрицательная определенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

**Тема 2. Задача нелинейного программирования.** Конечномерные задачи с ограничениями типа равенства и неравенства. Формулировка теоремы о неявной функции (для линейной и нелинейной системы уравнений). Формулировка принципа Лагранжа для задач со смешанными ограничениями типа равенства и неравенства. Достаточные условия оптимальности в задачах с ограничениями. Постановка задачи об определении портфеля ценных бумаг Марковица–Тобина с наименьшим риском при заданном среднем уровне дохода. Алгоритм решения задачи с использованием принципа Лагранжа.

**Тема 3. Задача линейного программирования.** Формулировка задачи линейного программирования (ЛП). Примеры задач ЛП. Стандартная (нормальная) и каноническая формы представления задачи ЛП и сведение к ним. Свойства допустимого множества и оптимального решения в задаче ЛП. Основные представления о методах решения задач ЛП, основанных на направленном переборе вершин

(симплекс-метод и др.). Двойственные задачи линейного программирования. Теоремы двойственности. Интерпретация двойственных переменных. Анализ чувствительности оптимального решения к параметрам задачи линейного программирования. Некоторые специальные задачи линейного программирования (транспортная, производственно-транспортная и т.д.).

**Тема 4. Оптимизация в условиях неопределенности.** Задача выбора решений в условиях неопределенности. Критерии выбора решений в условиях неопределенности (принцип гарантированного результата, критерий Гурвица, критерий Байеса-Лапласа, критерий Сэвиджа). Применение принципа гарантированного результата в задачах экономического планирования. Множество допустимых гарантирующих программ. Наилучшая гарантирующая программа. Принятие решение при случайных параметрах. Вероятностная информация о параметрах. Принятие решений на основе математического ожидания. Случайность и риск. Учет склонности к риску.

**Тема 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации.** Происхождение и постановка задачи многокритериальной оптимизации. Множество достижимых критериальных векторов. Доминирование и оптимальность по Парето. Эффективные решения и паретова граница. Понятие лица, принимающего решение. Основные типы методов решения задач многокритериальной оптимизации. Методы аппроксимации паретовой границы.

**Тема 6. Оптимизация динамических систем.** Динамические задачи оптимизации. Примеры: простейшая динамическая модель производства и задача поиска оптимальной производственной программы. Многошаговые и непрерывные модели. Управление и переменная состояния в динамических моделях. Задание критерия в динамических задачах оптимизации. Принципы построения динамического управления: построение программной траектории и использование обратной связи. Динамическое программирование в многошаговых задачах оптимизации. Принцип оптимальности. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана в многошаговых задачах оптимизации. Решение задач динамического программирования.

### **5.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы по дисциплине**

1. Курс лекций
2. «Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины»

### **6.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Структура фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине приведена в Приложении 1 к настоящей рабочей программе.

### **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

**Основная литература:**

1. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата : учебник и практикум. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : ИД Юрайт, 2018. - 909 с. - (Бакалавр). - ISBN 978-5-9916-1526-6.
2. Кремер, Н.Ш. Исследование операций в экономике : учебное пособие для вузов. - М. : Юнити, 2016. - 407 с. : ил. - ISBN 5-238-00636-5.

### **Электронные книги:**

#### **<http://institutiones.com/>**

1. Колемаев В.А. Математическая экономика – 2002 «ЮНИТИ-ДАНА» Формат: DjVu Количество страниц: 399

#### **<http://edu-lib.net/>**

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 912 е.:
2. Калихман И. Л. Сборник задач по математическому программированию. Изд. 2-е, доп. и перераб. М., «Высш. школа», 1975. -270 с.

#### **<http://math-portal.ru/>**

1. Экономико-математические методы и прикладные модели /Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. 392 с. PDF 4,9 Мб

#### **[www.rucont.ru](http://www.rucont.ru)**

1. Гетманчук, А.В. Экономико-математические методы и модели : учеб. пособие/ М.М. Ермилов, А.В. Гетманчук .— М. : ИТК "Дашков и К", 2015 .— (Учебные издания для бакалавров) .— ISBN 978-5-394-01575-5
2. Кундышева, Е.С. Математическое моделирование в экономике : учеб. пособие/ ред.: Б.А. Суслаков, Е.С. Кундышева .— 3-е изд., перераб. и испр. — М. : ИТК "Дашков и К", 2007 .— ISBN 5-91131-235-2—
3. Линейное программирование / А.Я. Аснина, Н.Г. Аснина .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2011 .— 62 с.
4. Окулов, С. М. Динамическое программирование / О. А. Пестов, С. М. Окулов — эл. изд. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний., 2012 .— (Развитие интеллекта школьников) .— ISBN 978-5-9963-1133-0
5. Плескунов, М.А. Задачи сетевого планирования : учеб. пособие / М.А. Плескунов .— Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014 .— ISBN 978-5-7996-1167-5

#### **2. e.lanbook.com**

1. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. — М. : Физматлит, 2011. — 255 с.
2. Горлач, Б.А. Исследование операций. — СПб. : Лань, 2013. — 442 с.
3. Карманов, В.Г. Математическое программирование. — М. : Физматлит, 2008. — 264 с.
4. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. — СПб. : Лань, 2013. — 352 с.

## **8.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы:**

**1. [www.rucont.ru](http://www.rucont.ru)**

**2 [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com)**

**3. <http://www.window.edu.ru> - информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам".**

**4. <http://www.anylogic.ru/>**

**5. <http://www.runthamodel.com/>**

**6. <http://www.tarifer.ru/>**

## **9.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины приведены в Приложении 2 к настоящему Положению.

## **10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **Перечень программного обеспечения:**

**MS Office, Math Type., AnyLogic, Java, Tarifer 4.2.3b.**

**Информационные справочные системы:** не предусмотрено курсом данной дисциплины

Ресурсы информационно-образовательной среды МГОТУ:

Рабочая программа и методическое обеспечение по дисциплине «Методы оптимальных решений».

## **11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

### **Лекционные занятия:**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран);

### **Практические занятия:**

-- компьютерный класс



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Приложение 1**

**Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине**

*ИНСТИТУТ ТЕХНИКИ И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ*

*ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ*

*КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ**

**«МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ»**

**(Приложение 1 к рабочей программе)**

**Направление подготовки: 38.03.01 Экономика**

**Профиль: Экономика предприятий и организаций**

**Квалификация (степень) выпускника: бакалавр**

**Форма обучения: заочная**

Королев  
2020

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)*	Раздел дисциплины, обеспечивающий формирование компетенции (или ее части)	В результате изучения раздела дисциплины, обеспечивающего формирование компетенции (или ее части), обучающийся должен:		
				Знать	уметь	владеть
1.	ПК-4	способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	<b>1. Гладкая конечномерная оптимизация.</b> <b>2. Задача нелинейного программирования.</b> <b>3. Задача линейного программирования.</b> <b>4. Оптимизация в условиях неопределенности.</b> <b>5. Основные понятия многокритериальной оптимизации.</b> <b>6. Оптимизация динамических систем.</b>	основные понятия и методы теории оптимизации	применять методы теории оптимального управления при решении профессиональных задач повышенной сложности	методами теории оптимизации для построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Инструменты, оценивающие сформированность компетенции	Показатель оценивания компетенции	Критерии оценки
ПК-4	Письменное задание	А) полностью сформирована <b>5 баллов</b> В) частично сформирована <b>3-4 балла</b> С) не сформирована <b>2 балла</b>	1. Проводится в форме письменной работы 2. Время, отведенное на процедуру – 90 мин. Неявка – 0. Критерии оценки: 1. Соответствие ответа уровню формирования компетенции (0-5 баллов). Максимальная сумма баллов - 5 баллов. Результаты оценочной процедуры представляются обучающимся в срок не позднее 1 недели после проведения процедуры – для текущего контроля. Оценка проставляется в электронный журнал.

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Примерная тематика контрольных заданий:**

**Транспортные задачи**

**Задача №1**

Запасы \ Потребности		$B_1$	$B_2$	$B_3$
		$b_1 = 190$	$b_2 = 120$	$b_3 = 10m$
$A_1$	$a_1 = 100$	4	2	$m$
$A_2$	$a_2 = 200$	$n$	5	3
$A_3$	$a_3 = 60 + 10n$	1	$m + 1$	6

Найти план с минимальной суммарной стоимостью перевозок.

**Задача №2**

Завод	Магазины					Мощности заводов
	№1	№2	№3	№4	№5	
I	$n+m$	$m$	$2n$	$n+m$	$n$	$10m$
II	$2m$	$m+5$	$n$	$2n+m$	$m+n$	$20n$
III	$n+3$	$m+1$	$n+2$	$2m+n$	$n$	$10(m+2n)$
Потребности магазинов	$5m$	$10n$	$10n$	$5m+10n$	$10m$	

В городе имеется три хлебозавода, которые выпускают одинаковую продукцию и развозят ее по 5 магазинам. Стоимость доставки пропорциональна расстоянию от завода до магазина. Определите план поставок, минимизирующий суммарные транспортные расходы магазинов.

**Задача №3. Задача динамического программирования.** Фирма, в состав которой входит три предприятия, принимает решение о комплексной реконструкции этих предприятий. В следующей таблице указаны 4 возможных решения по каждому предприятию, затраты  $c_i$  на реализацию таких решений и чистая прибыль  $R_i$  как результат принятого решения (в млн. руб.)

	1-е предприятие		2-е предприятие		3-е предприятие	
	$c_1$	$R_1$	$c_2$	$R_2$	$c_3$	$R_3$
Оставляем в прежнем виде	0	0	0	0	0	0
Малая механизация	$m$	$m+n$	1	$1+m$	$n$	$n+m$

Частичная модернизация	$m+5$	$2m+n+3$	5	$\frac{2n+m}{m}$	$n+5$	$n+3m$
Полная реконструкция	$\frac{m+n}{5}$	$\frac{2m+3n}{3}$	$\frac{n}{5}$	$\frac{3n+m}{m}$	$\frac{n+1}{5}$	$\frac{5n+6}{m}$

Требуется, используя метод динамического программирования, составить план реконструкции предприятий, обеспечивающий максимальную прибыль, при условии, что фирма может вложить в реконструкцию предприятий не более  $m+2n+15$  млн. руб.

**Задача № 4. Принятие решений в условиях неопределенности.** Проанализируйте матрицу доходов и найдите операции, оптимальные по критериям Вальда и Гурвица ( $\lambda = 1/2$ )

$$Q = \begin{pmatrix} m & 4 & 6 & 12 \\ 2 & 6 & 8 & 14 \\ n & 1 & 2 & 8 \\ 2 & 3 & n+1 & 10 \end{pmatrix}$$

Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются в соответствии с двумя последними цифрами  $A$  и  $B$  в шифре студенческого билета (зачетной книжки) из таблиц

$A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

$B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

Например, студент с шифром 14-34 ( $A=3, B=4$ ) решает задачи со значениями  $m=8, n=9$ .

Преподаватель, ведущий данный курс, может распределить значения параметров  $m$  и  $n$  по своему усмотрению.

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Неделя текущего контроля	Вид оценочного средства	Код компетенций, оценивающий знания, умения, навыки	Содержание оценочного средства	Требования к выполнению	Срок сдачи (неделя семестра)	Критерии оценки по содержанию и качеству с указанием баллов
Семестр 5, 7-8	расчетная работа №1	ПК-4	3 задачи	Решение задач на компьютере; время отведенное на процедуру - 90 минут	Результаты тестирования предоставляются в день проведения процедуры	Критерии оценки: Не явка - 0 <b>Удовлетворительно</b> – получено хотя одно решение в двух задачах. <b>Хорошо</b> - получено хотя одно решение в трех задачах. <b>Отлично</b> – Найдены все решения в каждой из трех задач. Максимальная оценка – 5 баллов
Семестр 5, 15-16	расчетная работа №2	ПК-4	2 задачи	Домашняя расчетная работа, на выполнение которой отводится 1-2 недели	Результаты проверки предоставляются в течение недели	Критерии оценки: Не сданная работа - 0 <b>Удовлетворительно</b> – найден критический путь (з.№2) и получено оптимальное решение (з.№1) <b>Хорошо</b> - найден критический путь и построен календарный график работ(з.№2) , получено оптимальное решение двумя различными способами(з.№1). <b>Отлично</b> – найден критический путь, построен календарный график работ и выполнена оптимизация этого графика(з.№2) , получено оптимальное решение двумя различными способами и выполнен анализ чувствительности модели(з.№1) Максимальная оценка – 5 баллов

Семестр 4, 16	Экзамен	ПК-4	1	Экзамен проводится в письменной форме, путем ответа на вопросы и решения задач. Время, отведенное на процедуру – 90 минут.	Результаты предоставляются в день проведения экзамена	<p>Критерии оценки:</p> <p><b>«Отлично»:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знание основных понятий предмета;</li> <li>• умение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>• работа на практических занятиях;</li> <li>• знание основных научных теорий, изучаемых предметов;</li> <li>• ответ на вопросы билета.</li> </ul> <p><b>«Хорошо»:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знание основных понятий предмета;</li> <li>• умение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>• работа на практических занятиях;</li> <li>• знание основных научных теорий, изучаемых предметов;</li> <li>• частичный ответ на вопросы билета</li> </ul> <p><b>«Удовлетворительно»:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</li> <li>• незнание неумение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>• работал на практических занятиях</li> </ul> <p><b>«Неудовлетворительно»:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• демонстрирует частичные знания по темам дисциплин;</li> <li>• незнание основных понятий предмета;</li> <li>• неумение использовать и применять полученные знания на практике;</li> <li>• не работал на практических занятиях;</li> <li>• не отвечает на вопросы.</li> </ul>

#### 4.1. Типовые вопросы, выносимые на тестирование

Промежуточный контроль осуществляется в виде расчетных работ.

**Задача №1. Задача оптимального производства продукции.** Предприятие планирует выпуск двух видов продукции I и II, на производство которых расходуется три вида сырья A, B, и C. Потребность  $a_{ij}$  на каждую единицу  $j$ -го вида продукции  $i$ -го вида сырья, запас  $b_i$  соответствующего сырья и прибыль  $C_j$  от реализации единицы  $j$ -го вида продукции задана таблицей:

Виды	Виды продукции	Запасы
------	----------------	--------

сырья	I	II	сырья
A	$a_{11} = n$	$a_{12} = 2$	$b_1 = mn + 5$
B	$a_{21} = 1$	$a_{22} = 1$	$b_2 = m + n + 3$
C	$a_{31} = 2$	$a_{32} = m + 1$	$b_3 = mn + 4m + n + 4$
Прибыль	$c_1 = m + 2$	$c_2 = n + 1$	
План (ед)	$x_1$	$x_2$	

Для производства двух видов продукции I и II с планом  $x_1$  и  $x_2$  единиц составит целевую функцию прибыли  $Z$  и соответствующую систему ограничений по запасам сырья, предполагая, что требуется изготовить в сумме не менее  $n$  единиц обоих видов продукции.

Составить оптимальный план  $(x_1, x_2)$  производства продукции, обеспечивающий максимальную прибыль  $Z_{\max}$ . Определить остатки каждого вида сырья. Задачу решить симплекс-методом.

Построить по полученной системе ограничений многоугольник допустимых решений и найти оптимальный план производства геометрическим путем. Определить соответствующую прибыль  $Z_{\max}$ .

Произвести анализ модели на чувствительность. Найти двойственную цену дефицитных видов сырья, максимальное значение закупок дефицитных видов сырья, которое приносит прибыль при сохранении статуса сырья, а также границы изменения цены на товар, при которых найденный план остается оптимальным.

**Задача №2. Сетевое и календарное планирование.** Сетевая модель состоит из 9 этапов и включает в себя следующие операции:

Операция	1→2	1→3	1→4	2→5	3→5	4→5	2→6
Продолжительность	$m$	$n$	$m+2$	$n+1$	$m+3$	$n+2$	$m+2$
Число рабочих, занятых на операции	5	3	2	4	3	6	4

Операция	4→8	5→6	5→7	5→8	6→9	7→9	8→9
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Продолжительность	$n$	$n+2$	$m+1$	$n+1$	$n+1$	$n+2$	$m+3$
Число рабочих, занятых на операции	5	2	1	5	3	2	4

Постройте сетевой граф модели. Для каждого  $i$  определите раннее начало операций  $\langle i \rangle$ , стартующих на  $i$ -м этапе, и позднее окончание операций  $[i]$ , заканчивающихся на  $i$ -м этапе. Для каждой операции вида  $i \rightarrow j$  определите раннее и позднее начало операции, и раннее и позднее окончание операции, а также полный и свободный резерв операции. Выпишите все критические пути. Постройте календарный график потребности в рабочей силе, сначала исходя из ранних сроков начала операций, а затем - из поздних сроков начала операций. Постройте календарный график, в котором потребность в рабочей силе распределена максимально равномерно по времени.

**Задача №3. Динамическое программирование.** Фирма, в состав которой входит три предприятия, принимает решение о комплексной реконструкции этих предприятий. В следующей таблице указаны 4 возможных решения по каждому предприятию, затраты  $c_i$  на реализацию таких решений и чистая прибыль  $R_i$  как результат принятого решения (в млн. руб.)

	1-е предприятие		2-е предприятие		3-е предприятие	
	$c_1$	$R_1$	$c_2$	$R_2$	$c_3$	$R_3$
Оставляем в прежнем виде	0	0	0	0	0	0
Малая механизация	$m$	$m+n$	1	$1+m$	$n$	$n+m$
Частичная модернизация	$m+5$	$2m+n+3$	5	$2n+m$	$n+5$	$n+3m$
Полная реконструкция	$m+n+5$	$2m+3n+3$	$n+5$	$3n+m$	$n+15$	$5n+6m$

Требуется, используя метод динамического программирования, составить план реконструкции предприятий, обеспечивающий максимальную прибыль, при условии, что фирма может вложить в реконструкцию предприятий не более  $m+2n+15$  млн. руб.

Каждая задача зависит от двух числовых параметров  $m$  и  $n$ , которые определяются в соответствии с двумя последними цифрами  $A$  и  $B$  в шифре студенческого билета (зачетной книжки) из таблиц

$A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	2	6	4	8	8	2	6	4	4	6

$B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	3	5	1	7	9	1	3	7	5	9

Например, студент с шифром 14-34 ( $A=3, B=4$ ) решает задачи со значениями  $m=8, n=9$ .

Преподаватель, ведущий данный курс, может распределить значения параметров  $m$  и  $n$  по своему усмотрению.

#### 4.2. Типовые вопросы, выносимые на экзамен

1. Экстремум функции нескольких вещественных переменных. Необходимое условие локального минимума (теорема Ферма). Достаточные условия локального минимума. Критерии положительной определенности квадратичной формы.
2. Связь между линейными операторами и квадратичными формами. Собственные числа и собственные векторы симметричного оператора. Критерии положительной определенности квадратичной формы. Типы экстремумов (локальный максимум, локальный минимум, седло).
3. Условный экстремум в задаче с ограничениями типа равенства. Принцип Лагранжа.
4. Теорема о неявной функции.
5. Задачи на экстремум с ограничениями в форме равенств и неравенств. Принцип Лагранжа.
6. Задача о портфеле наименьшего риска (по Марковицу). Формулировка задачи и алгоритм поиска экстремума.
7. Основная задача линейного программирования. Целевая функция. Замена неравенств уравнениями в системе ограничений. Допустимые решения (планы). Базисные решения. Опорные планы. Оптимальный план.
8. Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Преобразование системы ограничений методом полных жордановых исключений. Формирование симплекс-таблицы. Анализ решения по целевой (фиктивной целевой) строке. Улучшение решения по целевой (фиктивной целевой) строке. Запись оптимального плана.
9. Графический метод решения задачи линейного программирования в случае двух переменных.
10. Задача, двойственная к исходной задаче линейного программирования. Симметричные и несимметричные двойственные задачи. Теоремы двойственности.
11. Двойственный симплекс-метод.
12. Экономическое содержание теории двойственности (на примере решения задачи оптимального планирования производства продукции).
13. Постановка транспортной задачи. Транспортная таблица. План перевозок. Оптимальный план перевозок. Закрытая и открытая модели. Сведение открытой модели к закрытой.

14. Составление первоначального плана перевозок транспортной задачи методами северо-западного угла, наименьшей стоимости, двойного предпочтения.
15. Вырожденные планы в транспортной задаче. Циклы и пополнение плана. Потенциалы. Проверка оптимальности плана и перераспределение поставок с помощью метода потенциалов.
16. Задача коммивояжера.
17. Структурная таблица комплекса работ сетевой модели. Ранги работ. Упорядочение структурной таблицы. Сетевой график комплекса работ.
18. Временной сетевой график. Время выполнения комплекса работ. Критические работы. Резервы времени.
19. Сетевое планирование при случайных временах выполнения работ.
20. Задачи оптимизации сетевых моделей.
21. Многошаговые управляемые процессы. Общая постановка задачи динамического программирования. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования.
22. Принцип оптимальности Белмана. Поэтапное построение оптимального управления.

### Практические задачи для экзамена

1. Проверьте являются ли точками экстремума стационарные точки  $(0,3,1)$ ,  $(0,1,-1)$  функции

$$f = 2x_1x_2x_3 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_2 + 4x_3$$

2. Найти экстремумы функции

$$f = 2x_1x_2x_3 + 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 6x_1 + 6x_2 + 6x_3$$

3. Вычислить гессиан функции

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sin(x_1x_2) + x_1x_2 \cos(x_3x_4) \text{ в точке } \left(\frac{\pi}{2}, 1, 1, \pi\right).$$

4. Проверить, является ли знакоопределенной квадратичная форма  $x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - x_2x_3$ .

5. Произвести анализ модели на чувствительность на примере задачи, определяемой следующей симплекс таблицей

Б	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	1
$s_2$	0	0	3	1	-2	12
$x_1$	1	0	-1	0	1	8
$x_2$	0	1	2	0	3	9
$z$	0	0	5	0	4	12

Определить теньевые цены ресурсов, границы возможного увеличения запасов сырья, которые не изменяют статус ресурса, границы изменения цен на продукцию, при которых данный опорный план остается оптимальным.

6. Решить задачу:

$$x_1 x_2 \rightarrow \min, \quad x_1 + x_2 \geq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

7. Решить задачу линейного программирования

$$z = 4x + y \rightarrow \max, \quad x + y \leq 7, \quad x + 2y \geq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

8. Решить транспортную задачу: имеется три поставщика с ресурсами 100, 200, 300, три потребителя с потребностями 200, 150, 250, и матрица коэффициентов

стоимости поставок  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Определить план поставок наименьшей стоимо-

сти.

9. Сетевая модель включает в себя следующие операции:

Операция	1→2	1→3	1→4	2→5	2→6	3→6	3→7	4→5	5→7	6→7
Продолжительность	6	7	5	8	7	4	8	3	5	2

Постройте сетевой граф модели. Для каждой операции вида  $i \rightarrow j$  определите свободный резерв операции. Найти критические пути.

10. Дана матрица рисков:  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 9 \\ 6 & 6 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 9 & 10 \\ 3 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix}$  Определите стратегию лица, принима-

ющего решение исходя из правила Сэвиджа минимального риска.

11. Дана матрица последствий:  $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 8 & 7 \\ 4 & 1 & 9 & 11 \\ 3 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix}$  Определите стратегию лица, при-

нимающего решение исходя из правила Вальда максимального пессимизма.



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Приложение 2

**Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

*ИНСТИТУТ ТЕХНИКИ И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ*

*ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ*

*КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН*

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО**

**ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ»**

**(Приложение 2 к рабочей программе)**

**Направление подготовки: 38.03.01 Экономика**

**Профиль: Экономика предприятий и организаций**

**Квалификация (степень) выпускника: бакалавр**

**Форма обучения: заочная**

Королев  
2020

## 1. Общие положения

**Целью изучения дисциплины является**

- Развить системное мышление слушателей путем детального анализа подходов к математическому моделированию и сравнительного анализа разных типов моделей;
- Ознакомить слушателей с математическими свойствами моделей и методов оптимизации, которые могут использоваться при анализе и решении широкого спектра экономических задач.

**Задачи дисциплины:**

- - освоение студентами базовых знаний в области построения математических моделей.
- - получение студентами умений и навыков проведения математического моделирования и анализа в области их профессиональной деятельности.

## 2. Указания по проведению практических занятий

**Тема 1. Гладкая конечномерная оптимизация.**

**Практическое занятие 1.** Задачи на минимум. Гладкие конечномерная задача без ограничений.

**Тема 2. Задача нелинейного программирования.**

**Практическое занятие 1.** Конечномерные задачи с ограничениями типа равенства и неравенства. Принцип Лагранжа в задачах с ограничениями в форме равенств.

**Практическое занятие 2.** Достаточные условия экстремума. Принцип Лагранжа для задач со смешанными ограничениями типа равенства и неравенства. Решение задачи Марковица - Тобина о портфеле ценных бумаг наименьшего риска при заданной средней доходности.

**Тема 3. Задача линейного программирования.**

**Практическое занятие 1.** Графическая интерпретация системы линейных уравнений и неравенств в конечномерном пространстве. Метод полных жордановых исключений преобразования систем линейных уравнений.

**Практическое занятие 2.** Симплекс метод. Запись задачи линейного программирования в виде симплекс таблице. Правило выбора разрешающего элемента симплекс преобразования. Нахождение опорного решения. Проверка оптимальности опорного решения.

**Практическое занятие 3.** Двойственные задачи линейного программирования. Анализ чувствительности оптимального решения к параметрам задачи линейного программирования. Транспортная задача. Метод потенциалов. Правило северо-западного угла и наименьшей стоимости для составления начального плана поставок. Открытые и закрытые модели.

#### **Тема 4. Оптимизация в условиях неопределенности.**

**Практическое занятие 1.** Задача выбора решений в условиях полной или частичной неопределенности.

#### **Тема 5. Основные понятия многокритериальной оптимизации.**

**Практическое занятие 1.** Задачи многокритериальной оптимизации. Доминирование и оптимальность по Парето. Сетевые задачи. Критические и некритические пути. Раннее начало и позднее окончание операций. Полный и свободный резервы. Графическое и табличное решение задачи расчета сетевой модели. Определение ресурсов и последовательное улучшение сетевого плана. Построение календарного графика и распределение ресурсов.

#### **Тема 6. Оптимизация динамических систем.**

**Практическое занятие 1.** Динамические задачи оптимизации. Задача об определении оптимального плана реконструкции предприятий при ограничениях на общую сумму вложений. Задачи о загрузке, задачи о надежности. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана в многошаговых задачах оптимизации. Решение задач динамического программирования.

### **3. Указания по проведению лабораторного практикума**

#### **Примерные задачи для лабораторных работ.**

**Задача №1.** Найти все локальные минимумы функции  $f_0(x_1, x_2, x_3)$ . Проверить выполнение достаточных условий минимума критических точек.

Вариант 1.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 4x_1^2 - x_1x_2 + 8x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - x_3$

Вариант 2.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 3x_1^2 - x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - x_2$

Вариант 3.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 5x_1x_2x_3 + 3x_1^2 - 3x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_3 - x_2$

Вариант 4.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 5x_1x_2x_3 + 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_3 - x_1$

Вариант 5.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 4x_1x_2x_3 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_3 - 3x_1$

Вариант 6.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 - 3x_1$

Вариант 7.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 10x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 - 3x_3$

Вариант 8.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 10x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 3x_3$

Вариант 9.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^3 + 4x_1x_2x_3 + 10x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 3x_2$

Вариант 10.  $f_0(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^3 + 2x_1x_2x_3 + 6x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 3x_2$

**Задача №2.** Решить задачу на условный экстремум. Проверить выполнение достаточных условий минимума критических точек.

Вариант 1.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 2.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 3.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 4.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 5.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 4x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 6.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 7.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 8.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 - 10x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 9.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 5x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

Вариант 10.  $f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ ,

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 1 = 0,$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 9x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 9x_4^2 - 36 = 0$$

**Задача №3.** Имеется 4 вида ценных бумаг со средней доходностью  $m_0, m_1, m_2, m_3$  копеек на каждый рубль вложений соответственно. Известна ковариационная матрица  $A$  совместного распределения доходности бумаг. Требуется сформировать портфель ценных бумаг, распределив сумму, равную 1 тысяче рублей, обеспечив среднюю доходность портфеля равную 14 тысячам копеек, при условии наименьшего риска.

Вариант 1.  $m_0=3, m_1=9, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 9/2 & 5 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 2.  $m_0=4, m_1=6, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 5/2 & 3/2 \\ 5/2 & 9/2 & 5 \\ 3/2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 3.  $m_0=3, m_1=5, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 32/9 & 3 & 5/3 \\ 3 & 9/2 & 5 \\ 5/3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 4.  $m_0=2, m_1=5, m_2=19, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 32/9 & 23/9 & 5/3 \\ 23/9 & 46/9 & 6 \\ 5/3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 5.  $m_0=4, m_1=6, m_2=19, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 13/6 & 3/2 \\ 13/6 & 46/9 & 6 \\ 3/2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 6.  $m_0=3, m_1=6, m_2=21, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 11/6 & 3/2 \\ 11/6 & 40/9 & 17/3 \\ 3/2 & 17/3 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 7.  $m_0=2, m_1=6, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 3 & 13/6 & 3/2 \\ 13/6 & 28/9 & 10/3 \\ 3/2 & 10/3 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 8.  $m_0=1, m_1=3, m_2=15, m_3=27, A = \begin{pmatrix} 6 & 4/3 & 2 \\ 4/3 & 28/9 & 10/3 \\ 2 & 10/3 & 8 \end{pmatrix}$

Вариант 9.  $m_0=1, m_1=3, m_2=15, m_3=18, A = \begin{pmatrix} 6 & 4/3 & 3/2 \\ 4/3 & 28/9 & 19/6 \\ 3/2 & 19/6 & 7/2 \end{pmatrix}$

Вариант 10.  $m_0=3, m_1=6, m_2=15, m_3=18, A = \begin{pmatrix} 3 & 13/6 & 2 \\ 13/6 & 28/9 & 19/6 \\ 2 & 19/6 & 7/2 \end{pmatrix}$

#### 4. Указания по проведению самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование блока (раздела) дисциплины	Виды СРС
1.	Гладкая конечномерная оптимизация	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.</li> <li>2. Выполнение практических заданий</li> <li>3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.</li> </ol>
2.	Задача нелинейного программирования	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.</li> <li>2. Выполнение практических заданий</li> <li>3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.</li> </ol>
3	Задача линейного программирования	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.</li> <li>2. Выполнение практических заданий</li> <li>3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.</li> </ol>

4	Оптимизация в условиях неопределенности	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.</li> <li>2. Выполнение практических заданий</li> <li>3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.</li> </ol>
5	Основные понятия многокритериальной оптимизации	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.</li> <li>2. Выполнение практических заданий</li> <li>3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.</li> </ol>
6	Оптимизация динамических систем	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовка к практическим занятиям по материалам лекций и учебной литературы.</li> <li>2. Выполнение практических заданий</li> <li>3. Самостоятельное изучение некоторых вопросов дисциплины.</li> </ol>

### **Вопросы для самостоятельной работы**

1. Решение систем линейных уравнений итерационными методами (принцип сжимающих отображений, метод Зейделя).
2. Линейные операторы в  $Y^n$ . Собственные числа и собственные векторы.
3. Квадратичные формы в  $Y^n$ .
4. Теорема о неявной функции для системы уравнений в конечномерном пространстве. Множество касательных векторов. Базис. Ограничение квадратичной формы на подпространство.
5. Выпуклая оптимизация. Теорема Куна-Таккера.
6. Множество критических вариаций в задачах с ограничениями в форме неравенств. Достаточные условия локального экстремума в задачах со смешанными ограничениями.
7. Марковские цепи (динамические системы с дискретным временем и конечным числом состояний). Уравнение Колмогорова-Чепмена. Управляемые марковские цепи. Байесовский подход к определению оптимального решения. Уравнение Беллмана.
8. Решение задачи составления рациона методами линейного программирования.
9. Решение задачи о распределении ресурсов методами линейного программирования.
10. Решение задачи о загрузке станков методами линейного программирования.
11. Решение транспортной задачи по критерию времени.

12. Решение задачи оптимального раскрытия материалов методами целочисленного программирования.
13. Решение задачи оптимального использования оборудования методами целочисленного программирования.
14. Решение задачи распределения ресурсов по неоднородным этапам материалов методами динамического программирования.
15. Решение задачи о резервировании ресурсов методами динамического программирования.
16. Решение задачи распределения ресурсов между тремя и более отраслями методами динамического программирования.
17. Распределение ресурсов со вложением доходов в производство.
18. Решение задачи динамического программирования с учетом предыстории процесса.
19. Задачи динамического программирования, не связанные со временем.
20. Задачи динамического программирования с мультипликативным критерием.
21. Задача распределения средств для повышения надежности технического устройства.
22. Бесконечношаговый процесс динамического программирования.
23. Двойственность в квадратичном программировании.
24. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.

#### **5. Указания по проведению контрольных работ для студентов факультета заочного обучения**

-----

#### **6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

##### **Основная литература:**

1. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата : учебник и практикум. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : ИД Юрайт, 2018. - 909 с. - (Бакалавр). - ISBN 978-5-9916-1526-6.
2. Кремер, Н.Ш. Исследование операций в экономике : учебное пособие для вузов. - М. : Юнити, 2016. - 407 с. : ил. - ISBN 5-238-00636-5.

##### **Электронные книги:**

**<http://institutiones.com/>**

1. Колемаев В.А. Математическая экономика – 2002 «ЮНИТИ-ДАНА» Формат: DjVu Количество страниц: 399

<http://edu-lib.net/>

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 912 е.:
2. Калихман И. Л. Сборник задач по математическому программированию. Изд. 2-е, доп. и перераб. М., «Высш. школа», 1975. -270 с.

<http://math-portal.ru/>

1. Экономико-математические методы и прикладные модели /Под ред. В.В. Федосеева. — М.: ЮНИТИ, 1999. 392 с. PDF 4,9 Мб

[www.rucont.ru](http://www.rucont.ru)

1. Гетманчук, А.В. Экономико-математические методы и модели : учеб. пособие/ М.М. Ермилов, А.В. Гетманчук .— М. : ИТК "Дашков и К", 2015 .— (Учебные издания для бакалавров) .— ISBN 978-5-394-01575-5
2. Кундышева, Е.С. Математическое моделирование в экономике : учеб. пособие/ ред.: Б.А. Суслаков, Е.С. Кундышева .— 3-е изд., перераб. и испр. — М. : ИТК "Дашков и К", 2007 .— ISBN 5-91131-235-2—
3. Линейное программирование / А.Я. Аснина, Н.Г. Аснина .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2011 .— 62 с.
4. Окулов, С. М. Динамическое программирование / О. А. Пестов, С. М. Окулов — эл. изд. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний., 2012 .— (Развитие интеллекта школьников) .— ISBN 978-5-9963-1133-0
5. Плескунов, М.А. Задачи сетевого планирования : учеб. пособие / М.А. Плескунов .— Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014 .— ISBN 978-5-7996-1167-5

[e.lanbook.com](http://e.lanbook.com)

1. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. — М. : Физматлит, 2011. — 255 с.
2. Горлач, Б.А. Исследование операций. — СПб. : Лань, 2013. — 442 с.
3. Карманов, В.Г. Математическое программирование. — М. : Физматлит, 2008. — 264 с.
4. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. — СПб. : Лань, 2013. — 352 с.

## **7.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

**Интернет-ресурсы:**

**1. [www.rucont.ru](http://www.rucont.ru)**

**2 [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com)**

**3. <http://www.window.edu.ru> - информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам".**

**4. <http://www.anylogic.ru/>**

**5. <http://www.runthamodel.com/>**

**6. <http://www.tarifer.ru/>**

## **8.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Перечень программного обеспечения:**

**MS Office, Math Type, AnyLogic, Java, Tarifer 4.2.3b.**

**Информационные справочные системы:**

не предусмотрено курсом данной дисциплины

**Ресурсы информационно-образовательной среды МГОТУ:**

Рабочая программа и методическое обеспечение по дисциплине «Методы оптимальных решений».